

## Quelques réflexions en marge des tables de mortalité publiées par le bureau de la statistique du Québec

T. Poznanski

Volume 41, numéro 1, 1973

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/1103769ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/1103769ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (imprimé)

2817-3465 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Poznanski, T. (1973). Quelques réflexions en marge des tables de mortalité publiées par le bureau de la statistique du Québec. *Assurances*, 41(1), 1–12. <https://doi.org/10.7202/1103769ar>

# ASSURANCES

Revue trimestrielle consacrée à l'étude théorique et pratique  
de l'assurance au Canada

Les articles signés n'engagent que leurs auteurs.

Prix au Canada :  
L'abonnement : \$4.00  
Le numéro : - \$1.25

Membres du comité :  
Gérard Parizeau, Robert Parizeau,  
Gérald Laberge, Jacques Caya  
Mme Aurette P. Gervais

Administration :  
410, rue Saint-Nicolas  
Montréal

Courrier de la deuxième classe — Enregistrement N° 1638

41<sup>e</sup> année

Montréal, Avril 1973

N° 1

## Quelques réflexions en marge des tables de mortalité publiées par le bureau de la statistique du Québec

par

T. POZNANSKI, actuaire

Le Bureau de la Statistique du Québec (BSQ) a publié récemment les principales caractéristiques des décès enregistrés dans la province entre 1950 et 1967, ce qui a permis à ce Bureau, entre autres, de construire les tables de mortalité dites « abrégées » pour l'ensemble de la province, selon l'âge (par groupes quinquennaux) et le sexe et aussi au niveau des dix régions administratives; cela pour les quatre périodes: 1950-1952, 1955-1957, 1960-1962 et 1965-1967.

Pour pouvoir construire une table de mortalité (complète ou abrégée), il faut être en possession des données de deux éléments concernant:

a) la distribution de la population en un moment donné fournie par le recensement, selon le sexe et l'âge et, parfois aussi, selon l'état conjugal (civil); et

b) le nombre de décès à chaque âge, selon le sexe (et, le cas échéant, selon l'état conjugal) dans l'année du recensement. Mais pour éviter les fluctuations annuelles causées par l'insuffisance des données numériques ainsi que par une épidémie, etc., on observe, règle générale, le nombre de décès pendant une période de trois années autour de l'année du recensement.

2 Des tables de mortalité ainsi construites portant aussi le nom de l'ordre de survie, permettent l'évaluation de la durée de la vie humaine.

Il semble que l'idée ou les essais de faire une telle évaluation ont été entrepris déjà dans l'antiquité.

On possède, par exemple, des notes du célèbre juriste romain Domitius Ulpianus (dit Ulpien) qui a commenté, vers l'an 200 de notre ère, la loi dite « Falcidienne » concernant le patrimoine dont l'héritier testamentaire, trop chargé de legs, avait le droit de faire la distribution, en tenant compte *des âges* des légataires.

D'autre part, au Moyen Âge, quand la vente des rentes viagères était très répandue, on a essayé d'évaluer la durée de la vie humaine. Mais c'était plutôt par l'intuition que par les calculs qu'on établissait les prix de telles rentes.

Comme il est dit plus haut, pour pouvoir construire une table de mortalité, il faut connaître la distribution des décès durant une période donnée par l'âge et le sexe (et parfois aussi selon l'état conjugal) de même que connaître la distribution par âge et par sexe (et selon le cas aussi par l'état conjugal) de la population d'où proviennent ces décès. Or, pour connaître le « visage » de cette population, il n'y a d'autres moyens qu'un recensement complet et détaillé. On croit que le recensement ou l'énumération de la population

est peut-être un des plus anciens actes d'administration, même si c'est sous une forme rudimentaire. Les historiens parlent, par exemple, que de pareils recensements ont été entrepris à Babylone déjà 4500 ans avant notre ère. Mais le premier recensement, dans le sens moderne du mot, a été effectué en 1666, au Québec, par Jean Talon.

D'autre part, le deuxième élément nécessaire pour construire une table de mortalité, à savoir la distribution des décédés selon l'âge, le sexe, etc., est aussi relativement récent. C'est le Concile de Trente (1545-1563) qui ordonna que dans chaque paroisse doit exister un registre des baptêmes et des mariages et c'est le Pape Paul V qui ordonna, en 1614, la tenue de registres des sépultures. Dans les pays protestants, de semblables registres ont été introduits à peu près à la même époque; par exemple, en Angleterre, les premiers registres paroissiaux datent de 1538, introduits par une ordonnance de Thomas Cromwell, sous Henri VIII; les fameux "Bills of Mortality" qui ont joué un si grand rôle dans l'histoire de la mesure de la mortalité datent de 1592.

3

Historiquement, la première table de mortalité est attribuée au célèbre astronome anglais, Edmund Halley qui l'a construite vers 1693 sur la base des inscriptions des sépultures dans la ville silésienne de Breslau (présentement Wroclaw en Pologne).



Les tables de mortalité préparées et publiées par le Bureau de la Statistique du Québec (BSQ) contiennent, entre autres, les données suivantes par sexe et par âge en groupes quinquennaux (séparément pour l'âge zéro), pour chacune des périodes 1950-52, 1955-57, 1960-62 et 1965-67:

a) les décès pendant l'intervalle d'âge parmi les survivants dont le nombre initial est de 100,000;

b) les survivants au début de chaque groupe d'âge; et

c) le nombre d'années vécues par les survivants durant l'intervalle d'âge et aussi durant toutes les années subséquentes.

4 Il est entendu qu'il s'agit d'une génération « fictive » et « fermée » provenant de 100,000 naissances sans aucune entrée par la suite et sans aucune autre sortie que les décès.

Pour établir la colonne des survivants, on est parti de la *probabilité* de décès pour une personne vivant au début d'un intervalle d'âge donné de mourir durant cet intervalle; et ces probabilités on été calculées — d'après une formule particulière — en se basant sur les taux annuels de mortalité observés dans chaque groupe d'âge donné durant la période en question.

Les données concernant le nombre d'années vécues durant toutes les années à partir de l'âge donné ont permis de calculer *l'espérance moyenne* de vie, aussi bien à la naissance qu'au début de chaque groupe d'âge, c'est-à-dire le nombre moyen d'années de vie qui restent à vivre à l'individu de l'âge donné, selon la marche de la mortalité qui existait à l'époque en question. Cette notion de l'espérance de vie (quelquefois « expectative » de vie) étant dans un certain sens la synthèse des probabilités de décès ou de survie dans la table de mortalité est considérée comme l'indice le plus utile pour comparer brièvement deux tables de mortalité.

Mais il serait erroné de croire comme cela arrive parfois que l'espérance de vie sert aux actuaires pour calculer la valeur de la rente viagère. Pour calculer cette dernière, il faut se servir directement de l'ordre de survie comme tel; la rente calculée d'après l'espérance de vie est toujours plus grande

que celle basée sur l'ordre de survie; c'est le jeu d'intérêt pour une période plus longue qui affecte les résultats.



En plus de l'espérance de vie, l'ordre de survie permet de calculer deux autres formules biométriques ou indices mesurant la longévité. Ce sont:

- 1) la durée *probable* de vie;
- 2) la vie *la plus probable*.

5

Il est entendu que pour calculer ces deux indices, on a besoin d'une table « complète », la table abrégée n'est pas suffisante.

Comme l'espérance de vie, ces deux indices sont calculés à partir de la table de mortalité où on trouve le nombre de décès et de survivants à chaque âge, en se basant sur un nombre arbitraire de naissances, par exemple, 100,000.

Quant à la première mesure mentionnée plus haut, celle de la « durée probable de vie », elle indique la période de temps pendant laquelle le nombre initial des personnes dans l'ordre de survie est réduit à la *moitié*; autrement dit, la durée pendant laquelle la moitié des personnes du nombre initial sont décédées. Tout comme l'espérance de vie, la vie probable peut être calculée aussi bien à la naissance qu'à tout autre âge.

Par exemple, d'après la table de mortalité complète masculine au Québec, 1965-67, la « vie probable » à la naissance est d'environ 72 ans (l'espérance de vie n'étant qu'environ 68 ans), car à cet âge le nombre initial de cette table (à l'âge zéro) de 100,000 personnes est réduit à 49,964. Et pour le sexe féminin, la table analogue indique que la vie probable à la naissance est d'environ 78 ans, tandis que l'espérance de vie est d'environ 74 ans.

De même façon, pour une personne du sexe masculin âgée de 30 ans, la durée de vie future probable est d'environ 43 ans donc jusqu'à l'âge de 73 ans, car le nombre de survivants à l'âge de 30 ans, dans ladite table, soit 93,986, est réduit à 47,226 (donc, environ à la moitié) à l'âge de 73 ans. À titre de comparaison, on peut indiquer que l'espérance de vie pour un homme de 30 ans est, d'après cette table, de 41.6 années, donc jusqu'à l'âge de 71-72 années.

6

w

Pour ce qui est de la « vie la plus probable », elle est déterminée par l'âge auquel l'ordre de survie démontre le *maximum* de décès. Il est à préciser qu'une table de mortalité peut démontrer plusieurs maximums dans la colonne du nombre de décès (abstraction même de l'âge zéro); ainsi, par exemple, la table masculine complète pour Québec 1965-67, démontre un maximum vers l'âge 22-23 et un autre à l'âge de 77 ans. C'est ce dernier âge qui est considéré comme la durée de la vie la plus probable; pour le sexe féminin au Québec, de la même époque, la vie la plus probable est de 82 ans.

Contrairement aux deux autres fonctions dans ce domaine (espérance de vie et la vie probable), la vie la plus probable n'est calculée que pour le nouveau-né; pour tous les autres âges, cette fonction ne représente que la différence entre l'âge indiquant le maximum de décès dans la table de mortalité (qui est fixe) et l'âge atteint. Et passé l'âge du décès le plus probable, cette fonction n'a plus aucune signification. À cet indice, on donne parfois le nom de « vie normale » (par exemple, chez l'allemand Lexis).

À l'égard de la « vie probable », on peut mentionner que dans le passé, on l'a identifiée parfois avec l'espérance de vie (c'est-à-dire durée moyenne de vie); c'est le cas, par exem-

ple, chez le célèbre mathématicien suisse Daniel Bernoulli du XVIII<sup>e</sup> siècle. Cet état de choses, à savoir la confusion entre les deux fonctions biométriques, peut s'expliquer par la prédominance à l'époque en question de l'hypothèse établie par le mathématicien de Moivre (au début du XVIII<sup>e</sup> siècle), quant à la marche de la mortalité d'après laquelle hypothèse le nombre de décès dans une table de mortalité (ordre de survie) est *constant* à chaque âge; autrement dit, que le nombre de survivants est présenté, à partir d'un certain âge, par une fonction linéaire de l'âge. On peut démontrer analytiquement que pour aucune autre formule de mortalité, les grandeurs de ces deux mesures biométriques ne sont pas identiques.

7

En passant, qu'il soit mentionné qu'à l'âge de la vie la plus probable, la probabilité annuelle de décès ( $q$ ) est égale à la « force de mortalité » (désignée par la lettre « mu » de l'alphabet grec); avant cet âge, la probabilité de décès est plus grande que la force de mortalité et, après cet âge, c'est le contraire: « mu » grec est plus grand que «  $q$  ».



La différence essentielle dans la manière de construction de ces trois fonctions biométriques consiste dans le fait que pour calculer l'espérance de vie, il est nécessaire de tenir compte des probabilités de décès (ou de survie) tout *au long* de la table en question, à partir de l'âge pour lequel le calcul est fait jusqu'à la fin de la table. Par contre, pour la durée de la vie probable, et pour la durée la plus probable, les probabilités de décès (ou de survie) *après l'âge déterminé par ces fonctions* ne jouent aucun rôle, de sorte que les conditions de mortalité *après* l'âge en question n'ont aucune influence.



Il ne faut pas perdre de vue que tous les indices dont il est question ici sont des « moyennes » et ne peuvent être ap-

pliqués à une personne déterminée. De telles confusions arrivent parfois. On cite même que le célèbre mathématicien allemand, Karl F. Gauss (1777-1855), auteur de plusieurs études fondamentales e.a. sur la théorie des erreurs, arrivé à un âge avancé a voulu prévoir le nombre d'années qu'il *lui* restait encore à vivre selon la table de mortalité qu'il a construite lui-même basée sur l'analyse des décès parmi les professeurs à Goettingue.

8

On n'est donc pas trop étonné en trouvant dans un journal de Québec, en commentant l'analyse du BSQ, un gros titre disant: « Les Québécoises nées en 1967 peuvent s'attendre à vivre jusqu'à 74 ans et au-delà. »

L'erreur consiste aussi dans la supposition que les données de la table de mortalité basée sur les observations d'une période déterminée, donc sur les données *rétrospectives*, vont s'appliquer à l'avenir à la population d'où sont tirées ces observations. Et pourtant, les statistiques des dernières décennies démontrent que — règle générale — les taux annuels de mortalité ont une tendance à décroître, autrement dit que l'espérance de vie augmente.

Comme il est dit plus haut, les trois indices mentionnés, à savoir: l'espérance de la vie, la vie probable et la vie la plus probable (ou la vie « normale ») sont construits à partir des taux annuels de mortalité dans l'ordre de survie basés sur l'étude de mortalité durant la période observée.

En comparant chacun de ces indices d'une certaine période avec ceux des périodes précédentes, on peut — en général — conclure de la baisse (ou, selon le cas, de la hausse) de la mortalité dans le temps. De même, en comparant ces indices de la même époque dans deux ou plusieurs territoires, on peut se rendre compte de la différence du niveau de la mortalité.

L'espérance de vie à la naissance, c'est-à-dire la durée moyenne de la vie pour un nouveau-né tirée d'une table de mortalité, ne doit pas être confondue non seulement avec deux autres indices, comme la vie probable et la vie la plus probable, mais aussi avec *l'âge moyen au décès* dans la population dont l'analyse des décès durant la période en question a servi à la construction de ladite table. Il arrive parfois que de la variation de cet âge d'une période à l'autre dans une population donnée ou bien en comparant entre eux les âges moyens au décès dans deux pays on veuille conclure de la tendance quant à la mortalité. D'une hausse éventuelle de cet âge, on croit pouvoir dire que la mortalité est en régression, et le contraire. De même, si l'âge au décès dans un pays est plus élevé que dans un autre, on conclut que le niveau de la mortalité y est plus bas.

9

De telles conclusions ne sont pas toutefois, à *priori* exactes, car l'âge moyen des décédés ne dépend pas uniquement de la mortalité comme telle mais dans une forte mesure de la répartition de la population par âge. Dans une population où les enfants en bas âge forment une proportion assez substantielle, l'âge moyen des décédés dans une telle population est inférieur à celui dans une autre où la proportion des enfants est moindre sans qu'on puisse à *priori* en déduire d'une plus grande ou d'une plus petite mortalité. Le même raisonnement s'applique à la portion des personnes âgées.

Mais même si on *remplace l'âge moyen* (qui est affecté sensiblement par le nombre d'années vécues) par l'âge *médian* (où on ne compte que le nombre des décédés *sans* multiplier ce nombre par l'âge au décès, comme c'est le cas de la détermination de l'âge *moyen*), la déduction à *priori* des comparaisons en question quant à la mortalité n'est pas toujours conforme à la réalité, car l'âge médian au décès est aussi affecté par la répartition de la population par âge.

Tout comme on ne doit pas juger du niveau de la mortalité en comparant les « taux bruts » de la mortalité dans deux régions, comme on l'a déjà fait, de même il ne faut pas à *priori* en conclure par la comparaison des âges moyens (ou médians) au décès ou aussi *par la proportion des décédés avant un certain âge*; tous ces indices dépendent fortement de la composition de la population par âge.

10



En comparant les espérances de vie calculées par le BSQ concernant toute la province pour la période 1965-67 avec celles publiées par le Bureau Fédéral de la Statistique (BFS) pour Québec, on constate que les espérances calculées par le BSQ sont presque toujours *plus élevées* pour le sexe féminin et presque toujours *plus basses* pour le sexe masculin. On constate aussi de semblables différences pour les autres périodes.

Est-ce que cela tient au fait que les tables de mortalité publiées par le BFS sont des tables dites « complètes » (donc plus précises), tandis que celles du BSQ sont des tables dites « abrégées » ? Il y a, paraît-il, aussi une différence dans les méthodes appliquées par le BSQ pour calculer les probabilités de décès en partant des taux annuels provenant des observations.

La construction et la publication par le BSQ des tables de mortalité abrégées, non seulement pour l'ensemble de la province, mais comme il est dit plus haut, au niveau de chacune des dix régions administratives, suscitent les remarques suivantes:

Les nombres des décès observés non seulement à chaque âge, mais même pour les groupes d'âge quinquennaux (comme c'est le cas dans la construction des tables dites « abrégées »)

nous semblent être dans la plupart des régions insuffisants pour qu'on puisse en tirer des conclusions.

La question se pose donc si les écarts constatés dans les grandeurs de la vie moyenne à la naissance — et à tout autre âge — dans les régions administratives particulières de la province reflètent vraiment les différents niveaux économiques, les classes sociales, les modes de vie (citadins, villageois), les occupations, etc., etc., ou si, au contraire, ils ne sont pas surtout dus à l'insuffisance numérique des données tirées de l'observation, donc au jeu de hasard. La même remarque concerne aussi les probabilités de décès.

11

En ce qui concerne l'espérance de vie à la naissance, les écarts entre les régions et la province entière dans la table 1965-67 ne dépassent pas 2%. La modicité des écarts en ce qui concerne l'espérance de vie à la naissance est due au fait que les différents écarts — en plus ou en moins — quant aux probabilités de décès dans les ordres de survie entre les régions administratives particulières se *compensent* jusqu'à une certaine mesure entre les différents âges, leur effet tend ainsi à diminuer et même s'annuler. Il est à mentionner, à cette occasion, que les écarts constatés quant aux taux annuels de probabilités de décès entre les régions particulières sont très grands.

Par contre, là où la durée de la vie humaine n'est pas assez longue (par exemple à l'égard des adultes ou des personnes âgées) pour qu'une telle compensation entre les écarts positifs et négatifs puisse se faire, les différences entre les régions sont de beaucoup plus grandes. Ainsi, par exemple, à l'âge de 60 ans, les écarts concernant les espérances de vie entre les régions, durant la période 1965-67, atteignent 15%.

D'autre part, en étudiant l'espérance de vie à la naissance au Québec, dans les différentes périodes antérieures, on cons-

tate une très grande amélioration, c'est-à-dire réduction de la mortalité et prolongation de la vie.

12 Ainsi, par exemple, d'après la table basée sur l'observation de 1930-1932, l'espérance de vie pour un nouveau-né du sexe masculin n'était que 56.2 années, tandis qu'elle est de 67.9 années, trente-cinq ans plus tard (période 1965-67). Une prolongation encore plus grande est constatée pour le sexe féminin: 57.8 années en 1930-32 et 75.2 années en 1965-67; d'après les tables publiées par le BFS.

En conclusion, on peut dire que même si les tables de mortalité régionales reflètent d'une manière plus ou moins satisfaisante les conditions rétrospectives de mortalité existantes dans les régions respectives aux périodes en question, elles ne peuvent servir pour les prévisions quant à l'avenir et, en particulier, pour calculer les valeurs des rentes selon les régions.

En plus des raisons évoquées plus haut (surtout l'insuffisance des observations), le problème de la mobilité de la population entre les régions affecte les résultats.