

## Calcul du risque de défaut d'entreprises publiques canadiennes

Jonathan Amar

Volume 75, numéro 4, 2008

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/1106756ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/1106756ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Faculté des sciences de l'administration, Université Laval

ISSN

1705-7299 (imprimé)

2371-4913 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Amar, J. (2008). Calcul du risque de défaut d'entreprises publiques canadiennes. *Assurances et gestion des risques / Insurance and Risk Management*, 75(4), 543–560. <https://doi.org/10.7202/1106756ar>

Résumé de l'article

Cet article consiste en une application empirique de la méthodologie proposée par Brockman et Turtle (2003) à un échantillon d'entreprises publiques canadiennes dont les actions sont transigées à la Bourse de Toronto. Ce modèle est étendu à la méthode du maximum de vraisemblance afin de résoudre le problème du manque d'observabilité de la valeur marchande des actifs et pour rendre endogène la barrière de défaut des firmes. Pour ce faire, nous avons retenu la modélisation proposée par Duan, Gauthier et Simonato (2004) du modèle de Brockman et Turtle (2003).

## Calcul du risque de défaut d'entreprises publiques canadiennes

par Jonathan Amar

### SOMMAIRE

Cet article consiste en une application empirique de la méthodologie proposée par Brockman et Turtle (2003) à un échantillon d'entreprises publiques canadiennes dont les actions sont transigées à la Bourse de Toronto. Ce modèle est étendu à la méthode du maximum de vraisemblance afin de résoudre le problème du manque d'observabilité de la valeur marchande des actifs et pour rendre endogène la barrière de défaut des firmes. Pour ce faire, nous avons retenu la modélisation proposée par Duan, Gauthier et Simonato (2004) du modèle de Brockman et Turtle (2003).

**Mots clés :** Risque de crédit, modèle de Brockman et Turtle, modèle de Merton.

### ABSTRACT

This article studies the credit risk profiles of publicly traded companies on the TSX through the usage of the Brockman and Turtle model (2003). Given that the market value of assets cannot be observed directly, and in order to render endogenous the default barriers of firms, this model must be adapted to its maximum likelihood equivalent. Therefore, we use the methodology proposed by Duan, Gauthier and Simonato (2004) of the Brockman and Turtle (2003) model.

**Keywords:** Credit risk, Brockman and Turtle model, Merton model.

---

### L'auteur :

Gradué de HEC Montréal en 2007 d'une Maîtrise ès Sciences en économie financière appliquée, et détenteur de la Charte CFA, Jonathan Amar travaille présentement chez RBC Marché des Capitaux à Toronto sur le pupitre des options sur devises.

## I. INTRODUCTION

L'objectif de cet article est de calculer des probabilités de défaut d'entreprises publiques dont les actions sont transigées à la Bourse de Toronto. Le modèle retenu utilise une combinaison de données comptables et de données de marché afin d'inférer le risque de crédit des entreprises. Cette méthodologie se base sur les options à barrière afin de permettre au défaut de se matérialiser avant l'échéance de la dette des firmes, phénomène qui est impossible lorsque l'on utilise le modèle original de Merton (1974).

L'intérêt premier de ce travail réside dans son application. En effet, il a été démontré, dans quelques études publiées subséquemment, que l'application du modèle au cœur de ce travail (Brockman et Turtle, 2003) était fautive dans sa publication originale puisqu'elle approximait mal la valeur marchande des actifs des firmes. Par conséquent, les probabilités de défauts calculées étaient biaisées. Afin d'appliquer adéquatement ce modèle, on doit estimer au préalable les valeurs des actifs des firmes, leur volatilité et la barrière de défaut par la procédure du maximum de vraisemblance. La modélisation proposée par Duan, Gauthier et Simonato (2004) du modèle de Brockman et Turtle sera retenue dans cet article.

Un des points centraux de cette étude réside dans la barrière de défaut. En effet, plusieurs études ont été inspirées par la méthodologie empruntée dans cet article, mais la majorité d'entre elles fixaient arbitrairement la barrière de défaut. Un second objectif est donc de se prononcer sur l'importance de rendre endogène la barrière de défaut. Pour ce faire, nous reproduisons les résultats d'une étude récemment présentée à la Banque du Canada (Dionne et al., 2005) portant sur le risque de crédit des entreprises publiques canadiennes où le modèle appliqué fixait la barrière de défaut égale à la valeur nominale de la dette. Notons que leur étude estimait correctement les valeurs marchandes des actifs, donc la comparaison proposée isole effectivement l'impact de rendre endogène la barrière de défaut des firmes.

Les résultats de cet article démontrent que la majorité des firmes étudiées possèdent des barrières de défaut inférieures à leur endettement. Par ailleurs, les capacités prédictives des modèles hybrides présentés dans Dionne et al. (2005) sont améliorées lorsque leur composante structurelle est substituée par celle présentée dans cet article.

## 2. REVUE DE LA LITTÉRATURE

Deux types de modèles sont utilisés dans la littérature financière pour étudier le risque de crédit: les modèles de score (Altman (1968)) et les modèles structurels de type Merton (1974). Les modèles de score utilisent des données comptables pour étudier essentiellement l'endettement et la profitabilité des firmes. Ces modèles ont l'avantage d'être très manipulables, et par conséquent, très précis. En revanche, les données comptables sont généralement disponibles qu'annuellement et sont de nature plutôt historique, c'est-à-dire qu'elles ne permettent pas d'anticiper les résultats futurs des firmes. Les modèles structurels, quant à eux, utilisent les données de marché (c'est-à-dire les prix des actions) dans leur modélisation du risque de défaut des firmes. Selon l'hypothèse d'efficience des marchés, les prix des actions résument toute l'information pertinente au sujet des firmes émettrices. Ainsi, ces modèles ont l'avantage de capter toute l'information disponible au sujet des firmes - du moins, en théorie - tout en permettant d'obtenir beaucoup plus d'observations que les modèles de score. La principale lacune de ces modèles est que l'utilisation d'hypothèses trop fortes tend à surestimer les probabilités de défaut des firmes étudiées. Finalement, on retrouve également des modèles dits hybrides qui combinent les composantes des modèles structurels et des modèles de score.

L'article de Brockman et Turtle (2003), dont le modèle sera appliqué dans ce travail de recherche, a incorporé une innovation importante au niveau de la modélisation du risque de défaut des firmes. Spécifiquement, ils utilisent les options à barrières plutôt que les options européennes traditionnelles afin de modéliser le fait que les prêteurs peuvent mettre en défaut les entreprises lorsqu'elles ne respectent pas certaines ententes fixées au début des contrats, et ce, à tout moment. Cependant, il a été démontré qu'ils approximaient mal la valeur marchande des actifs des firmes emprunteuses, ce qui mena à l'estimation de barrières de défaut trop élevées. Afin de résoudre ce biais d'estimation, des travaux subséquents ont proposé d'estimer cette variable par le biais de la méthode du maximum de vraisemblance. Ces études démontrent que cette méthodologie produit de meilleures estimations des paramètres du modèle.

Jusqu'à présent, il n'existe pas une application empirique du modèle Brockman et Turtle (2003) sur des données canadiennes, d'où la première motivation de ce travail. De plus, cet article tente de confirmer le fait que la majorité des firmes devraient posséder des barrières implicites inférieures à leur endettement. Le résultat inverse avait été trouvé dans l'étude originale de Brockman et Turtle, et ce,

pour la grande majorité des firmes. Il sera intéressant de constater si cette relation sera vérifiée au terme de ce travail.

Dans un travail parallèle, Dionne et al. (2005) ont appliqué un modèle hybride (probit en panel) afin de calculer le risque de défaut d'entreprises publiques canadiennes. Leur composante structurelle se basait sur la modélisation offerte par Brockman et Turtle (2003) en utilisant toutefois la barrière de défaut comme variable exogène. Le présent ouvrage se veut une extension directe de ce travail de recherche, dans la mesure où la même banque de données sera utilisée. Ainsi, cela permettra de constater comment les probabilités de défaut des entreprises peuvent varier en rendant endogène la barrière de défaut. Nous substituerons donc leur composante structurelle pour celle trouvée dans cet article dans l'espoir d'obtenir un modèle hybride plus performant. Ceci constituera donc l'objectif final de ce travail.

### 3. MÉTHODOLOGIE

Le modèle de Merton (1974) nous permet de considérer la valeur de l'équité de la firme comme étant équivalente à une option d'achat européenne sur les actifs de la firme, où le prix d'exercice correspond au paiement obligataire. Dit autrement, la richesse des actionnaires est contingente à la capacité de la firme de respecter ses engagements financiers envers ses créiteurs. En supposant la variance de la valeur des actifs comme étant constante, Merton fait intervenir les équations de Black-Scholes (1973) afin de trouver les valeurs de l'équité et de la dette. Ces équations sont les suivantes :

$$S(V, \tau) = V\Phi(a) - Fe^{-r\tau}\Phi\left(a - \sigma\sqrt{\tau}\right) \quad (1)$$

$$\text{où } a = \frac{\log[V/F] + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

et  $\tau = T - t$ .  $V$ ,  $F$ ,  $S$ ,  $\tau$  et  $\Phi$  représentent respectivement la valeur marchande des actifs de la firme, la valeur faciale de la dette, la valeur marchande de l'équité, le temps restant jusqu'à l'expiration de l'option et la fonction de distribution cumulative normale. Finalement, on peut déduire de ce modèle la probabilité de défaut de la firme  $i$ , soit la probabilité que la valeur de ses actifs à l'échéance de la dette soit inférieure au paiement obligataire promis, comme étant :

$$P[V_i(T_i) < F_i | D_\tau] = \Phi\left(\frac{\ln(F_i/V_i) - (\alpha_i - 0,5\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right). \quad (2)$$

Le modèle de Brockman et Turtle (2003) est une extension directe de celui de Merton (1974). Ces auteurs stipulent que la théorie des options classique s'applique mal aux titres financiers car la valeur de ceux-ci est directement liée au cours suivi par l'actif sous-jacent (la valeur de la firme), et ce, à tout moment. Par conséquent, ils proposent l'existence de barrières de défaut (H) qui représentent la valeur marchande des actifs qui déclenche la faillite de la firme. Selon ce modèle, la valeur de l'équité de la firme est représentée par l'équation suivante :

$$S(V, \tau) = V\Phi(a) - Fe^{-r\tau}\Phi\left(a - \sigma\sqrt{\tau}\right) - V\left(\frac{H}{V}\right)^{2\eta}\Phi(b) + Fe^{-r\tau}\left(\frac{H}{V}\right)^{2\eta-2}\Phi\left(b - \sigma\sqrt{\tau}\right) \quad (3)$$

$$a = \begin{cases} \frac{\ln(V/F) + \left(r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{quand } F \geq H, \\ \frac{\ln(V/H) + \left(r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{quand } F < H, \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} \frac{\ln(H^2/VF) + \left(r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{quand } F \geq H, \\ \frac{\ln(H/V) + \left(r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} & \text{quand } F < H, \end{cases}$$

$$\text{et } \eta \equiv \frac{r}{\sigma^2} + \frac{1}{2}.$$

Les variables S, V, F, H,  $\tau$ ,  $\Phi$  et r représentent respectivement l'équité de la firme, la valeur marchande des actifs de la firme, le paiement obligataire promis à l'échéance de la dette, la valeur des actifs qui déclenche la faillite de la firme (ceci est la « barrière »), le

temps restant jusqu'à l'expiration de l'option, la distribution normale cumulative et le taux sans risque continuellement composé. Il est intéressant de remarquer que l'équation (3) se réduit à l'équation (1) lorsque la valeur « barrière » des actifs est nulle. Finalement, les probabilités de défauts risque neutres (PD) sont calculées comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{PD} = & \Phi \left( \frac{(\ln(H) - \ln(V)) - (r - \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \right) + \exp \left( \frac{2(r - \sigma^2/2)(-\ln(V))}{\sigma^2} \right) \\
 & \times \left[ 1 - \Phi \left( \frac{-(\ln(H) - \ln(V)) - (r - \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \right) \right]. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Dans l'approche de Brockman et Turtle (2003), les auteurs approximent la valeur marchande des actifs des firmes en sommant leur capitalisation boursière et la valeur comptable de leur dette. Des études subséquentes ont prouvé que cette approximation biaise toutes les estimations des barrières de défaut et des probabilités de défaut résultantes. Pour appliquer adéquatement leur modèle, on doit estimer au préalable les valeurs des actifs des firmes, leur volatilité et la barrière de défaut par la procédure du maximum de vraisemblance. Ce travail privilégiera la méthode du maximum de vraisemblance, telle qu'elle a été exposée dans Duan, Gauthier et Simonato (2004). Afin d'alléger le texte qui suit, les équations de ce modèle ne sont pas présentées et le lecteur est prié de se référer à l'article s'il désire en prendre connaissance (voir Références).

#### 4. BASE DE DONNÉES

La base de données qui est utilisée pour calculer les barrières de défaut et les probabilités de faillite résultantes provient d'un travail de Dionne et al. (2005) présenté à la Banque du Canada dans le cadre d'une application d'un modèle hybride à des entreprises publiques canadiennes. Ces données sont reprises intégralement dans ce travail afin de pouvoir comparer les probabilités de défaut produites et, plus spécifiquement, la capacité des modèles à identifier correctement les firmes qui ont fait défaut. Les capitalisations boursières ont une fréquence quotidienne, tandis que les valeurs de la dette sont observées annuellement. Le nettoyage et la fusion des données ont été réalisés à l'aide de SAS version 9.1.

Les données sur les compagnies ayant fait défaut ont été retrouvées dans le *Financial Post Predecessors & Defunct, Cancorp*

*Financials (Corporate Retriever) et Stock Guide*. Les capitalisations boursières quotidiennes sont extraites de la série DEAD.LLT de DATASTREAM. Les données comptables sur les entreprises n'ayant pas fait défaut proviennent de Stock Guide pour les années de 1984 à 2004 et les valeurs des capitalisations boursières quotidiennes sont prises de DARASTREAM de la série FTORO.LLT.

La base de données finale comporte un total de 684 entreprises publiques canadiennes non financières, dont 57 d'entre elles ont fait défaut. Le tableau 1 présente les statistiques descriptives des entreprises conservées pour l'analyse.

Comme l'ont fait Dionne et al. (2005), et à l'instar de Vassalou et Xing (2003), cet article ne considère que les états financiers disponibles aux investisseurs puisque les dates fiscales des états financiers des firmes ne correspondent jamais avec la date de publication réelle. En général, les entreprises publient leurs états financiers 3 à 4 mois après leur date fiscale, et par conséquent, il serait imprudent de ne pas décaler les données comptables de cette même période, faute de quoi, le pouvoir discriminant du modèle structurel serait surestimé. De plus, il a été nécessaire d'avancer la date de défaut d'un an pour certaines entreprises ayant fait défaut car sinon, la composante du modèle de score n'aurait pu être calculée lors de la dernière observation.

**TABLEAU I  
STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES ENTREPRISES  
CONSERVÉES POUR L'ANALYSE (EN MILLIONS DE \$ CA)**

	Non-Défauts		Défauts	
Mesure statistique	Capitalisation Boursière	Passif	Capitalisation Boursière	Passif
Moyenne	922,30	809,93	415,73	289,99
Médiane	67,92	42,59	15,98	30,15
Mode	5,27	3,55	2,20	-
Écart-Type	4 838,35	2 914,00	1 456,95	930,16
Coefficient d'asymétrie	32,36	7,75	5,18	5,40
Kurtosis	1 535,67	80,09	28,92	36,14
Étendue	250 432,42	53 466,00	9 855,19	8 103,00
Intervalle interquartile	394,48	258,19	59,65	68,33
Nombre d'observations	1 885 707	5 339	47 311	281



Le modèle retenu ici requiert également l'inclusion du taux sans risque comme variable. Le taux retenu est celui des bons du Trésor canadiens provenant de la base de données *International Financial Statistics* (IMF). Ce taux est défini comme étant la moyenne pondérée des rendements sur achat de bons avec une maturité de 3 mois. À titre de référence, le tableau 2 présente les statistiques descriptives de ce taux.

**TABLEAU 2  
STATISTIQUES DESCRIPTIVES DU RENDEMENT DES  
BONS DU TRÉSOR CANADIENS (3 MOIS), DE 1986 À 2004**

Statistique	Taux hors risque
Moyenne	0,060
Écart-type	0,029
Minimum	0,022
Médiane	0,053
Maximum	0,121

## 5. RÉSULTATS

Cette section portant sur les résultats des estimations comporte deux grandes parties. Premièrement, des statistiques descriptives des probabilités de défaut et des paramètres estimés par le biais de la composante structurelle sont exposées. Dans un second temps, ces probabilités de défaut seront insérées dans les modèles hybrides proposés par Dionne et al. (2005) afin de déterminer si le fait de rendre endogène la barrière de défaut permet de mieux prédire le défaut des firmes. Au total, les 684 entreprises incluses dans la base de données ont permis de générer 3 947 probabilités de défaut annuelles, dont 139 pour les entreprises ayant fait défaut.

Au niveau de la barrière de défaut, on remarque au tableau 3 des moyennes assez élevées, notamment une moyenne du ratio de barrière sur dette de 2,3682 et de 2,8335 pour les défauts et non-défauts respectivement. Cependant, ces statistiques sont quelque peu trompeuses puisque l'échantillon utilisé comporte des entreprises possédant un niveau d'endettement très faible. Par conséquent, leur ratio de barrière sur dette est très élevé, ce qui fait augmenter la moyenne considérablement. Par conséquent, ce ratio est présenté, au tableau 4, en fonction des percentiles.

**TABLEAU 3**  
**STATISTIQUES DESCRIPTIVES DE LA BARRIÈRE DE DÉFAUT (EN MILLIERS DE \$ CA) ET DU RATIO BARRIÈRE SUR DETTE (H/X) OBTENUS PAR L'ESTIMATION DE MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE (D ET ND SIGNIFIENT RESPECTIVEMENT DÉFAUT ET NON-DÉFAUT)**

	Barrière		Barrière/Dette (H/X)	
	D	ND	D	ND
Moyenne	77 881,4	324 911,0	2,368	2,834
Mediane	5 797,0	15 276,0	0,519	0,516
Mode	-	344,3	-	12,446
Ecart-type	290 260,0	1 283 027,0	7,036	16,985
Erreur moy std	24 619,5	20 791,6	0,599	0,275
Skewness	6,064	10,930	5,253	19,059
Kurtosis	42,182	192,489	29,859	483,588
Min	5,8928E-07	5,1834E-08	2,5904E-11	2,7267E-11
Max	2,5260E+06,	3,4688E+07	4,9338E+01	5,1893E+02

**TABLEAU 4**  
**DISTRIBUTION DU RATIO ANNUEL DE BARRIÈRE-SUR-DETTE (H/X) PAR PERCENTILES**

	Nb Obs	Centiles des H/X					Proportion où H<X
		5%	25%	50%	75%	95%	
Défauts	139	0,000	0,130	0,519	1,572	9,501	0,667
Non-défauts	3808	0,000	0,060	0,516	1,233	8,019	0,730
Toutes	3947	0,000	0,063	0,516	1,240	8,182	0,728

Les résultats de cette étude confirment donc une des conclusions avancées par l'étude de Wong et Choi (2006), soit que la majorité des firmes présentent des barrières de défaut inférieures à leur niveau d'endettement, ce qui contredit évidemment les résultats obtenus dans l'étude de Brockman et Turtle (2003). En effet, on constate que 72,8% de toutes les firmes étudiées dans cette recherche présentent un ratio de barrière sur dette inférieur à 1 quand on estime la barrière avec la méthodologie suivie dans cet article. On aperçoit également des ratios de barrière sur dette très élevés au niveau du 95<sup>e</sup> centile, ce qui reflète l'impact des entreprises possédant un niveau d'endettement très faible.

Afin d'illustrer l'impact de l'estimation par maximum de vraisemblance, les probabilités de défaut de certaines firmes sont calculées selon la méthodologie exacte de Brockman et Turtle (2003). Ces probabilités sont ensuite comparées à celles obtenues dans cet article pour les mêmes firmes et années de prédiction. Ceci permet d'observer l'impact sur les probabilités de défaut d'utiliser le mauvais proxy proposé par Brockman et Turtle (2003) pour la valeur marchande des actifs, soit la somme de la valeur au livre de la dette et la valeur marchande de l'équité.

Cependant, en raison du calcul de la volatilité des actifs des firmes proposé par ces auteurs qui requiert un minimum de 10 années d'observations, cette analyse ne peut s'effectuer que pour un sous-échantillon des firmes n'ayant pas fait défaut. Afin d'obtenir au moins cinq probabilités de défaut pour chaque firme, seules les firmes présentant un minimum de 15 années d'observations sont conservées, ce qui exclut totalement les entreprises ayant fait défaut. Le sous-échantillon regroupe 170 firmes et permet de calculer 1 267 probabilités de défaut. Le tableau 5 compare les probabilités de défaut (et autres paramètres) issues des deux méthodologies pour les firmes et années en question.

**TABLEAU 5  
COMPARAISON DES RÉSULTATS ENTRE LA  
MÉTHODOLOGIE DE BROCKMAN ET TURTLE (2003)  
ET LA MÉTHODOLOGIE SUIVIE DANS CET ARTICLE  
(BARRIÈRE DE DÉFAUT, VALEUR DES ACTIFS ET DE LA  
CAPITALISATION BOURSIÈRE TOUTES PRÉSENTÉES  
EN MILLIONS DE \$ CA)**

	Moyenne	Médiane	Écart Type	Erreur standard	Minimum	Maximum
<i>Brockman et Turtle (2003)</i>						
Probabilité de défaut	26,80%	15,62%	28,68%	0,81%	0,00%	99,76%
Barrière de défaut	1 685,00	205,99	4 042,09	113,56	0,06	34 077
Valeur marchande des actifs	2 450,54	357,57	5 586,34	156,94	3,26	44 700,00
Sigma	0,354	0,281	0,288	0,008	0,057	5,119
<i>Maximum de vraisemblance</i>						
Probabilité de défaut	6,42%	0,00%	15,77%	0,44%	0,00%	100,00%
Barrière de défaut	541,71	32,55	1 699,42	47,74	0,00	22 531
Valeur marchande des actifs	1 861,05	240,16	4 474,23	125,80	2,40	40 788,00
Sigma	0,438	0,328	0,385	0,011	0,025	8,184
<i>Variables en commun</i>						
Dette	881,18	113,65	2093,77	58,82	29,00	23 900,00
Capitalisation boursière	1344,44	141,92	3435,33	96,51	0,54	34 800,00
Taux sans risque	3,83%	3,70%	0,97%	0,03%	2,20%	6,67%

On remarque que les probabilités de défaut diffèrent grandement entre les deux méthodologies. En effet, celles de Brockman et Turtle (2003) présentent une moyenne des probabilités de défaut des firmes de 26,8 % contre une de 6,42 % pour la méthodologie suivie dans cet article. Cette différence est due, notamment, à une valeur de la barrière de défaut considérablement plus élevée dans la méthodologie de Brockman et Turtle (2003) par rapport à celle issue de la méthode du maximum de vraisemblance. Le ratio de la valeur marchande des actifs sur la barrière de défaut est de 1,45 versus 3,44 pour les méthodologies de Brockman et Turtle (2003) et du maximum de vraisemblance respectivement. Il n'est pas surprenant de constater que la probabilité de défaut est une fonction décroissante de la distance qui existe entre la valeur marchande des actifs et la valeur critique des actifs (la barrière de défaut). Les résultats indiquent donc que le proxy de la valeur marchande des actifs proposé par Brockman et Turtle (2003) surestime non seulement la valeur des actifs mais également la barrière de défaut.

Finalement, le tableau 6 permet de comparer la totalité des probabilités de défaut obtenues dans cet article versus celles obtenues par la composante structurelle présentée dans l'étude de Dionne et al. (2005). Le modèle estimé dans cet article a généré des probabilités de défaut et des écarts-types inférieurs pour les deux types d'entreprises tandis que la médiane et le coefficient d'asymétrie varient très peu entre les deux études.

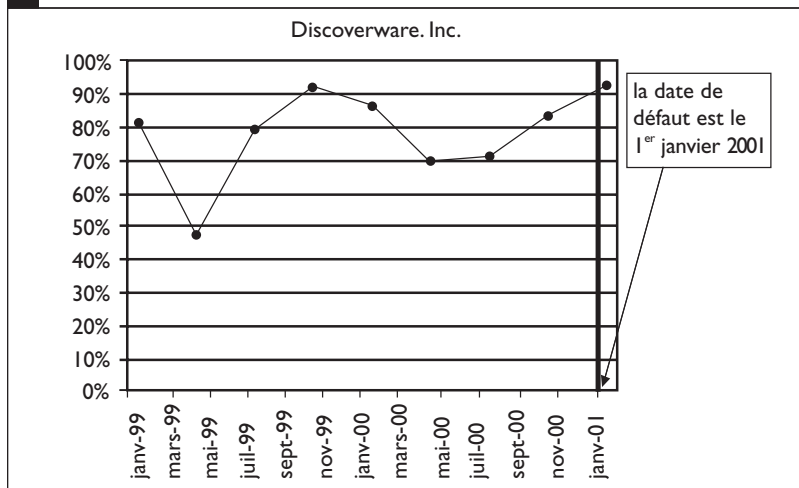
**TABLEAU 6**  
**STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES PROBABILITÉS DE DÉFAUT OBTENUES PAR LA MÉTHODE DE MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE ET PAR LA COMPOSANTE STRUCTURELLE DE DIONNE ET AL. (2005) (D ET ND SIGNIFIENT RESPECTIVEMENT DÉFAUT ET NON-DÉFAUT)**

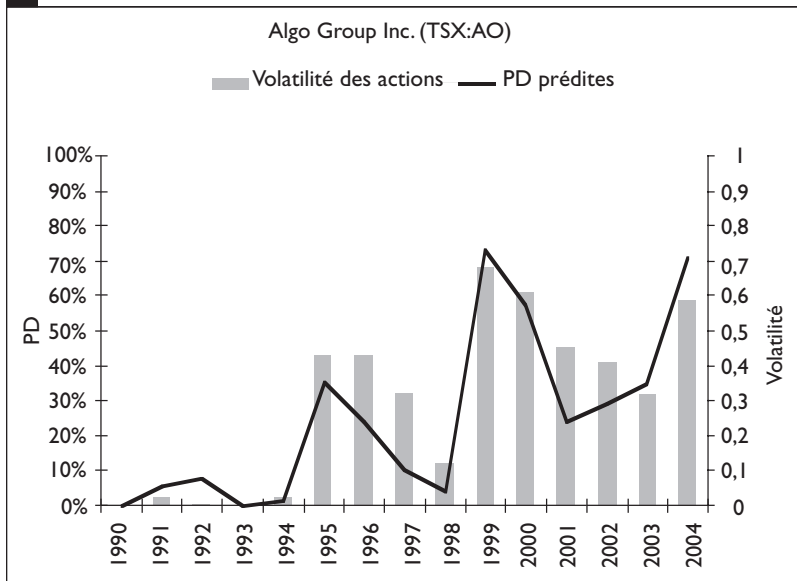
	Probabilités de défaut			
	Max.Vraisemblance		Dionne et al. (2005)	
	D	ND	D	ND
Moyenne	0,326	0,071	0,357	0,088
Médiane	0,272	0,000	0,223	0,000
Mode	0,000	0,000	0,000	0,000
Ecart-type	0,291	0,161	0,365	0,205
Erreur moy. standard	0,025	0,003	0,024	0,003
Asymétrie	0,635	2,899	0,656	2,842
Kurtose	-0,727	8,605	-1,095	7,519
Min	0,000	0,000	0,000	0,000
Max	0,985	1,000	1,000	1,000

Des tests paramétriques sur la variance et la moyenne démontrent que la variance est statistiquement différente entre les deux études pour les deux types d'entreprises tandis que la moyenne des probabilités de défaut est statistiquement différente que pour les entreprises n'ayant pas fait défaut.

Les figures suivantes présentent des exemples de l'évolution des probabilités de défaut prédites pour deux firmes en particulier. Quoique, dans ce travail, les probabilités de défaut aient été calculées en fréquence annuelle seulement, il est possible de calculer des probabilités de défaut sur une fréquence trimestrielle. Il s'agit de fixer le point de départ de la fenêtre d'estimation sur le trimestre voulu et de s'assurer que cette fenêtre s'étende sur les huit trimestres suivants. La figure 1 présente l'exemple de la firme Discoverware Inc., qui a fait défaut le 1<sup>er</sup> janvier 2001. La modélisation des probabilités de défaut de cette entreprise semble cohérente avec le modèle puisque le défaut se matérialise au point où les probabilités de défaut prédites sont très élevées. En effet, la majorité des défauts présentent une évolution similaire des probabilités de défaut. Cependant, certaines entreprises présentent des résultats qui sembleraient, à priori, inconsistants avec le modèle, et ce, particulièrement pour les entreprises n'ayant pas fait défaut. À titre d'exemple, les probabilités de défaut de l'entreprise Algo Group Inc. sont présentées également dans la figure 1, ainsi que la volatilité de ses actions. Cet exemple démontre la sensibilité du modèle utilisé dans cet article à la volatilité des actions de la firme.

**FIGURE I**  
**ÉVOLUTION TRIMESTRIELLE DES PROBABILITÉS DE DÉFAUT (PD) PRÉDITES POUR LES FIRMES DISCOVERWARE (JANVIER 1999 À JANVIER 2001) ET ALGO GROUP INC. (DE 1990 À 2004)**



**FIGURE I (SUITE)**

Dans l'étude de Dionne et al. (2005), les auteurs estiment des modèles probit en panel qui incluent certains ratios financiers et la composante structurelle. La variable dépendante (et dichotomique) prend la valeur unitaire lorsque le défaut se produit ou la valeur nulle sinon. L'objectif était d'observer si la composante structurelle avait une valeur ajoutée une fois incluse dans le modèle hybride. Si le coefficient de la composante structurelle (les probabilités de défaut estimées) est statistiquement différente de zéro une fois incluse dans le modèle, son addition au modèle non-structurel retenu est justifiée. Pour une description de la méthodologie complète du modèle probit en panel, le lecteur est référé à Dionne et al. (2005).

Les auteurs présentent plusieurs variantes des variables retenues dans le probit et utilisent différents tests afin de classifier les modèles. Rappelons que la variable dépendante du modèle probit est bornée entre 0 et 1. Ainsi, la somme des produits des paramètres du probit et des valeurs des variables correspondantes constitue la probabilité de défaut estimée de la firme en question.

Les auteurs retiennent trois modèles en particulier, et ensemble, ces modèles incluent des variables comptables qui permettent de qualifier la liquidité, la profitabilité et la solvabilité des firmes étudiées. Afin de faciliter la discussion qui suit, les modèles utilisant les probabilités de défaut calculées dans cet article seront désignés « les modèles à barrière endogène », tandis que les modèles de Dionne et al. (2005) seront appelés « les modèles à barrière exogène » (tableau 7).

**TABEAU 7  
COMPARAISON DES RÉSULTATS DES MODÈLES  
HYBRIDES À BARRIÈRE ENDOGÈNE ET À BARRIÈRE  
EXOGENE. LES COEFFICIENTS ESTIMÉS SONT SUR LA  
PREMIÈRE LIGNE, LES P-VALUES SUR LA SECONDE**

Paramètre	Modèles à barrière endogène			Modèles à barrière exogène		
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
Constante	-4,1528 <,0001	-3,3222 <,0001	-2,7220 <,0001	-4,5512 <,0001	-3,2620 <,0001	-2,5796 <,0001
Moyenne annuelle PD 1 an	3,2771 <,0001	2,1128 <,0001	1,7477 0,0010	1,6321 0,0922	0,7271 0,0480	0,4248 0,2745
Encaisse			0,0081 0,0860			0,0078 0,1214
Actif à court terme			-0,0091 0,0150			-0,0100 0,0123
Passif à court terme			0,0030 0,1527			0,0031 0,1734
Bénéfice non réparti			-0,0076 0,0038			-0,0093 0,0014
Valeur nette			-0,0110 0,0021			-0,0129 0,0008
Passif total			-0,0064 0,0041			-0,0072 0,0031
Actif total			0,0070 0,0019			0,0079 0,0011
Profitabilité < 0		1,3663 <,0001	1,0751 0,0002		1,6796 <,0001	1,3351 <,0001
0% < Profitabilité < 6%		0,4312 0,1873	0,3888 0,2516		0,4495 0,1877	0,4046 0,2582
Valeur nette/passif total		-0,6861 <,0001	-0,5526 0,0006		-0,8235 <,0001	-0,6382 0,0002
Bénéfice non réparti/passif total		-0,0840 0,0056	-0,0559 0,0483		-0,1234 0,0003	-0,0820 0,0090
$\rho$	0,6824 0,0324	0,4754 0,1424	0,3981 0,2216	0,9711 0,0003	0,5834 0,0813	0,5156 0,1146
-2 Log Likelihood	381,0	298,7	262,2	398,3	329,6	283,1
AIC	387,0	312,7	290,2	404,3	343,6	311,1
AUC	0,825	0,950	0,963	0,744	0,923	0,950



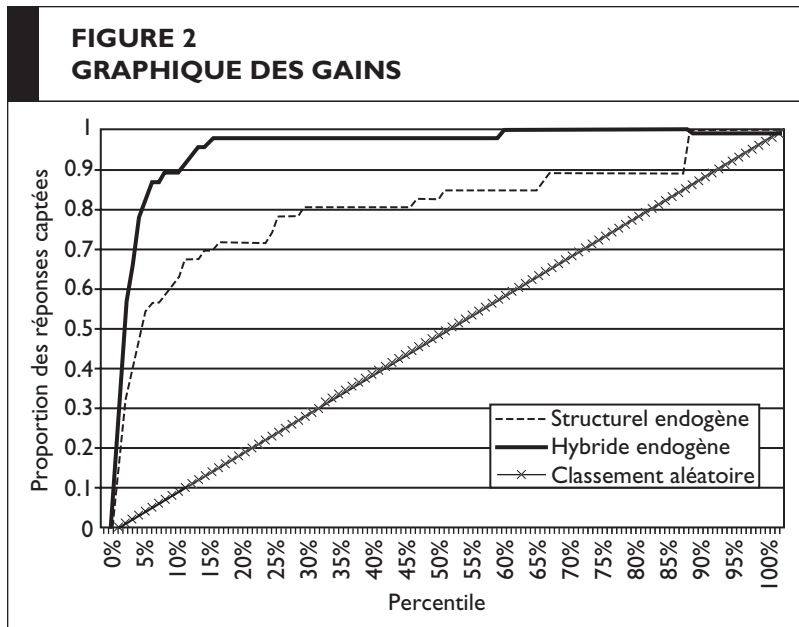
À priori, seul le modèle 1 à barrière endogène comporte un coefficient de la composante structurelle significatif, et ce, à tous les niveaux de confiance envisageables. En effet, ce coefficient s'élève à 3,2771 avec une *p-value* inférieure à 0,0001 tandis que le modèle 1 à barrière exogène présente un coefficient pour le même paramètre significatif qu'à un niveau de confiance de 90 %. Le modèle 2 ajoute certaines variables comptables à la composante structurelle, et l'on trouve que, pour les deux études, le coefficient de la composante structurelle est significativement différent de zéro à un niveau de confiance de 95 %, quoi que celui du modèle à barrière endogène est largement plus significatif avec une *p-value* encore inférieure à 0,0001. Finalement, seul le coefficient de la composante structurelle du modèle 3 est statistiquement différente de zéro avec un coefficient de 1,7477 et une *p-value* de 0,001.

De plus, on remarque que le coefficient de corrélation ( $\rho$ ) est significativement différent de zéro que dans les modèles 1, où seule la composante structurelle est désignée comme variable explicative, si l'on considère un niveau de confiance de 95 %. Cependant, seul le modèle 1 à barrière exogène présente un coefficient de corrélation significatif à un niveau de confiance de 99 %. La significativité de ce coefficient permet de conclure que les probabilités de défaut calculées par la composante structurelle sont corrélées dans le temps.

En somme, il y a deux grandes conclusions à retenir au niveau des modèles hybrides présentés ci-haut. Premièrement, les 3 modèles retenus présentent des coefficients de la composante structurelle ayant une significativité supérieure lorsque la barrière de défaut est traitée comme étant endogène. Par conséquent, la significativité des 3 modèles se voit améliorée quand la composante structurelle est celle présentée dans ce mémoire. Finalement, on peut également remarquer que les coefficients des variables comptables des 3 modèles demeurent sensiblement les mêmes (leur significativité ne change pas) indépendamment que la barrière soit endogène ou exogène.

Afin de mieux visualiser la performance des modèles hybrides ci-haut, la figure suivante présente le graphique des gains des modèles 1 et 3 où la barrière de défaut est endogène. Chaque modèle voit ses probabilités de défaut prédites classées en ordre décroissant et regroupées en percentiles (axe des abscisses). Le graphique des gains mesure le nombre de défauts réels dans chaque percentile des probabilités de défaut prédites. Un modèle parfait contiendrait la totalité des défauts dans le percentile le plus élevé, tandis qu'un modèle purement aléatoire afficherait une courbe à 45 %. On remarque facilement à la figure 2 que le modèle hybride domine le modèle purement structurel, c'est-à-dire qu'il classe plus rapidement et

correctement les entreprises ayant fait défaut. Ceci atteste de la complémentarité des données comptables et de capitalisation boursière dans les modèles de prédiction des défauts.



## 6. CONCLUSION

L'objectif de cet article était d'appliquer la méthodologie proposée par Brockman et Turtle (2003) à un échantillon d'entreprises publiques canadiennes dont les actions sont transigées à la Bourse de Toronto. Ce modèle se devait d'être étendu à la méthode du maximum de vraisemblance afin de résoudre le problème du manque d'observabilité de la valeur marchande des actifs et pour rendre endogène la barrière de défaut des firmes. Pour ce faire, nous avons retenu la modélisation proposée par Duan, Gauthier et Simonato (2004) du modèle de Brockman et Turtle (2003) pour estimer les probabilités de défaut.

La base de données utilisée dans cet article était identique à celle utilisée dans une étude de Dionne et al. (2005) où ils étudiaient la capacité de modèles hybrides à calculer le risque de défaut d'entreprises publiques canadiennes. Cependant, leur composante structurelle fixait la barrière de défaut égale à la valeur nominale de la dette.

Les résultats de cette étude ont démontré, dans un premier temps, que la majorité des firmes observées possèdent des barrières de défaut inférieures à leur endettement, ce qui vient démentir un des résultats de l'étude de Brockman et Turtle (2003). De plus, les capacités prédictives des trois modèles hybrides présentés dans Dionne et al. (2005) sont améliorées lorsque leur composante structurelle est substituée par celle présentée dans cet article. Les coefficients des probabilités de défaut deviennent significativement différents de zéro à un niveau de confiance de 99 %, et ce, à travers les trois modèles. Rendre endogène les barrières de défaut a donc permis d'obtenir de meilleures estimations des probabilités de défaut.

Dans un travail ultérieur, il serait intéressant de tester la sensibilité du modèle appliqué dans cet article à la durée de vie des options. En effet, ce paramètre fut fixé arbitrairement dans ce travail et une analyse de sensibilité permettrait d'illustrer l'impact de la durée de vie des options aux probabilités de défaut calculées.

## Références

- Altman, E. I. «Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy», *The Journal of Finance*, vol. 23 (4), p. 589–609.
- Black, Fischer et Myron Scholes (1973). «Pricing of Options and Corporate Liabilities», *The Journal of Political Economy*, vol. 81 (3), p. 637–654.
- Brockman, Paul et H.J. Turtle (2003). «A Barrier Option Framework for Corporate Security Valuation», *Journal of Financial Economics*, vol. 67, p. 511-529.
- Dionne, Georges, Sadok Laajimi, Sofiane Mejri et Madalina Petrescu (2005). «Estimation of the Default Risk of Publicly Traded Companies», working paper, Bank of Canada, 63 pages.
- Duan, J.C. (1994). «Maximum Likelihood Estimation Using Price Data of the Derivative Contract», *Mathematical Finance*, vol. 10 (4), p. 461-462.
- Duan, Jin-Chuan, Geneviève Gauthier et Jean-Guy Simonato (2004). «On the Equivalence of the KMV and Maximum Likelihood Methods for Structural Credit Risk Models», mimeo, HEC Montréal, 19 p.
- Hao, Hui (2006). «Measuring Firms' Credit Risk Within Structural Models», *Queen's School of Business*, 38 pages.
- Merton, Robert C. (1974). «On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates», *The Journal of Finance*, vol. 29, p. 449–470.
- Vassalou, M. et Xing Y.H. (2004). «Default Risk in Equity Returns», *Journal of Finance*, vol. 59 (2), p. 831-868.
- Wong, Hoi Ying, Tsz Choi (2006), «Estimating default barriers from market information», Working paper, Chinese University of Hong Kong, 25 p.