Horizons philosophiques

Causalité et physique moderne

Louis Marchildon

Volume 2, numéro 2, printemps 1992

Philosophie et sciences : du concept au réel

URI : https://id.erudit.org/iderudit/800896ar
DOI : https://doi.org/10.7202/800896ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Collège Édouard-Montpetit

ISSN

1181-9227 (imprimé)
1920-2954 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Marchildon, L. (1992). Causalité et physique moderne. *Horizons philosophiques*, *2*(2), 65–82. https://doi.org/10.7202/800896ar

Causalité et physique moderne*

1. Introduction

La notion de causalité est omniprésente en sciences naturelles. Elle se ramifie d'ailleurs en bon nombre de concepts, qui se distinguent souvent les uns des autres bien plus que par de simples nuances[1]. Notre propos n'est pas ici d'en examiner toutes les facettes. Nous allons plutôt considérer quelques aspects spécifiques de la causalité, en relation avec certaines expériences récentes de microphysique.

La mécanique quantique, dont la formulation générale a été proposée vers 1925, a rapidement conduit les scientifiques et les épistémologues à revoir leurs idées sur la causalité. Ainsi, la proposition selon laquelle dans les mêmes circonstances, les mêmes causes produisent les mêmes effets, pouvait jadis paraître évidente et même vraie à priori. Aujourd'hui, par contre, la plupart des physiciens seraient probablement d'avis que cette proposition n'est tout simplement pas vraie. Si, par exemple, deux atomes radioactifs identiques sont préparés de la même manière, alors la mécanique quantique leur associe rigou-

* Je remercie MM. André Leclerc et Christian Héon de leurs commentaires sur une première version du manuscrit.

1. Pour un examen général de la causalité, voir M. Bunge, *Causality and Modern Science*, 3e éd., New York, Dover, 1979.

reusement le même état. Et pourtant, l'un peut se désintégrer dans la seconde qui suit, alors que l'autre y mettra un million d'années[2]...

Est-ce à dire que la mécanique quantique a évincé toute notion de causalité de la description des phénomènes naturels? Certainement pas. Pour la plupart des phénomènes macroscopiques, la description quantique se rapproche à bien des égards de la description classique ou newtonienne. Or, celle-ci se prête très bien à la formulation de principes rigoureux de causalité. Donnons-en un exemple.

Définissons une boucle causale comme une suite d'événements E_1, E_2, ... E_n tels que E_i exerce une influence sur E_{i+1} et E_n coïncide avec E_1. À toutes fins pratiques, l'occurrence de boucles causales est équivalente à l'existence de situations où un événement exerce une influence sur un autre événement qui lui est antérieur et qui est situé au même endroit. Nous pouvons alors énoncer ce que nous appellerons, de manière concise, le principe minimal de causalité : «Dans la nature, il ne peut y avoir de boucles causales.»

Entendu comme tel, le principe de causalité n'est rien d'autre que l'expression d'une nécessité. Si des boucles causales étaient possibles, je pourrais, par exemple, empêcher que mes parents ne se soient rencontrés, et donc empêcher ma propre génération. Une boucle causale implique simultanément *p* et non-*p*, c'est-à-dire une contradiction. Un univers où existeraient des boucles causales n'est pas un monde possible.

2. En réalité, le problème est plus complexe, puisqu'il fait intervenir le mode de préparation du système et peut-être aussi l'appareil nécessaire à la détection des produits radioactifs. Mais, et c'est ce que nous voulons faire ressortir, la proposition de départ n'est sûrement pas évidente. Notons que l'exemple donné contredit également le principe de raison suffisante, selon lequel tout événement a une cause assignable.

Sans pouvoir entrer dans les détails, signalons que, dans le contexte de la théorie de la relativité restreinte, le principe minimal de causalité est essentiellement équivalent à la prohibition de signaux plus rapides que la lumière[3]. Sous cette forme, le principe minimal de causalité est souvent appelé principe de localité relativiste, ou tout simplement localité relativiste.

Logiquement, le principe de localité relativiste découle de la conjonction du principe minimal de causalité et de la théorie de la relativité restreinte. Le principe minimal de causalité, nous l'avons vu, est nécessairement vrai. La théorie de la relativité restreinte, sans être nécessairement vraie, est remarquablement confirmée par une myriade de résultats expérimentaux. Quelle n'a donc pas été la surprise de plusieurs lorsque certaines expériences, réalisées au cours des quinze dernières années, ont justement semblé pouvoir s'interpréter par la présence de signaux plus rapides que la lumière. Ces expériences, autrement dit, pouvaient paraître violer la localité relativiste.

Dans les pages qui suivent nous allons présenter, de manière simplifiée et quelque peu idéalisée, certains de ces résultats expérimentaux. Pour ce faire, nous introduirons d'abord l'observable physique qu'on appelle le spin d'une particule. Nous examinerons ensuite plus spécifiquement la corrélation des spins de deux particules ayant interagi d'une certaine manière. Dans toute théorie dite locale-réaliste (qui correspond à l'intuition la plus naturelle de la réalité physique), nous démontrerons que ces corrélations doivent satisfaire à une contrainte, appelée inégalité de Bell. Or, les expériences que nous venons de mentionner ont montré que, dans la nature, l'inégalité de Bell est violée. Nous verrons que si, malgré ces expériences, la localité relativiste peut être maintenue, tel n'est sans doute

3. Voir par exemple R. Girard et L. Marchildon, «Are tachyon causal paradoxes solved?», *Foundations of Physics*, vol. 14 (1984), p. 535-548.

pas le cas de certaines formulations du principe de causalité plus fortes que ce que nous avons appelé le principe minimal[4].

2. Corrélation de spins

Les expériences dont nous venons de parler ont mesuré la corrélation des spins de particules élémentaires. Voyons d'abord ce qu'est le spin.

Le spin est une catégorie d'observables physiques, se rapportant à une particule ou à un ensemble de particules. Il s'apparente au moment cinétique qui, en mécanique classique, représente en quelque sorte la quantité de mouvement rotatoire d'une particule ou d'un système. En mécanique quantique, cependant, les observables de spin ont la propriété de ne pouvoir prendre que certaines valeurs discrètes. Par ceci, on entend que le résultat de la mesure d'une observable de spin ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs[5].

Le spin a la propriété d'être mesurable suivant n'importe quelle direction. Si $\hat{u}$ est un vecteur unitaire donné, on peut donc parler de l'observable spin suivant $\hat{u}$, ou de la composante du spin suivant $\hat{u}$. Cette observable sera dénotée par S_u. En général, donc, une particule a une infinité d'observables de spin, chacune suivant une direction. Pour une particule donnée, cependant, l'ensemble des résultats possibles de mesure d'une composante du spin

4. La littérature sur l'inégalité de Bell et sa violation expérimentale est très vaste. L'intérêt philosophique, en particulier, est dégagé dans J.T. Cushing et E. McMullin (éds.), *Philosophical Consequences of Quantum Theory,* Notre Dame, Indiana, University of Notre Dame Press, 1989.

5. En fait, ces valeurs sont égales à $m\hbar$, où $\hbar$ est une constante universelle. Pour tout spin, il existe un entier ou demi-entier non négatif j tel que les valeurs possibles de m diffèrent de j par un entier et satisfont à l'inégalité $-j \leq m \leq j$. Les propriétés du spin sont développées dans tous les manuels de mécanique quantique, en particulier dans C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Laloë, *Mécanique quantique*, t. I et II, 2e éd., Paris, Hermann, 1977.

ne dépend pas de la direction choisie pour définir cette composante. Autrement dit, l'ensemble des résultats possibles d'une mesure de S_u coïncide avec l'ensemble des résultats possibles d'une mesure de S_v, quels que soient $\hat{u}$ et $\hat{v}$. Par ailleurs, une instance donnée de mesure de S_u pourra différer d'une instance donnée de mesure de S_v.

Le spin de l'électron, qui ne peut prendre que deux valeurs, est un bon exemple des concepts que nous venons d'introduire. La mesure d'une composante du spin de l'électron ne peut produire, dans des unités appropriées, que les valeurs +1 et -1. Ceci est vrai quelle que soit la composante choisie. Une mesure particulière d'une composante du spin d'un électron donnera ou bien la valeur +1 ou bien la valeur -1.

Lorsque deux ou plusieurs particules porteuses de spin viennent en interaction et se séparent par la suite, leurs spins peuvent être corrélés. Ceci signifie que la probabilité d'obtenir tel ou tel résultat pour la mesure d'une composante du spin de la particule *A*, par exemple, dépend du résultat déjà obtenu pour la mesure d'une composante du spin de la particule *B*. Ceci se produit de manière particulièrement frappante lorsque deux électrons (plus exactement, un électron et un positron) interagissent et se séparent de manière à former un état spécifique que nous appellerons l'état χ. Deux électrons (A et B) dans l'état χ ont la propriété suivante. Si l'on mesure le spin de *A* suivant $\hat{u}$ et qu'on obtienne +1, alors une mesure du spin de *B* suivant $\hat{u}$ donnera nécessairement -1. De même, si une mesure du spin de *A* suivant $\hat{u}$ donne -1, alors une mesure du spin de *B* suivant $\hat{u}$ donnera nécessairement +1. C'est dire que, dans l'état χ, le résultat de la mesure du spin d'une particule suivant un axe donné détermine entièrement le résultat de la mesure de l'autre (suivant le même axe). Les spins sont complètement corrélés.

À quelques nuances près, ces remarques constituent des faits expérimentaux. Il est important de remarquer que, dans l'état χ, la corrélation des spins subsiste quelle que soit la distance qui sépare éventuellement les deux électrons. Cette corrélation est la même quel que soit l'axe $\hat{u}$ suivant lequel les spins de A et de B sont mesurés.

L'analyse de corrélation que nous venons de décrire nous permet de tirer les conclusions suivantes. Soit $\hat{u}$ une direction quelconque. Il est possible, sans perturber l'électron B, de prédire avec certitude le résultat d'une mesure de la composante suivant $\hat{u}$ du spin de B. En effet, il suffit pour ce faire de mesurer la composante suivant $\hat{u}$ du spin de A. Si une mesure de celle-ci donne +1 (respectivement, -1), une mesure de celle-là donnera nécessairement -1 (respectivement, +1). Puisque le résultat d'une mesure d'une composante quelconque du spin de B peut être prédit avec certitude sans qu'on perturbe l'électron B, il est presque irrésistible de conclure que toute composante du spin de B a une valeur bien précise à tout instant.

On dira d'une théorie qu'elle est locale-réaliste si elle assigne une valeur bien précise à toute observable physique, se rapportant à un système donné, qui peut être prédite avec certitude sans qu'on perturbe le système[6]. Il semble donc que la corrélation des spins d'une paire d'électrons dans l'état χ devrait être décrite par une théorie locale-réaliste. Or, la mécanique quantique n'est pas une théorie locale-réaliste. En effet, rien dans son formalisme ne permet d'assigner des valeurs précises à toutes les composantes du spin d'un électron. C'est un argument semblable qui, en 1935, a conduit Einstein, Podolsky et Rosen à conclure que la mécanique quantique est une théorie fondamentalement incomplète[7].

6. Pour simplifier la discussion qui vient, l'expression «locale-réaliste» est utilisée ici dans un sens un peu plus restreint que chez la plupart des auteurs. La généralité sera recouvrée aux sections 4 et 5.

7. «Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?», *Physical Review*, vol. 47 (1935), p. 777-780.

3. Inégalité de Bell

Nous avons introduit, à la section précédente, le symbole χ pour représenter l'état de deux électrons dans lequel le produit des résultats de mesure des composantes du spin selon un axe est toujours égal à -1. En fait, rien à priori ne permet d'affirmer qu'il y a seulement un état qui corresponde à cette définition. C'est cependant ce qui se passe dans le formalisme de la mécanique quantique. Il y a un seul état quantique pour lequel le produit des résultats de mesure mentionnés est toujours égal à -1.

Dans une théorie locale-réaliste, par contre, il est clair qu'il n'y a pas qu'un seul état χ. Nous avons vu que chaque composante du spin de chaque électron peut être prédite avec certitude sans perturber l'électron en question. Dans une théorie locale-réaliste, chaque composante du spin de chaque électron a donc à tout moment une valeur bien définie. Cette valeur peut être égale à +1 ou à -1. C'est dire qu'il y a des états χ correspondant à n'importe quel choix de valeurs (parmi +1 et -1) pour chaque composante de spin. Autrement dit, il y a dans toute théorie locale-réaliste une infinité d'états χ. Nous dénoterons par X l'ensemble de tous les états χ.

Supposons que le spin est correctement décrit par une théorie locale-réaliste. Soit χ un élément de X. Dénotons par $\xi_A(\hat{u}, \chi)$ la valeur de la composante suivant $\hat{u}$ du spin de l'électron A dans l'état χ. De même, dénotons par $\xi_B(\hat{v}, \chi)$ la valeur de la composante suivant $\hat{v}$ du spin de l'électron B dans l'état χ. Soit $P(\chi)$ la probabilité que la paire d'électrons soit dans l'état χ. Enfin, soit $C(\hat{u}, \hat{v})$ la valeur moyenne, sur tous les états χ, du produit du spin de A suivant $\hat{u}$ et du spin de B suivant $\hat{v}$. Par définition de la valeur moyenne, on a

$$C(\hat{u}, \hat{v}) = \int_X d\chi P(\chi)\, \xi_A(\hat{u}; \chi)\, \xi_B(\hat{v}; \chi). \qquad (1)$$

En fait, $C(\hat{u}, \hat{v})$ représente ce qu'on appelle, en théorie des probabilités, la corrélation des valeurs de deux composantes différentes des spins[8].

Ces définitions et notations établies, nous pouvons énoncer le résultat que J.S. Bell a obtenu en 1964. Bell a montré que, quel que soit le choix de la densité de probabilité $P(\chi)$, la corrélation $C(\hat{u},\hat{\upsilon})$ satisfait à l'inégalité suivante[9] :

$$| C(\hat{u}, \hat{\omega}) - C(\hat{u}, \hat{\upsilon}) | \leq 1 + C(\hat{\upsilon}, \hat{\omega}). \quad (2)$$

Ce résultat sera démontré en appendice. Il est valable dans toute théorie locale-réaliste et pour tout choix des axes $\hat{u}$, $\hat{\upsilon}$ et $\hat{\omega}$.

En mécanique quantique, contrairement aux théories locales-réalistes, l'ensemble X ne contient qu'un seul élément χ. Dans le cadre de ce formalisme, on peut montrer que la corrélation des spins est donnée par

$$C_{MQ}(\hat{u}, \hat{\upsilon}) = - \{ u_x\upsilon_x + u_y\upsilon_y + u_z\upsilon_z \} , \quad (3)$$

où u_x, u_y et u_z sont les composantes du vecteur unitaire $\hat{u}$ (et de même pour $\hat{\upsilon}$). Il est aisé de montrer que, pour certains choix de $\hat{u}$, $\hat{\upsilon}$ et $\hat{\omega}$, la corrélation des spins prédite par la mécanique quantique ne satisfait pas à l'inégalité de Bell.

Le fait que, dans certaines circonstances (c'est-à-dire dans l'état ou les états χ), on peut prédire avec certitude le spin d'un électron sans perturber celui-ci laisse penser que les électrons doivent être décrits par une théorie locale-réaliste. Or, l'inégalité de Bell doit être satisfaite dans

8. Les valeurs moyennes des spins eux-mêmes s'annulent. Notons en passant qu'une intégrale peut être entendue comme la limite d'un processus de sommation, lorsque le nombre de termes tend vers l'infini. On pourra, à toutes fins pratiques, lire le membre de droite de l'équation (1) comme la somme, sur toutes les valeurs de χ, des produits de ξ_A, ξ_B et de la probabilité de χ.

9. «On the Einstein Podolsky Rosen paradox», *Physics*, vol. 1 (1964), p. 195-200.

toute théorie locale-réaliste. Qu'en est-il d'un point de vue expérimental? Au cours des dernières années, des expériences fort délicates ont tenté de trancher la question[10]. Le consensus qui se dégage maintenant est le suivant. Il semble que, dans la nature, l'inégalité de Bell ne soit pas respectée. C'est dire que la nature ne peut être décrite correctement par une théorie locale-réaliste[11].

S'il est vrai que l'inégalité de Bell n'est pas respectée dans la nature, quelles sont les conséquences de cette violation? La composante suivant $\hat{u}$ du spin de l'électron *B*, dont on peut prédire la valeur avec certitude, n'a pas toujours pour autant une valeur bien définie. Autrement dit, la valeur mesurée ne peut dépendre seulement de l'axe $\hat{u}$ et de l'état χ décrivant le système d'électrons. Mais de quoi d'autre peut-elle dépendre? Pour effectivement prédire cette valeur, il faut mesurer la composante suivant $\hat{u}$ du spin de l'électron *A*. Tout se passe comme si l'électron *B* «savait» quelle composante de l'électron *A* a été mesurée. Qui plus est, l'électron *B* le «sait» instantanément. En effet, certaines des expériences qui ont mesuré la corrélation des spins ont été réalisées dans des intervalles de temps

10. Les plus concluantes de ces expériences sont sans doute celles de A. Aspect, P. Grangier et G. Roger, «Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*: A new violation of Bell's inequalities», *Physical Review Letters*, vol. 49 (1982), p. 91-94; et de A. Aspect, J. Dalibard et G. Roger, «Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analysers», *Physical Review Letters*, vol. 49 (1982), p. 1804-1807. Voir aussi J.F. Clauser et A. Shimony, «Bell's theorem : experimental tests and implications», *Reports on Progress in Physics*, vol. 41 (1978), p. 1881-1927.

11. En réalité, les expériences que nous venons de mentionner ont été réalisées avec des photons plutôt qu'avec des électrons. Dans toute théorie locale-réaliste, la corrélation des spins de photons doit elle aussi satisfaire à des inégalités apparentées à celle de Bell (que nous appellerons toutes «inégalité de Bell»). Les expériences ont révélé que ces inégalités ne sont pas satisfaites dans la nature. Notons par ailleurs que l'interprétation des expériences, comme toute la présente discussion, suppose que l'expérimentateur peut librement choisir la composante du spin qu'il mesure, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de «conspiration cosmique» ou d'«harmonie préétablie» qui lie le choix de $\hat{u}$ (pour *A*) au choix de $\hat{v}$ (pour *B*).

si courts que même un rayon lumineux n'aurait pu transmettre suffisamment vite l'information de *A* à *B*. Serait-ce que la corrélation des spins implique un transfert d'information plus rapide que la lumière?

La violation de l'inégalité de Bell pose, à première vue, de graves problèmes à la notion de localité relativiste que nous avons introduite plus tôt. Est-il vrai que la corrélation des spins implique un transfert d'information plus rapide que la lumière? Seule une analyse serrée permettra de dire si tel est le cas ou non.

4. Localité forte, localité simple et localité relativiste

Dans une théorie locale-réaliste, les valeurs de toutes les composantes du spin de deux électrons dans un état χ sont complètement déterminées. En mécanique quantique, par contre, l'état χ ne détermine que la probabilité d'obtenir tel ou tel résultat lors de la mesure d'une composante du spin. Il est utile, pour la discussion qui va suivre, d'introduire une notation qui puisse décrire à la fois ces deux situations.

Soit deux électrons dans l'état χ. Nous allons dénoter par $P(\xi_A, \xi_B|\hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi)$ la probabilité conjointe qu'une mesure du spin de l'électron *A* suivant l'axe $\hat{u}_A$ donne la valeur ξ_A, et qu'une mesure du spin de l'électron *B* suivant l'axe $\grave{u}_B$ donne la valeur ξ_B. Par ailleurs, nous allons dénoter par $W_A(\xi_A \mid \hat{u}_A, \chi)$ la probabilité qu'une mesure du spin de l'électron *A* suivant l'axe $\hat{u}_A$ donne la valeur ξ_A, lorsque le spin de l'électron *B* n'est pas mesuré. De même, nous allons dénoter par $W_B(\xi_B \mid \hat{u}_B, \chi)$ la probabilité qu'une mesure du spin de l'électron *B* suivant l'axe $\hat{u}_B$ donne la valeur ξ_B, lorsque le spin de l'électron *A* n'est pas mesuré.

On dit qu'une théorie satisfait à l'hypothèse de localité forte si, quelle que soit la valeur des arguments, les probabilités satisfont à l'équation[12]

12. Les définitions de cette section sont redevables à J.P. Jarrett, «On the physical significance of the locality conditions in the Bell arguments», *Noûs*, vol. 18

$$P(\xi_A, \xi_B \mid \hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi) = W_A(\xi_A \mid \hat{u}_A, \chi)\, W_B(\xi_B \mid \hat{u}_B, \chi). \quad (4)$$

L'hypothèse de localité forte implique que la probabilité qu'une mesure du spin de l'électron *A* donne la valeur ξ_A, par exemple, est indépendante du résultat de la mesure du spin de l'électron *B*, et même de l'axe selon lequel ce dernier est mesuré.

Les fonctions W_A et W_B sont des distributions de probabilité. C'est dire que, par exemple, la somme de W_A sur toutes les valeurs de la variable ξ_A est égale à un. Il est intéressant de sommer les deux membres de l'équation précédente sur ξ_A et sur ξ_B. On obtient sans peine que

$$\begin{aligned} \sum\nolimits_{\xi_A} P(\xi_A, \xi_B|\hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi) &= W_B(\xi_B|\hat{u}_B, \chi), \\ \sum\nolimits_{\xi_B} P(\xi_A, \xi_B|\hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi) &= W_A(\xi_A|\hat{u}_A, \chi). \end{aligned} \quad (5)$$

On dit qu'une théorie satisfait à l'hypothèse de localité simple si, quelle que soit la valeur des arguments, les probabilités satisfont aux équations précédentes.

Il est aisé de voir que, si la localité simple découle de la localité forte, l'inverse n'est pas vrai. C'est dire que, comme son nom l'indique, la localité forte est une hypothèse plus restrictive que la localité simple. Nous allons maintenant énoncer trois résultats qu'il serait trop long de démontrer ici, mais dont on peut trouver les preuves dans les articles déjà cités.

Théorème 1. L'hypothèse de localité forte implique l'inégalité de Bell.

Théorème 2. L'hypothèse de localité simple est satisfaite par la mécanique quantique. Elle n'implique donc pas l'inégalité de Bell.

(1984), p. 569-589. Voir aussi L.E. Ballentine et J.P. Jarrett, «Bell's theorem : does quantum mechanics contradict relativity?», *American Journal of Physics*, vol. 55 (1987), p. 696-701.

Théorème 3. Dans le contexte des expériences de spin, la localité simple est essentiellement équivalente à la localité relativiste, c'est-à-dire à l'hypothèse selon laquelle tout transfert d'information plus rapide que la lumière est exclu.

Quelle est la signification de ces théorèmes, eu égard aux résultats expérimentaux sur la corrélation des spins? L'inégalité de Bell est violée dans la nature. C'est dire que l'hypothèse de localité forte est violée. Par contre, la violation de l'inégalité de Bell n'implique pas la violation de la localité simple. Cette dernière est satisfaite par la mécanique quantique, dont les prédictions sur la corrélation des spins s'accordent avec les résultats expérimentaux. Rien ne permet donc de conclure que la corrélation des spins peut être utilisée pour transmettre de l'information plus rapidement que la lumière. Le principe de localité relativiste, comme nous l'avons formulé plus haut, est cohérent avec les résultats expérimentaux.

5. Cause commune et séparabilité

Résumons les conclusions que nous avons obtenues jusqu'à maintenant. Les expériences sur la corrélation des spins nous amènent à conclure, avec un haut degré de confiance, que la localité forte est violée dans la nature. Par contre, ces résultats expérimentaux s'accordent avec les prédictions de la mécanique quantique, qui est cohérente avec la localité relativiste. Nous allons donc supposer, comme de très nombreuses expériences différentes l'indiquent, que la localité relativiste est respectée dans la nature.

Où se situe, précisément, la violation de la localité forte? C'est J.P. Jarrett[13] qui a peut-être donné à cette question la réponse la plus claire. Jarrett a introduit une

13. «On the physical...».

notion qu'il a appelée la complétude. En termes des notations de la section précédente, la complétude se formule par

$$P(\xi_A, \xi_B|\hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi) = F_A(\xi_A|\hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi)\ F_B(\xi_B|\hat{u}_A, \hat{u}_B, \chi). \qquad (6)$$

Ici, F_A et F_B sont deux fonctions arbitraires de leurs arguments. L'équation précédente signifie, entre autres, que la probabilité d'obtenir la valeur ξ_A, lorsqu'on mesure le spin de l'électron *A*, est indépendante du résultat de la mesure du spin de l'électron *B*.

Il n'est pas difficile de prouver que la localité forte est équivalente à la conjonction de la localité simple et de la complétude. La preuve se fait tout simplement en montrant que l'équation (4) implique les équations (5) et (6) et que, réciproquement, (5) et (6) impliquent (4). Si la localité simple est respectée et que la localité forte est violée, nous devons alors conclure que la complétude est violée.

Quelle est la signification précise de l'équation (6)? Cette équation indique que, une fois que les conditions expérimentales (c'est-à-dire les valeurs de $\hat{u}_A$, $\hat{u}_B$ et χ) sont spécifiées, la probabilité d'obtenir ξ_A et ξ_B se factorise en une probabilité d'obtenir ξ_A et une probabilité d'obtenir ξ_B. La connaissance des états de l'électron *A* et de l'électron *B* indépendamment suffit pour connaître l'état du système composé de deux électrons, d'où le terme de complétude.

Ainsi interprétée, l'équation (6) exprime ce qu'on pourrait appeler la séparabilité des systèmes[14]. Considérons un cas générique où un système est composé de deux sous-systèmes. La question suivante est alors pertinente : est-ce que la connaissance des états des deux sous-systèmes pris indépendamment suffit pour connaître l'état du système composé? Autrement dit, existe-t-il des propriétés

14. La notion de séparabilité a été analysée dans plusieurs contributions à l'ouvrage édité par Cushing et McMullin, *Philosophical...*, entre autres par D. Howard, «Holism, separability, and the metaphysical implications of the Bell experiments», p. 224-253.

(qu'on pourrait appeler émergentes) qui apparaissent dans un système composé sans qu'elles n'apparaissent dans chacun des sous-systèmes pris indépendamment? La validité de l'équation (6) signifierait qu'il n'y a pas de telles propriétés émergentes. Sa violation, par contre, signifie qu'il y en a, c'est-à-dire que le système composé n'est pas à tous points de vue séparable en sous-systèmes.

L'équation (6) se prête aussi à une autre interprétation, qui est peut-être la plus intéressante[15]. Pour y arriver, il est nécessaire d'introduire le concept de cause commune de deux événements corrélés. Si x et y sont deux événements, on dit que ces événements sont (positivement) corrélés dans le cas où

$$P(x, y) > P(x)\,P(y), \tag{7}$$

où P dénote la probabilité. Des corrélations relevées à partir d'un nombre restreint d'observations peuvent bien sûr être le fruit du hasard. Par contre, des corrélations qui subsistent systématiquement nous portent presque irrésistiblement à vouloir les expliquer de manière causale. Le cas le plus simple est celui où l'un des deux événements est la cause de l'autre. Ainsi, l'embonpoint et la boulimie sont corrélés parce que la boulimie est une cause (parmi d'autres) de l'embonpoint. Par ailleurs, il peut arriver que x et y soient corrélés sans que l'un ne soit la cause de l'autre. Dans ce cas, on cherchera à expliquer la corrélation en termes d'un troisième événement (antérieur) z, qui serait la cause commune. Ainsi, le cancer du poumon et les doigts jaunis sont corrélés sans que l'un ne cause l'autre. La corrélation est expliquée en notant que la cigarette est une cause commune des deux.

15. Voir par exemple B.C. van Fraassen, «The charybdis of realism : epistemological implications of Bell's inequality», dans Cushing et McMullin, *ibid.*, p. 97-113.

C'est Reichenbach qui, semble-t-il, a formalisé le premier le concept de cause commune[16]. Pour que la corrélation de x et y soit complètement expliquée en termes d'une cause commune z, il faut que les occurrences de x et de y conditionnellement à z ne soient plus corrélées, c'est-à-dire que

$$P(x, y \mid z) = P(x \mid z)\, P(y \mid z). \tag{8}$$

Le principe de localité relativiste implique qu'aucun des résultats de mesure des spins corrélés n'est la cause de l'autre. La formalisation de Reichenbach permet d'interpréter la violation de l'équation (6) de manière originale. La corrélation des spins observée expérimentalement et prédite par la mécanique quantique ne peut non plus s'expliquer par le recours à une cause commune.

6. Conclusion

On a souvent fait remarquer que, à mesure que les théories scientifiques changent ou évoluent, ce ne sont pas les mêmes phénomènes qui requièrent une explication. Ainsi, en physique aristotélicienne, tout mouvement doit avoir une cause. En physique newtonienne, par contre, le mouvement à vitesse constante n'a pas besoin d'être expliqué. Seul le mouvement accéléré requiert une cause.

Le formalisme de la mécanique quantique, comme nous l'avons signalé au début, ne permet pas de prédire de manière catégorique les résultats de certaines mesures physiques. Dans les mêmes circonstances, il semble que les mêmes causes ne produisent pas nécessairement les mêmes effets. Face à cet état de choses, les physiciens, plus ou moins explicitement, se sont divisés en deux camps. Les uns, à la suite de Bohr, ont conclu que les

16. Voir B.C. van Fraassen, *The Scientific Image*, Oxford, Clarendon Press, 1980, p. 25-31.

succès de la mécanique quantique justifient une modification de nos critères d'explication, de manière à ne plus chercher de causes qui déterminent complètement les phénomènes. Les autres, à la suite d'Einstein, ont préféré continuer à chercher une explication causale complète, quitte à ne pas accepter la valeur ultime de la mécanique quantique.

Les expériences sur la corrélation des spins ont permis de jeter un éclairage nouveau et inattendu sur ce débat. Indépendamment de la validité de la mécanique quantique, il semble que le principe de localité forte soit violé dans la nature. *Grosso modo*, ceci implique de deux choses l'une : ou bien la théorie de la relativité restreinte ne tient plus; ou bien il n'est pas toujours possible, même en principe, d'expliquer une corrélation persistante par une cause commune. Bien que la théorie de la relativité restreinte soit, de manière indépendante, remarquablement confirmée, on ne peut sans doute pas se prononcer catégoriquement sur la deuxième proposition dans l'alternative précédente. Mais personne n'aurait probablement prévu, il y a seulement quelques décennies, qu'elle aurait même pu être formulée.

Appendice : preuve de l'inégalité de Bell[17]

Rappelons la définition de la corrélation des spins $C(\hat{u}, \hat{v})$ de deux électrons dans une théorie locale-réaliste

$$C(\hat{u},\hat{v}) = \int_X d\chi P(\chi)\, \xi_A(\hat{u};\chi)\, \xi_B(\hat{v};\chi). \tag{9}$$

Ici, X est l'ensemble de tous les états χ, $P(\chi)$ est la probabilité de l'état χ et $\xi_A(\hat{u};\chi)$ est la valeur de la composante $\hat{u}$ du spin de l'électron A dans l'état χ.

17. «On the Einstein...».

C'est un fait expérimental que, lorsque les spins des deux électrons sont mesurés suivant le même axe, la corrélation est égale à -1. Pour tout $\hat{u}$, on a donc

$$C(\hat{u}, \hat{u}) = -1. \tag{10}$$

Par ailleurs, $P(\chi)$ est une densité de probabilité. Cela signifie que

$$P(\chi) \geq 0, \qquad \int_X d\chi\, P(\chi) = 1. \tag{11}$$

Les valeurs de ξ_A et ξ_B sont toujours égales à +1 ou -1. Eu égard à l'équation précédente, le membre de droite de l'équation (9) ne peut être égal à -1 que si

$$\xi_A(\hat{u}; \chi) = -\xi_B(\hat{u}; \chi) \tag{12}$$

pour tout $\hat{u}$ et pour tout χ (sauf peut-être sur un ensemble de mesure nulle). On peut donc écrire que

$$C(\hat{u}, \hat{v}) = -\int_X d\chi P(\chi)\, \xi_A(\hat{u}; \chi)\, \xi_A(\hat{v}; \chi). \tag{13}$$

Soit maintenant $\hat{\omega}$ un autre vecteur unitaire. Puisque

$$[\xi_A(\hat{v}; \chi)]^2 = 1, \tag{14}$$

on peut écrire

$$\begin{aligned} &C(\hat{u}, \hat{v}) - C(\hat{u}, \hat{\omega}) \\ &= -\int_X d\chi P(\chi) \left\{\xi_A(\hat{u};\chi)\, \xi_A(\hat{v};\chi) - \xi_A(\hat{u};\chi)\, \xi_A(\hat{\omega};\chi)\right\} \\ &= \int_X d\chi P(\chi)\, \xi_A(\hat{u};\chi)\, \xi_A(\hat{v};\chi) \left\{-1 + \xi_A(\hat{v};\chi)\, \xi_A(\hat{\omega};\chi)\right\}. \end{aligned} \tag{15}$$

Utilisant le fait que la valeur absolue d'une intégrale est bornée supérieurement par l'intégrale de la valeur absolue, on trouve sans peine que

$$
\begin{aligned}
| C(\hat{u},\hat{\omega}) - C(\hat{u}, \hat{\upsilon}) | \\
&\leq \int_X d\chi P(\chi) \{ 1 - \xi_A(\hat{\upsilon};\chi)\, \xi_A(\hat{\omega};\chi) \} \qquad (16)\\
&\leq 1 + C(\hat{\upsilon},\hat{\omega}).
\end{aligned}
$$

C'est l'inégalité de Bell.

Louis Marchildon
Département de physique
Université du Québec à Trois-Rivières