Revue des sciences de l'éducation

Vers une intégration de la recherche à la formation et au perfectionnement des enseignants

Jacques C. Bergeron et Nicolas Herscovics

Volume 6, numéro 2, printemps 1980

URI : https://id.erudit.org/iderudit/900280ar
DOI : https://doi.org/10.7202/900280ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)
1705-0065 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Bergeron, J. C. & Herscovics, N. (1980). Vers une intégration de la recherche à la formation et au perfectionnement des enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, *6*(2), 215–230. https://doi.org/10.7202/900280ar

Résumé de l'article

L'initiation à la recherche peut valoriser l'enseignant et lui permettre d'innover dans sa classe. Les éléments de la recherche à intégrer dans la formation et le perfectionnement des maîtres doivent être choisis selon les exigences didactiques de chaque discipline. Ceci est illustré dans le cadre de la didactique de la mathématique dont la nature abstraite et formelle pose de sérieux problèmes pédagogiques. Des méthodes de recherche permettant d'observer et d'analyser la pensée de l'élève sont illustrées par des exemples. Il est suggéré, pour qu'une intégration rationnelle de la recherche à la préparation des enseignants puisse un jour être faite, que des efforts analogues soient poursuivis dans d'autres disciplines.

Vers une intégration de la recherche à la formation et au perfectionnement des enseignants

Jacques C. Bergeron et Nicolas Herscovics*

RÉSUMÉ

L'initiation à la recherche peut valoriser l'enseignant et lui permettre d'innover dans sa classe. Les éléments de la recherche à intégrer dans la formation et le perfectionnement des maîtres doivent être choisis selon les exigences didactiques de chaque discipline. Ceci est illustré dans le cadre de la didactique de la mathématique dont la nature abstraite et formelle pose de sérieux problèmes pédagogiques. Des méthodes de recherche permettant d'observer et d'analyser la pensée de l'élève sont illustrées par des exemples. Il est suggéré, pour qu'une intégration rationnelle de la recherche à la préparation des enseignants puisse un jour être faite, que des efforts analogues soient poursuivis dans d'autres disciplines.

1 *Introduction*

En formation initiale, l'Université doit introduire dans ses programmes une initiation à la recherche... et la recherche doit être l'une des voies organisées du perfectionnement.

(Commission d'étude sur la formation et le perfectionnement des enseignants. Rapport — mai 1979, p. 60).

---

* Bergeron, Jacques C. : professeur, Université de Montréal
Herscovics, Nicolas : professeur, Université Concordia

Dans son rapport au ministère de l'Éducation du Québec, la Commission d'Étude sur les universités recommande l'intégration de la recherche à la formation et au perfectionnement de l'enseignant afin de lui faire *acquérir des méthodes et des concepts qui lui permettent de rester capable d'innover, de percevoir le changement et de restructurer ses perspectives.* De plus, elle suggère que les types de recherche à développer soient ceux qui *permettent d'améliorer la qualité de l'éducation, la valeur éducative des écoles et la croissance optimale des élèves.* Elle souligne enfin qu'il faut *valoriser et sortir de l'isolement les recherches spontanées des enseignants.* Ces propos justifient le besoin d'une telle intégration tout en évitant d'entrer dans la controverse de ce qu'est la recherche.

On ne peut cependant ignorer ce qu'en pensent les enseignants. Certains croient que la recherche en sciences de l'éducation demeure le domaine du professeur d'Université ou du chercheur professionnel œuvrant dans un centre de recherche ; qu'on y accède qu'une fois inscrit dans un programme de deuxième ou de troisième cycle ; que les méthodes de recherche applicables sont celles des sciences naturelles et qu'elles se doivent d'être quantitatives ; que les problèmes abordés sont souvent si théoriques et si loin de la réalité que leur étude n'apporte aucune aide pratique. D'autres estiment que certains travaux présentés au premier cycle, dans le cadre des cours réguliers, et dits *projets de recherche*, constituent réellement de la recherche quand souvent ils ne se limitent qu'à un relevé de la littérature.

La Commission interprète la recherche dans un sens plus large que les enseignants et elle semble convaincue que l'initiation à certaines méthodes leur permettra d'innover dans l'exercice de leur profession. Sans chercher à définir la recherche, nous pensons qu'elle se caractérise par une application *consciente et minutieuse* de certaines méthodologies éprouvées. Il ne s'agit pas d'introduire au niveau du baccalauréat toute la gamme des méthodes de recherche employées par les chercheurs professionnels. Il faut plutôt en identifier les éléments pouvant être assimilés par les futurs-maîtres et utilisés par les enseignants eux-mêmes dans leur classe.

Les éléments qui pourraient être inclus dans la formation de l'enseignant doivent être jugés en fonction des exigences didactiques de la discipline considérée. En effet, chacune d'elle possède ses propres problèmes et ses propres didacticiens (on n'enseigne pas la mathématique comme on enseigne la musique). C'est donc à eux que doit revenir la tâche de déterminer pour leur domaine particulier quels sont les aspects de la recherche qu'ils jugent accessibles et utiles au maître. Évidemment, de la somme de tous ces travaux se dégageront des éléments communs, ce qui permettra une intégration à la fois mieux coordonnée et plus rationnelle.

C'est dans cet esprit que nous décrivons les problèmes particuliers à l'enseignement de la mathématique et que nous déterminons les aspects de la recherche pouvant aider à les résoudre.

2 *Problèmes particuliers à l'enseignement de la mathématique.*

Les recommandations de la Commission s'avèrent des plus intéressantes pour les programmes de formation et de perfectionnement des maîtres en mathématique, vu les problèmes particuliers que pose l'enseignement de cette discipline. En effet, la mathématique étant une science formelle, par opposition aux sciences expérimentales telles que la physique, la chimie ou la biologie, son contenu se distingue difficilement de sa forme de représentation. La communication de concepts mathématiques s'avérant pénible sans l'emploi d'une représentation symbolique, il en est résulté une tendance à se centrer sur le jargon, sur la notation et sur la manipulation de symboles.

Jusque dans les années cinquante, c'est justement ce à quoi se limitait l'enseignement de la mathématique (la mémorisation et la manipulation d'un tas de formules éparpillées). L'essentiel du renouveau des vingt dernières années a consisté en une tentative d'unification des diverses notions enseignées par l'introduction de concepts unificateurs (ensembles, fonction,...) et de structures algébriques (groupes, anneaux, corps, espaces vectoriels...). Bien que permettant un développement précis et logique de la matière, un tel programme exige un formalisme et un vocabulaire excessifs (Kline, 1973) au détriment de l'aspect psychologique de l'apprentissage (Skemp, 1971). Il a été trop facile de croire que l'élève assimile un concept simplement en mémorisant son nom et qu'il donne nécessairement un sens aux symboles en apprenant à les manipuler.

De récentes études psycho-pédagogiques indiquent que c'est aux niveaux symbolique et formel que se situent les problèmes d'apprentissage. Carpenter et Moser (1979) ont montré qu'après deux ans d'arithmétique des enfants de deuxième année avaient plus de difficultés que des enfants du préscolaire, face à certains problèmes raisonnés. Ginsburg (1977) lui, a rapporté que des enfants ayant des difficultés en arithmétique écrite se débrouillaient très bien si on les laissait compter sur leurs doigts. Même au niveau secondaire, des étudiants maîtrisant la notion de pente d'une droite au niveau graphique, s'y perdaient avec la formule (Herscovics, 1980). Ainsi, la majorité des élèves semblent pouvoir acquérir une compréhension intuitive d'un concept mathématique tant que sa représentation demeure non formelle. Ce n'est que lors de sa formalisation que des différences dans leurs habiletés pourraient être décelées.

L'enseignant qui ne se rend pas compte de ces difficultés tend à enseigner d'une façon formelle et perd ainsi dès le départ une grande partie de la classe. Par contre, en utilisant des représentations intuitives et une approche relationnelle, il en atteindra certes un plus grand nombre. Pour beaucoup d'élèves, ce n'est que lorsqu'il y a eu un tel *accrochage* intellectuel qu'ils peuvent formaliser des notions mathématiques et se construire ainsi une signification pour les symboles. Une telle démarche implique que l'enseignant doit distinguer entre le contenu et la forme mathématique d'un concept. De plus, il doit pouvoir analyser les observations recueillies auprès des étudiants pour juger si les représentations qu'il a élaborées sont à leur portée. Dans le cas contraire, il doit en inventer des nouvelles, en un mot innover.

3 Tentatives d'intégration.

En didactique de la mathématique, plusieurs tentatives ont été faites dans différents pays pour rapprocher la recherche de l'enseignement.

Aux États-Unis par exemple, le NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), la principale association regroupant les enseignants de la mathématique des niveaux primaire et secondaire, publie une revue entièrement dédiée à la recherche (Journal for Research in Mathematics Education). À l'origine, elle visait les maîtres, mais ses articles, exclusivement psychométriques, semblent n'avoir intéressé que les chercheurs. De plus le NCTM organise, lors de ses congrès annuels, des activités touchant la recherche, mais peu d'enseignants y participent.

En France, on avait doté une vingtaine d'universités d'un IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) dont la fonction principale était de recycler les maîtres à l'enseignement des mathématiques modernes. Seuls les IREMs de Bordeaux, d'Orléans et de Strasbourg sont encore impliqués dans la recherche et n'y participent, à titre d'auxiliaires, que quelques enseignants.

En Union Soviétique la recherche en didactique de la mathématique se rapproche de l'enseignement. La plupart des études traitent d'un aspect ou d'un autre du programme scolaire. Quoique les enseignants choisissent eux-mêmes, selon l'habileté des élèves, ceux qui seront les sujets d'expérimentations didactiques, ils n'en demeurent pas moins des auxiliaires (Kantowski, 1979).

Ces essais de rapprochement visaient à faire participer l'enseignant à la recherche universitaire (Gaulin, 1978), mais en laissant entier le problème de la transformation de celui-ci en chercheur (au sens large) *autonome*. Seuls l'Angleterre et le Québec ont été témoins de quelques modestes tentatives un peu mieux orientées dans cette voie. Depuis bientôt dix ans la principale association de professeurs de mathématiques d'Angleterre (Association of Teachers of Mathematics) encourage ses membres à s'impliquer dans la recherche. S'adressant à eux, Wheeler (1970) caractérisait en ces termes l'enseignement *scientifique :*

> *la technique principale de l'homme de science est d'agir sur la situation dans laquelle survient un phénomène afin de la changer et d'observer les changements ainsi provoqués. C'est cette technique qui permet l'étude scientifique du processus d'apprentissage de l'enfant. Elle ne requiert nullement que les phénomènes étudiés puissent être contrôlés ou isolés des situations où elles surviennent. Le rôle du scientifique n'est pas de se retirer afin d'observer, mais d'agir et de continuer à observer.*

Bishop (1971, 1972, 1975) a proposé la notion de *l'enseignant-chercheur.* Pour lui, la recherche c'est *toute tentative systématique de cueillette d'évidences sans nécessairement utiliser des statistiques ou des groupes-témoins.* Parmi les sujets de recherche suggérés aux enseignants, on trouve l'étude de cas, l'enregistrement de leçons sur bandes magnétiques pour fin d'analyse, et l'expérimentation dans sa propre classe de divers types de comportement personnel. Quoique ne touchant ni à la formation, ni au perfectionnement des maîtres, ces suggestions font état d'une conviction en la capacité des enseignants à faire de la recherche.

Ici au Québec, le seul essai d'intégration s'est limité à l'introduction de la *recherche-action* dans le programme PERMAMA (Perfectionnement des Maîtres en Mathématiques). Cela semble un excellent moyen de permettre à l'enseignant de prendre conscience de ses capacités à résoudre des problèmes pédagogiques, mais ce genre de recherche demeure vulnérable aux critiques visant des méthodologies jugées non-scientifiques (Commission d'études, p. 52).

En somme, en aucun pays a-t-on réussi à vraiment intégrer de façon systématique, rationnelle et scientifique la recherche à la formation et au perfectionnement des enseignants. Selon Bauersfeld (1976), *tant qu'on ne transformera pas les programmes de formation et de perfectionnement, la conception de l'enseignant-chercheur demeurera une utopie.* Néanmoins, avant de proposer des modifications de programmes, faut-il identifier les éléments de l'activité de recherche les plus profitables aux enseignants.

4 *Éléments de la recherche utilisables par l'enseignant.*

Comme nous l'avons mentionné auparavant, les éléments de la recherche utiles à l'enseignant dans sa classe doivent être jugés en fonction des exigences de la discipline considérée. En mathématique, il ne suffit pas de savoir qu'un élève a trouvé la réponse à un problème car, au point de vue pédagogique, il est tout aussi important de connaître les processus de pensée employés. Pour y arriver, l'enseignant doit pouvoir analyser l'aspect cognitif de la matière, tant au point de vue théorique que pratique. Nous décrivons ci-dessous les éléments de la recherche susceptibles de l'aider à analyser une situation pédagogique à l'aide de modèles de compréhension et de modèles d'apprentissage (aspects théoriques), puis, à planifier ses interventions et à les réaliser à l'aide de l'entrevue clinique et de l'expérimentation didactique (aspects pratiques).

4.1 Aspects théoriques

L'apprentissage de la mathématique requiert bien plus que la simple mémorisation de règles. Ce *plus* peut être décrit comme signification, compréhension, *insight*, adaptation à la réalité, etc. Bauersfeld (1976) indique qu'il est important de distinguer entre la structure mathématique (« la matière signifiée »), la transformation de celle-ci par l'enseignant (« la matière enseignée »), et son assimilation par l'élève (« la matière apprise »).

Pour que l'enseignant puisse prendre conscience de ces distinctions, il doit posséder les moyens de faire l'analyse conceptuelle d'une notion, et pour qu'une telle analyse ait une portée didactique, elle doit se situer dans un contexte cognitif et pédagogique. Il est donc essentiel, dans un premier temps, de lui présenter des modèles théoriques qui lui permettent de décrire les composantes de la compréhension et de l'apprentissage.

De tels modèles ont été spécialement conçus pour décrire différents modes de compréhension et pour identifier les différentes étapes de l'apprentissage des concepts mathématiques. Évidemment ce n'est qu'en appliquant ces modèles à l'analyse de notions précises telles que l'aire, ou la numération, que l'enseignant pourra se décentrer des produits de l'apprentissage (réponses écrites) pour s'attacher davantage aux processus de pensée.

L'exemple suivant, une analyse de la notion d'aire au moyen des modèles de la compréhension, permettra de mieux apprécier la puissance de cet outil didactique.

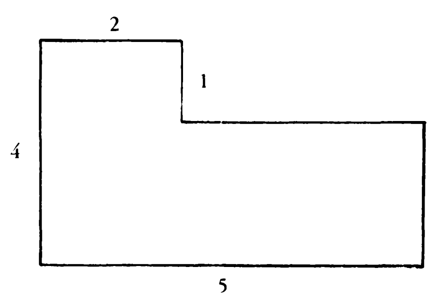
Modes de compréhension de la notion d'aire

Bruner (1960) fut le premier à décrire deux modes de compréhension en contrastant la *pensée analytique* (étapes explicites, pleine conscience des opérations et des informations pertinentes) à la *pensée intuitive* (perception globale et implicite d'un problème, inconscience des processus utilisés pour l'obtention d'une bonne ou d'une mauvaise réponse). Skemp (1976) a fait la distinction entre la compréhension *instrumentale* (l'application de règles sans raisons) et la compréhension *relationnelle* (savoir quoi faire et pourquoi). Jugeant ces deux modèles complémentaires, Byers et Herscovics (1977) les ont réunis en un nouveau modèle qui incorpore la notion de compréhension analytique à celle de compréhension *formelle* caractérisée

- par la capacité à relier les symboles et la notation aux idées mathématiques pertinentes ;
- par la capacité à combiner les idées mathématiques dans un enchaînement de raisonnements logiques.

Ces modèles de la compréhension sont accessibles et utiles aux enseignants. Cela nous a été démontré lors d'un atelier réunissant un groupe d'enseignants-conseillers pédagogiques du primaire (Herscovics, 1978). En moins de deux heures ils ont pu identifier divers modes de compréhension de la notion d'aire à partir d'une discussion de l'erreur suivante.

La plupart des enfants vont donner « 20 » comme aire d'un rectangle de dimension 4 par 5. Mais peut-on inférer qu'ils comprennent quand on sait que, même à la fin du primaire, un grand nombre d'élèves donneront la même réponse pour l'aire de la figure ci-dessous ?



Ces enfants font preuve d'une compréhension instrumentale de la notion d'aire du rectangle qu'ils généralisent incorrectement à d'autres figures. Le rectangle étant une figure trop spécialisée pour leur permettre de construire la notion générale de l'aire, des figures arbitraires, telles la feuille d'érable, doivent être utilisées dès le début (Bergeron J.C., Green A., 1969).

Bien que facile, la notion générale de l'aire est souvent confondue avec la notion de surface : on peut toucher à la surface mais on ne peut pas toucher à son aire qui est la *mesure de la surface*. Une compréhension *intuitive* de ce concept se fonde sur l'idée de *recouvrement* en posant la question de *quantité*, mais sans entrer dans celle de mesure. Plusieurs moyens peuvent amener l'enfant à en prendre conscience : activités de coloriage de figures, de découpage de tissus, de recouvrement de livres, etc. Évidemment, nous écartons les recouvrements partiels (i.e. par des pièces de monnaie) et les recouvrements superposés. Des problèmes peuvent être posés sur l'invariance de l'aire, sujette à certaines transformations de la figure donnée, i.e. faudra-t-il plus de peinture pour colorier une figure lorsqu'elle est coupée en morceaux ?

Une compréhension *relationnelle* se manifesterait par une quantification mesurable de la notion de recouvrement. Une figure comme la feuille d'érable serait recouverte de carrés qu'il s'agirait de compter. Comme le recouvrement ne peut se faire exactement, la réponse trouvée ne serait qu'approximative, quitte à être précisée par l'emploi d'unités de mesure de plus en plus petites.

Cette technique de recouvrement suivie d'un comptage peut aussi s'apprendre d'une façon instrumentale. Ceci peut-être vérifié indirectement en donnant à l'enfant moins de carrés que nécessaires pour recouvrir la figure donnée. Si celui-ci donne comme mesure de l'aire le nombre de carrés en sa possession (sans que ceux-ci couvrent complètement la surface), il y aurait évidence d'une compréhension *instrumentale* (compter des carrés).

Une compréhension *formelle* de la notion générale de l'aire serait celle représentée par l'intégrale de Riemann ($\int f(x)dx.$) (évidemment, il ne s'agit pas au primaire d'introduire la notion de la limite d'une suite de sommes de Riemann).

Étapes d'apprentissage de la notion d'aire

Vu l'échec en didactique de la mathématique des modèles d'apprentissage basés sur une théorie béhavioriste, notre approche se place carrément dans le contexte de la psychologie cognitive.

Il n'y a pas de modèle d'apprentissage universel s'appliquant à tous les niveaux scolaires et à toutes les activités mathématiques. La théorie du développement intellectuel proposée par Bruner (1966, 1973) semble particulièrement utile pour décrire la formation de concepts au primaire ; le modèle d'apprentissage de Dienes (1970) s'applique surtout à l'enseignement de structures algébriques ; celui de Herscovics (1979) n'a été utilisé jusqu'à présent que pour l'apprentissage de l'algèbre au secondaire.

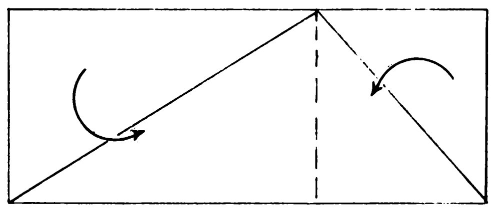
Comme un modèle cognitif de l'apprentissage ne peut ignorer les modes de compréhension, de même il ne peut ignorer les modes de représentation. Bruner en conçoit trois : le mode de représentation par l'action (*enactive*), le mode de représentation par l'image (*iconic*), et le mode de représentation par le symbole, les symboles n'étant plus une image de l'objet (*symbolic*). Chacun de ces moyens de représentation peut condenser différentes quantités de connaissances mais leur emploi dépend de l'âge ainsi que du développement intellectuel de l'enfant qui, normalement, passerait par ces trois modes de représentation, dans exactement cet ordre. Il nous met en garde contre un enseignement trop hâtivement centré sur le symbolisme. D'après lui, un enfant qui n'a pas vécu assez d'expériences avec les deux autres modes n'a aucun moyen de s'en sortir lorsque ses opérations symboliques ne lui permettent pas de résoudre son problème. La notion d'aire, discutée plus haut, servira à préciser les étapes correspondant à notre modèle d'apprentissage qui est basé sur ces trois modes de représentation.

Les activités de recouvrement et de découpage se situent sans contredit au niveau de la *représentation par l'action*. Même lorsqu'il s'agit de mesurer, il faudrait que, dans un premier temps, l'enfant ait l'occasion de recouvrir plusieurs figures arbitraires avec des petits carrés qu'il peut compter. L'aire d'une surface, sujette à certains changements produits par découpage, par rotation, par translation, etc., deviendra ainsi quantifiable, et elle apparaîtra comme *invariante* sous ces transformations, renforçant par le fait même l'assimilation de cette notion. Ce n'est qu'après beaucoup d'activités concrètes et variées de recouvrement et de mesure de l'aire correspondante que la représentation iconique serait utilisée.

L'enfant pourrait maintenant recouvrir la figure étudiée d'un quadrillage (image des carrés) et compter tout simplement les carrés du recouvrement. L'emploi d'un quadrillage de plus en plus fin améliorera l'approximation. C'est là l'essence de la notion de l'intégrale de Riemann, laquelle n'est abordée qu'au niveau collégial. Mais c'est avec des figures plus spécialisées que nous pouvons atteindre une certaine formalisation.

En effet, ayant acquis la notion générale de l'aire, l'enfant peut maintenant l'appliquer à un rectangle en comptant les carrés utilisés pour le recouvrir. Si ensuite on le fait immédiatement passer à la formule de l'aire, celle-ci n'aurait alors pour lui d'autre justification que de donner la même réponse sans qu'il puisse expliquer pourquoi (i.e. compréhension *instrumentale* de la formule). Une meilleure compréhension peut être obtenue lorsqu'on porte l'attention de l'élève sur le fait que chaque rangée comporte le même nombre de carrés. Donc la somme totale peut être obtenue par l'addition répétée qui se traduirait par une multiplication du nombre de rangées par le nombre de colonnes. Ceci justifierait la validité de la formule *aire = base x hauteur* d'où une compréhension *formelle* de l'aire du rectangle.

L'acquisition d'une compréhension formelle de l'aire du rectangle peut à son tour servir de base pour justifier la formule de l'aire d'autres figures géométriques telles le triangle, le parallélogramme, le losange, etc. Par exemple, il est facile de faire construire par l'enfant un rectangle ayant la même base et la même hauteur qu'un triangle donné. Il ne s'agit alors que de découper les morceaux du rectangle et de les superposer sur le triangle pour découvrir que l'aire du triangle est exactement la moitié de l'aire du rectangle, soit *aire = ½ (base x hauteur).*



4.2 *Aspects pratiques*

Les modèles de la compréhension permettent à l'enseignant de s'orienter vers l'aspect cognitif de l'apprentissage. Cependant, la validité de ses analyses demeurera toujours hypothétique tant qu'il ne les aura pas vérifiées dans la pratique en les confrontant à la démarche intellectuelle de l'élève. Évidemment, une recherche qui vise à pénétrer la pensée de l'étudiant implique nécessairement l'étude de cas. Les techniques courantes employées dans de telles études sont l'entrevue clinique, qui permet de faire un diagnostic (Opper, 1977 ; Easley, 1977) et l'expérimentation didactique soviétique (Menchinskaya, 1969 ; Kantowski, 1979), qui incorpore la dimension *enseignement* à l'entrevue clinique, permettant ainsi *d'étudier sur le vif* pendant qu'ils se forment, les processus de pensée de l'élève.

L'entrevue clinique

On sait que la plupart des erreurs que font les enfants en mathématique ne sont pas dues à l'inattention, mais bien à de fausses règles qu'ils se sont construites, règles qui leur paraissent parfaitement logiques (Erlwanger, 1975 ; Ginsburg, 1977). De même, il est bien connu qu'à la base des difficultés qu'ils éprouvent à développer certaines habiletés mathématiques, on retrouve des difficultés à construire les schèmes qui les sous-tendent. Dans le premier cas, les élèves peuvent nous indiquer les règles qu'ils appliquent, mais dans le second, on ne peut pas s'attendre à ce qu'ils nous communiquent les schèmes qu'ils n'ont pas encore construits.

Par contre, pour l'aider à poursuivre la construction des schèmes amorcés et à corriger ses fausses règles, l'enseignant a besoin de déterminer le niveau du développement cognitif de l'enfant. Nous croyons que ce n'est qu'à travers un questionnement flexible et subtil, *l'entrevue clinique*, que le maître peut parvenir à cerner ce développement cognitif et amener l'enfant à dévoiler les causes de ses difficultés.

L'entrevue clinique se prête particulièrement bien à l'étude des processus cognitifs (Easley, 1977). Cette technique de recherche, mise au point par Piaget, est spécialement conçue pour mettre à jour des témoignages sur les opérations intellectuelles en jeu (Opper, 1977). L'expérimentateur qui dirige l'entrevue peut, suivant un questionnement standardisé ou semi-standardisé, interroger le sujet sur ses actions, ses démarches, ses hypothèses, la généralité ou la réversibilité de ses concepts.

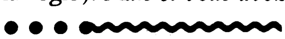
Cette technique étant bien connue de tous les chercheurs, nous serions mal venus de consacrer plus de temps à la décrire. Toutefois, l'exemple suivant en confirmera l'intérêt pour l'enseignant.

Le graphe d'une équation à deux variables est défini comme étant l'ensemble (infini) de tous les points du plan dont les coordonnées correspondent aux solutions de l'équation. Ainsi, le graphe d'une équation linéaire consiste en un ensemble de points formant une droite. Ceci ne pose aucun problème aux enseignants qui eux, conçoivent la droite comme un ensemble de points, mais tel n'est pas le cas pour la majorité des élèves (Kerslake, 1977). En effet, si on demande aux étudiants combien de points contient un segment de droite donné, ils peuvent tout aussi bien répondre *aucun, un, deux,* ou *trente* ! Des entrevues cliniques de quelques élèves du niveau du Secondaire III ont montré que ces réponses, loin d'être idiotes, reflétaient leur perception (Herscovics, 1979) : le sujet répondant *aucun* ne voyait nullement le rapport entre le point et la droite ; celui répondant *un* expliquait qu'il pensait au point milieu ; et pour celui répondant *deux* il s'agissait des points terminaux du segment.

À l'occasion de ces travaux, nous avons repris une expérience de Piaget et Inhelder (1947) sur les notions de point et de continuité. La tâche consistait à subdiviser un segment de droite, puis à répéter l'opération indéfiniment dans le but d'imaginer la forme vers laquelle tendrait le morceau ultime. Voici un extrait de l'entrevue d'un sujet après qu'il eut fait quelques subdivisions :

Q. Peux-tu continuer à subdiviser encore longtemps ?
R. Hum, non, pas trop longtemps.
Q. Combien de fois ?
R. Environ 4 ou 5 fois.
Q. Pourquoi ?
R. Ça deviendra trop petit pour travailler avec.
Q. Et si tu imagines que c'est un élastique et que tu peux l'étirer ?
R. Si on l'étire jusqu'à ce que c'est aussi long qu'un des morceaux on pourra le faire (diviser) autant de fois qu'avant.
Q. Et qu'est-ce qui restera à la fin ?
R. Quelque chose de si petit qu'on ne pourra pas le voir.
Q. Et dans ce petit bout, il y a combien de points ?
R. (surpris) *Des points ?*
Q. Penses-tu que le dernier morceau aura une forme ?
R. Oui, si on le regarde au microscope.
Q. Et quelle forme penses-tu qu'il aura ?
R. Un carré.
Q. Un carré ?
R. Je pense que oui, car une ligne a une épaisseur.

Revenant alors à la notion de point :

Q. Voici deux points. Combien de points penses-tu pouvoir mettre entre ces deux-ci ?
R. *Même grandeur... enriron 30.*
Q. Et s'ils étaient plus petits ?
R. *S'ils étaient plus petits de moitié... 60.*
Q. Et s'ils étaient encore plus petits ?
R. *Vous pouvez, j'imagine, vous pouvez y mettre des milliers.*
Q. Et ça donnerait ?
R. *Ça ressemblerait à une droite, une droite.*
Q. Tu me dis que ces points te donnent une droite, mais qu'une droite n'est pas faite de points !
R. *C'est vraiment difficile de dire ce que c'est un point. Car il y a des gens qui tracent un point comme ça* (fait un point avec son crayon). *Un point veut dire le centre, comme ça. Donc je pense qu'une « droite de points » ne serait pas plat comme ceci* (indique une droite tracée à la règle). *Mais si vous avez un point et un autre point, c'est comme une vague* (il dessine ).

Il est évident que cet élève n'avait pas fait abstraction de la notion de point et qu'il la confondait avec celle de *disque*, c'est-à-dire « un point ayant une dimension ». Une telle confusion pouvait faire dire au sujet mentionné ci-dessus *que par deux points on peut faire passer plusieurs droites,* ce qu'il expliquait par le dessin suivant.

Expérimentation didactique

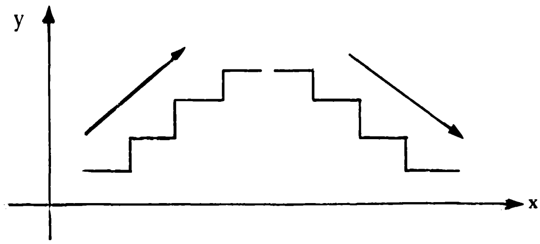
Bien que l'entrevue clinique se révèle un bon instrument diagnostique de la pensée de l'élève, elle ne fait pas intervenir la composante *enseignement* qui, pour nous, est un moyen d'aider l'élève à construire ses schèmes. L'enseignant qui prépare sa leçon présume qu'elle peut être suivie pas à pas par celui-ci. Mais, le grand nombre d'enfants manifestant des difficultés d'apprentissage indique que ce n'est pas toujours le cas. Une façon de remédier à ce problème serait de vérifier à chaque pas, par un questionnement approprié, l'opportunité de modifier son plan d'instruction.

La méthode dite *expérimentation didactique soviétique* incorpore à l'entrevue clinique la dimension *enseignement* et permet de suivre les schèmes de l'enfant *pendant qu'ils se forment.* Cette méthode porte sur de petits échantillons d'élèves soumis à un enseignement. Les données sont obtenues dans un cadre clinique par enregistrement des réponses écrites et verbales, puis analysées selon des critères qualitatifs. Elle est longitudinale et elle implique plusieurs rencontres pendant lesquelles le plan d'enseignement est constamment modifié suivant les observations recueillies (Kantowski, 1979).

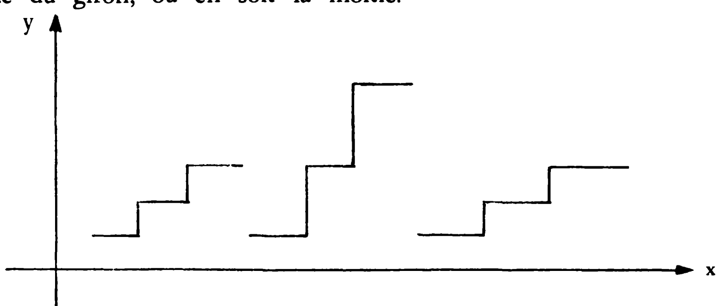
Cette technique, mise au point par des chercheurs soviétiques, se centre sur les aspects qualitatifs de la pensée et de l'apprentissage. Elle vise à reproduire d'une façon systématique les processus de pensée et à les étudier sur le vif alors qu'ils se forment sous l'influence de divers enseignements. Cette méthode permet à la fois de découvrir les changements qui ont lieu au cours des leçons et de suivre chez un même élève l'évolution du processus mental (Menchinskaya, 1969 a, b).

Nous pouvons illustrer la valeur de l'expérimentation didactique en décrivant quatre problèmes pédagogiques dont nous avons pris conscience lors d'une expérience portant sur la construction de la notion de pente (Herscovics, 1980). Ces quatre problèmes peuvent paraître mineurs à l'enseignant, qui lui pense d'une façon formelle, mais chacun d'eux peut s'avérer un obstacle majeur pour l'élève.

1. Nous désirions introduire de façon concrète la notion de pente d'une droite en la reliant à la notion de pente d'un escalier. Nous avions demandé à trois étudiants du niveau de secondaire III de dessiner dans un plan cartésien un *escalier montant*. Il ne nous était pas venu à l'esprit qu'aucune confusion soit possible étant donné que le sens positif des axes détermine de façon univoque le sens d'un escalier montant. Ce n'est que lorsque les sujets nous ont signifié qu'ils pouvaient tout aussi bien descendre que monter un même escalier que nous nous sommes rendus compte du besoin d'expliciter la convention habituelle.

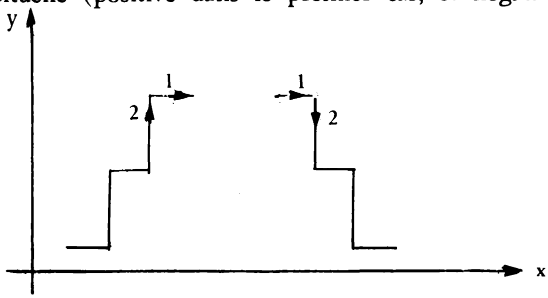


2. Nous avions demandé aux élèves de dessiner trois escaliers montants en variant la dimension du giron (partie horizontale de la marche) et celle de la contremarche (partie verticale). Nous voulions des escaliers dont la contremarche soit égale au giron, soit le double du giron, ou en soit la moitié.



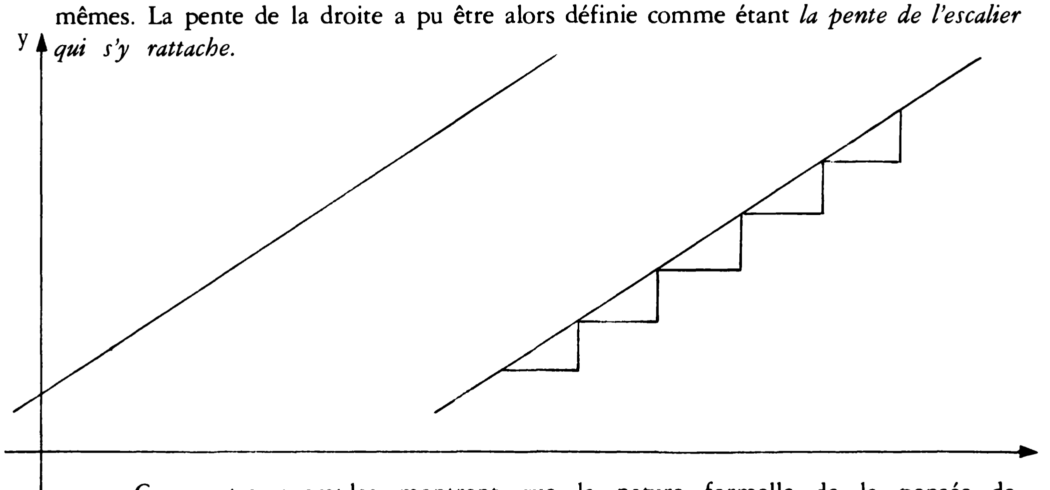
En les comparant, les étudiants nous ont dit que la pente d'un escalier dépendait à la fois de la longueur de la contremarche (c) et de celle du giron (g). En leur demandant ensuite d'exprimer cette dépendance nous nous attendions à ce qu'ils l'expriment sous forme d'un rapport (c/g ou g/c). Cependant, c'est sous forme d'équation qu'ils se sont exprimés (i.e. $2g = c$ dans le cas du deuxième escalier). Évidemment, le passage de l'équation au rapport c/g qui définit la pente a pu se faire facilement.

3. Nos élèves avaient pris conscience du besoin d'une convention pour distinguer entre la pente d'un escalier montant et celle d'un escalier descendant et avaient accepté la convention habituelle (positive dans le premier cas, et négative dans le second).



Contrairement à notre attente, ils ont par la suite ignoré cette convention qu'il fallait sans cesse leur rappeler. Ce n'est qu'en inversant le problème (dessiner un escalier correspondant à une pente négative) que la convention a été maîtrisée.

4. En posant la question « Est-ce qu'il est sensé de parler de la pente d'une droite ? » les élèves se sont bien rendu compte que cela était relié au travail précédent sur les escaliers. Mais aucun d'eux n'a pu faire le lien. Même la demande « d'attacher un escalier à une droite donnée » n'a rien produit et il a fallu de fait le dessiner nous-mêmes. La pente de la droite a pu être alors définie comme étant *la pente de l'escalier qui s'y rattache.*



Ces quatre exemples montrent que la nature formelle de la pensée de l'enseignant l'empêche souvent de prévoir si ses étudiants peuvent le suivre dans sa présentation. L'expérimentation didactique lui permet de prendre conscience des difficultés qu'ils éprouvent et d'ajuster en conséquence son intervention pédagogique.

5 *Conclusions*

Nous avons identifié et illustré par des exemples les éléments de la recherche que nous croyons utiles aux maîtres pour l'enseignement de la mathématique. Ainsi, avons-nous concrétisé les recommandations de la Commission d'étude sur les universités du Québec qui, comme nous, souhaite l'intégration de la recherche à la formation et au perfectionnement des enseignants dans le but d'améliorer la qualité de l'éducation.

Notre approche découle d'une philosophie qui conçoit l'enseignant comme le levier principal permettant de rehausser la valeur éducative des écoles. Cette conviction s'appuie sur l'expérience des vingt dernières années dans notre discipline alors que des millions ont été investis presqu'exclusivement dans l'élaboration de programmes et de textes scolaires, sans obtenir les résultats escomptés. Ces échecs peuvent être attribués à l'ignorance de la psycho-pédagogie de l'apprentissage et au manque de préparation de l'enseignant. Pourtant, il est bien évident qu'aucun programme ou texte scolaire ne peut en soi répondre adéquatement à tous les problèmes rencontrés en classe. Le besoin de former des enseignants autonomes et capables d'innover n'est donc pas fictif, mais bien réel.

Il ne suffit pas à l'enseignant de vouloir être autonome et de vouloir innover : il doit en avoir les moyens. Les éléments de la recherche que nous favorisons les lui fourniraient. S'il peut les assimiler, il atteindra un niveau plus professionnel, celui *d'enseignant-chercheur*. L'application minutieuse des méthodes que nous suggérons rendra sa recherche plus scientifique, ce qui aura l'effet de la valoriser et d'en faciliter la communication. Un tel enseignant, tout en étant plus ouvert aux innovations qu'on lui recommande, deviendra aussi plus critique quant à leur portée pédagogique qu'il pourra vérifier lui-même par l'étude de cas.

C'est en fait l'étude de cas qui se situe au cœur de notre formule d'intégration. En effet, nous pensons qu'une initiation à cette pratique est essentielle pour se sensibiliser aux processus de pensée propres à l'enfant et pour analyser la valeur pédagogique d'une intervention. Les modèles de compréhension et d'apprentissage fournissent un cadre de référence à ces analyses et permettent une évaluation plus fine dépassant le simple niveau des habiletés instrumentales. Une telle évaluation est indispensable à l'enseignant qui doit fonctionner dans une classe hétérogène et se préoccuper de la croissance optimale de chaque élève. La tendance actuelle à intégrer aux classes régulières les enfants en troubles d'apprentissage ne fait qu'augmenter les exigences auxquelles il doit répondre. En effet, selon la Direction générale supérieure du ministère de l'Éducation du Québec (MEQ, Paré, 1979), il faudrait que dans le cadre du baccalauréat spécialisé en éducation préscolaire et en enseignement primaire, tous les candidats soient préparés à faire un travail de prévention, de dépistage et de correction des troubles mineurs d'adaptation et d'apprentissage.

Les éléments de la recherche auxquels nous nous sommes attachés débordent le domaine de la mathématique et ils pourraient être appliqués sans trop de modification aux programmes de formation et de perfectionnement en didactique des sciences de la nature, par exemple. En sciences humaines, par contre, il appert à prime abord qu'au moins l'entrevue clinique et l'expérimentation didactique pourraient s'avérer profitables mais c'est en fin de compte aux didacticiens de ces disciplines d'en juger.

Si dans un premier temps il s'agit de déterminer les aspects de la recherche utiles à la pratique de l'enseignement, il faut dans un deuxième temps étudier la question tout aussi importante touchant leur assimilation par les maîtres. Cette question a été sondée au cours de quelques études-pilotes. Dans certains de nos cours de formation et de perfectionnement, tant au niveau primaire que secondaire, la possibilité d'enseigner à nos étudiants les modèles de compréhension et d'apprentissage, et de les initier à l'entrevue clinique a été explorée. Des résultats assez prometteurs justifient une étude systématique de la question. De plus, une version de l'expérimentation didactique que nous jugeons à la portée des enseignants a été conçue (Bergeron, Herscovics, 1979).

Nous avons entrepris un projet de recherche qui s'échelonne sur trois ans et qui porte sur la vérification d'hypothèses concernant des moyens concrets d'intégrer ces éléments de la recherche à la formation et au perfectionnement des maîtres, et la façon d'évaluer les progrès accomplis.

Nous serions heureux d'échanger des commentaires et de recevoir de nos collègues, leurs critiques et suggestions.

L'élaboration de notre version de l'expérimentation didactique soviétique a été subventionnée par l'Université de Montréal (CAFIR, 1979).

BIBLIOGRAPHIE

Bauersfeld, H. (1976). Research Related to the Mathematical Learning Process, in *Proceeding of the Third International Congress on Mathematical Education*, Athen A. and Kunle H. (Eds), Karlsruhe, pp. 231-245.

Bishop, A. (1971). Bridge Building, in *Mathematics Teaching*, no. 54.

Bishop, A. (1972). Reserach and the Teaching Theory Interface, in *Mathematics Teaching*, no. 60.

Bishop, A. (1975). Detached Reflection, in *Mathematics Teaching*, no. 72.

Bergeron, J.C., Green, A. (1969). *PIMAS : Projet d'intégration de Mathématique, Arts et Sciences*. (Montréal : Beauchemin, épuisé).

Bergeron, J.C., Herscovics, N. (1979). *L'expérimentation didactique soviétique, une méthode de recherche à la portée des enseignants*. Conférence donnée conjointement au congrès annuel de l'Association Mathématique du Québec, Hull.

Bruner, J. (1960). *The Process of Education*. Cambridge : Harvard.

Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge : Harvard University Press.

Bruner, J. (1973). *The Relevance of Education*. New York : Norton, 1973.

Byers, V., Herscovics, N. (1977). Understanding School Mathematics, in *Mathematics Teaching*. 81, 24-27.

Carpenter, T., Moser, J. (1979). The Development of Addition and Subtraction Concepts in Young Children, *Papers for the Third International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Commission d'étude sur les Universités (1979). *Rapport du comité d'étude sur la formation et le perfectionnement des enseignants.* Rapport — mai 1979.

Dienes, Z.P. (1970). *Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique.* Montréal : Hurtubise.

Easley, J.A. (1977). On Clinical Studies in Mathematics Education, in *Mathematics Education Information Report.* ERIC/SMEAC, Columbus, Ohio.

Erlwanger, S.H. (1975). Case Studies of Children's Conceptions of Mathematics, in *The Journal of Children's Mathematical Behavior,* 1, no. 3, pp. 157-283.

Gaulin, C. (1978). Innovations in Teacher Education Programs in *Educating Teachers of Mathematics, the Universities' Responsability.* Coleman, A.G., Higginson, W.C., Wheeler, D.H. (Eds). Science Council of Canada, Ottawa.

Ginsburg, H. (1977). *Children's Arithmetic,* New York : Van Nostrand.

Herscovics, N. (1978). *Les modèles de la compréhension* Atelier organisé par l'APAME (Piémont, Québec) et réunissant des enseignants-conseillers pédagogiques.

Herscovics, N. (1979). A Learning Model for some Algebric Concepts, in Fuson K., Geeslin, W. (Eds) : *Explorations in the Modeling of the Learning of Mathematics.* Columbus : ERIC/SMEAC.

Herscovics, N. (1980). The Understanding of Some Algebraic Concepts at the Secondary Level, in *The Proceedings of the Warwick Meeting of the IGPME* (International Group for the Psychology of Mathematics Education).

Kantowski, M.G. (1979). The Teaching Experiment and Soviet Studies of Problem Solving, in Hatfield, L., Bradbard, D. (Eds) : *Mathematical Problem Solving : Papers from a Research Workshop,* Columbus : ERIC/SMEAC.

Kerslake, D. (1977). The Understanding of graphs, in *Mathematics in School,* 6, 2, pp. 22-25.

Kline, M. (1973). *Why Johnny Can't Add.* New York : St Martin's Press.

MEQ, Fare, L. (1979). Lettre adressée au Vice-recteur aux études par intérim de l'Université de Montréal au sujet de son programme de Baccalauréat spécialisé, éducation préscolaire et enseignement primaire.

Menchinskaya, N.A. (1969a). Fifty years of Soviet Instructional Psychology, in Kilpatrick, J., Wirszup, I. (Eds) : *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics. vol. 1 : The Learning of Mathematical Concepts,* pp. 5-27, Stanford : SMSG.

Menchinskaya, N.A. (1969b). The Psychology of Mastering Concepts : Fundamental Problems and Methods of Research, in Kilpatrick, J., Wirszup, I. (Eds) : *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics. vol. 1 : The Learning of Mathematical Concepts,* pp. 75-92, Stanford : SMSG.

Opper, S. (1977). Piaget's Clinical Method, in *The Journal of Children's Mathematical Behavior,* 1, no. 4, 90-107.

Piaget, J., Inhelder, B. (1947). *La représentation de l'espace chez l'enfant.* 3ème édition. Paris : Presses Universitaires de France.

Skemp, R.R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics,* London : Pelican, p. 88.

Skemp, R.R. (1976). Relational and Instrumental Understanding, in *Mathematics Teaching,* no. 77.

Wheeler, D. (1970). The Role of the Teacher, in *Mathematics Teaching,* no. 50, 7 pages.