Document généré le 19 oct. 2024 10:17

L'Actualité économique

L’estimation de modèles de régression linéaire autorégressifs avec erreurs résiduelles autocorrélées et erreurs sur les variables

Marcel G. Dagenais et Denyse L. Dagenais

Volume 73, numéro 1-2-3, mars–juin–septembre 1997

L’économétrie appliquée

URI : https://id.erudit.org/iderudit/602237ar
DOI : https://doi.org/10.7202/602237ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Dagenais, M. G. & Dagenais, D. L. (1997). L’estimation de modèles de régression linéaire autorégressifs avec erreurs résiduelles autocorrélées et erreurs sur les variables. *L'Actualité économique*, *73*(1-2-3), 507–523. https://doi.org/10.7202/602237ar

Résumé de l'article

Nous présentons, pour des modèles de séries chronologiques, une méthode d’estimation qui tient compte de la présence d’erreurs de mesure sur les données, lorsque ces erreurs ne sont pas autocorrélées. L’approche suggérée utilise des valeurs décalées des variables indépendantes comme variables instrumentales. Nous employons l’estimateur convergent proposé par Fuller (1987) et comparons analytiquement les erreurs quadratiques moyennes de cet estimateur avec celles d’un estimateur similaire qui ne tiendrait pas compte des erreurs de mesure. Finalement, nous rapportons, à partir d’un échantillon de 150 observations, les résultats d’études de Monte Carlo sur ces deux estimateurs ainsi que sur un estimateur alternatif qui est une somme pondérée des deux premiers. Ces expériences montrent que l’estimateur alternatif semble relativement mieux se comporter. On constate également que l’inconvénient de la présence d’erreurs sur les variables n’est pas seulement de biaiser les estimateurs des coefficients ou d’accroître les erreurs quadratiques moyennes, mais également de sous-estimer considérablement le niveau des erreurs de type I des tests de signification.

Tous droits réservés © HEC Montréal, 1997

Ce document est protégé par la loi sur le droit d’auteur. L’utilisation des services d’Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d’utilisation que vous pouvez consulter en ligne.

https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/

Cet article est diffusé et préservé par Érudit.

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l’Université de Montréal, l’Université Laval et l’Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche.

https://www.erudit.org/fr/

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 73, nos 1-2-3, mars-juin-septembre 1997

L'ESTIMATION DE MODÈLES DE RÉGRESSION LINÉAIRE AUTORÉGRESSIFS AVEC ERREURS RÉSIDUELLES AUTOCORRÉLÉES ET ERREURS SUR LES VARIABLES

Marcel G. DAGENAIS
Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.)
Département de sciences économiques
Université de Montréal
Denyse L. DAGENAIS
Institut d'économie appliquée
École des Hautes Études Commerciales, Montréal

RÉSUMÉ – Nous présentons, pour des modèles de séries chronologiques, une méthode d'estimation qui tient compte de la présence d'erreurs de mesure sur les données, lorsque ces erreurs ne sont pas autocorrélées. L'approche suggérée utilise des valeurs décalées des variables indépendantes comme variables instrumentales. Nous employons l'estimateur convergent proposé par Fuller (1987) et comparons analytiquement les erreurs quadratiques moyennes de cet estimateur avec celles d'un estimateur similaire qui ne tiendrait pas compte des erreurs de mesure. Finalement, nous rapportons, à partir d'un échantillon de 150 observations, les résultats d'études de Monte Carlo sur ces deux estimateurs ainsi que sur un estimateur alternatif qui est une somme pondérée des deux premiers. Ces expériences montrent que l'estimateur alternatif semble relativement mieux se comporter. On constate également que l'inconvénient de la présence d'erreurs sur les variables n'est pas seulement de biaiser les estimateurs des coefficients ou d'accroître les erreurs quadratiques moyennes, mais également de sous-estimer considérablement le niveau des erreurs de type I des tests de signification.

ABSTRACT – This paper presents, for models based on time series data, a method of estimation to take into account errors in the variables, when these errors are not autocorrelated. The suggested approach utilizes shifted values of the independent variables as instruments. We use Fuller's (1987) consistent estimator and compare analytically the mean squared errors of this estimator with those of a similar estimator which would ignore the presence of errors in the variables. Finally, from Monte-Carlo studies based on samples of 150 observations, we evaluate the relative performance of the above estimators as well as that of an alternative estimator which is a weighted sum of the first two. Our experiments show that the alternative estimator appears to behave relatively better. They also indicate that the inconveniences associated with the presence of errors in the variables is not only to bias the parameter estimators or to increase their mean squared errors but also to underestimate notably the size of the type I errors of significance tests.

INTRODUCTION

La présence d'erreurs de mesure dans les données économiques est un phénomène bien connu. Qu'il s'agisse de données d'enquêtes sur, par exemple, les revenus des individus (Duncan et Hill, 1985; Rodgers, Brown et Duncan, 1993 et Altonji et Siow, 1987) ou, encore, de séries chronologiques concernant les agrégats de la comptabilité nationale (Morgenstern, 1963 ; Langaskens et Van Rickeghem, 1974, et Dagenais, 1992), on reconnaît que les erreurs de mesure des données économiques sont souvent loin d'être négligeables. Lorsque ces données sont utilisées comme variables explicatives dans les modèles de régression linéaire, la présence d'erreurs de mesure peut avoir des conséquences défavorables importantes sur les estimations des paramètres. La plupart des manuels d'économétrie insistent sur le fait que les estimateurs obtenus par la méthode des moindres carrés ordinaires ne sont plus convergents (Gouriéroux et Montfort, 1989). On constate aussi que la présence d'erreurs sur les variables biaise les estimateurs dans les échantillons de taille finie et, en conséquence, augmente leur erreur quadratique moyenne (Dagenais et Dagenais, 1996). Une autre conséquence défavorable très importante découlant des biais créés par la présence d'erreurs de mesure, qui est également notée par Dagenais et Dagenais, est l'augmentation considérable des erreurs de type I associées aux intervalles de confiance usuels des estimateurs des moindres carrés. Ces auteurs donnent des exemples d'intervalles de confiance calculés soi-disant au niveau de 95 %, qui correspondent en réalité à des niveaux de confiance d'à peine 10 ou 20 %, et ce pour des cas où les erreurs de mesure sont plutôt faibles. De plus, ils remarquent que sans augmenter l'importance des erreurs de mesure, la gravité de la distorsion s'accroît avec la taille de l'échantillon. Ce paradoxe provient du fait que l'accroissement de la dimension de l'échantillon ne diminue pas le biais, mais réduit la variance. La longueur des intervalles de confiance diminue donc avec la dimension de l'échantillon et les intervalles deviennent alors de plus en plus concentrés autour d'une valeur qui est biaisée (Dagenais et Dagenais, 1996).

Les mêmes effets néfastes se font sentir lorsqu'il s'agit de modèles de régression basés sur des séries chronologiques. De plus, dans ce cas, un inconvénient additionnel risque de se manifester si on néglige la présence des erreurs dans les variables. En effet, dans beaucoup de ces modèles, on constate que les erreurs de la régression sont autocorrélées. L'approche classique consiste alors, pour augmenter l'efficacité des estimateurs, à estimer les paramètres en utilisant la technique des moindres carrés généralisés ou du maximum de vraisemblance. L'utilisation de ces techniques peut cependant empirer considérablement l'effet néfaste des erreurs de mesure (Dagenais, 1994). En effet, on constate alors que les « corrections » qui sont apportées pour tenir compte, par exemple, de l'autocorrélation du premier ordre des erreurs de la régression impliquent des transformations de variables qui consistent à prendre des quasi-différences premières. Or, ces transformations ont pour effet, dans beaucoup de cas, d'exacerber considérablement le problème d'erreurs sur les variables. Pour vouloir augmenter l'efficacité des estimateurs, on augmente en fait notablement les biais des estimateurs ainsi que leurs erreurs quadratiques moyennes (Dagenais, 1994). Il appert donc que si le malade souffre de deux affections (l'autocorrélation des erreurs résiduelles et les erreurs sur les variables) et si on lui administre une médication destinée exclusivement à soulager la première affection sans tenir compte de la présence de la deuxième, le malade peut s'en trouver finalement beaucoup plus mal!

Certains auteurs mentionnent, cependant, que si l'objectif de l'analyste est de faire des prévisions conditionnelles aux valeurs observées des variables explicatives, la présence d'erreurs de mesure peut ne pas biaiser les prévisions (Johnston, 1988). Ceci n'est malheureusement pas toujours le cas. On peut en effet démontrer que lorsque les prévisions considérées correspondent à des extrapolations associées à des valeurs des variables indépendantes telles qu'observées, qui débordent l'intervalle couvert par les observations qui ont servi à l'estimation des paramètres, ces prévisions peuvent être fortement biaisées, lorsque les variables indépendantes contiennent des erreurs de mesure (Flachot, 1994; Fuller, 1987). Comme on sait que les données économiques contiennent souvent des erreurs de mesure, il semble donc très important, dans les applications économétriques, de toujours porter la plus grande attention à ce phénomène.

La méthode d'estimation généralement recommandée pour tenir compte de la présence d'erreurs sur les variables est celle des variables instrumentales (Griffith, Hill et Judge, 1993). Cette technique pose souvent, en pratique, des problèmes d'application, car premièrement, il n'est pas toujours facile d'identifier des variables qui soient à la fois fortement corrélées avec les vraies variables indépendantes et non corrélées avec leurs erreurs de mesure. Mais surtout, même si on arrive à identifier de telles variables, la plupart du temps on ne dispose pas des observations requises sur ces variables (Pal, 1980). Dans le cas des modèles de régression basés sur des données d'enquêtes, où le nombre d'observations est relativement grand, une solution alternative peut être, dans beaucoup de cas, le recours à des estimateurs basés sur des moments échantillonnaux d'ordre supérieur à deux (Dagenais et Dagenais, 1996). Dans les modèles basés sur des séries chronologiques, une solution encore plus simple, si on suppose que les erreurs de mesure ne sont pas autocorrélées, est d'utiliser des valeurs décalées des variables indépendantes comme variables instrumentales. C'est cette approche que nous voulons investiguer dans les pages qui suivent. Comme cependant, les séries chronologiques dont on dispose dans les analyses économiques contiennent très souvent moins de 200 observations, il ne sera pas suffisant d'examiner les propriétés asymptotiques des estimateurs proposés. Il faudra aussi vérifier si leur performance est satisfaisante dans les échantillons de la taille de ceux que l'on rencontre la plupart du temps dans les études économiques. Dans la section qui suit, nous décrivons le modèle très simple qui servira de base à notre étude. Ensuite, dans la section 2, nous décrivons les estimateurs proposés et nous analysons leurs propriétés asymptotiques. Nous tâchons également d'évaluer si la performance des estimateurs proposés est satisfaisante dans les échantillons de taille moyenne. La section 3 rapporte les résultats d'études de Monte-Carlo et suggère des solutions heuristiques aux problèmes mis en lumière par ces expériences. Enfin, la dernière section énumère les principales conclusions de l'étude et suggère de nouvelles directions de recherche.

1. LE MODÈLE

On suppose qu'on a le modèle de régression suivant :

$$\tilde{Y}_t = \beta \tilde{X}_t + \gamma \tilde{Y}_{t-1} + u_t \qquad (t = 1, 2, ..., T) \tag{1}$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2}$$

où $\tilde{Y}_t$ est la valeur de la variable dépendante à la période t, $\tilde{X}_t$ est la valeur de la variable indépendante et u_t est l'erreur résiduelle de la régression. Cette erreur résiduelle suit un processus autorégressif de premier ordre. On suppose également que les valeurs observées de $\tilde{Y}_t$ et $\tilde{X}_t$, soit Y_t et X_t, contiennent des erreurs de mesure :

$$Y_t = \tilde{Y}_t + s_t \tag{3}$$

$$X_t = \tilde{X}_t + v_t \tag{4}$$

On suppose de plus que ces erreurs de mesure peuvent être corrélées lorsqu'elles se rapportent à une même observation t, mais qu'elles ne sont pas autocorrélées. Finalement, on suppose que la variable $\tilde{X}_t$ est de moyenne zéro et qu'elle suit un processus $AR(p)$:

$$\tilde{X}_t = \xi_1 \tilde{X}_{t-1} + \xi_2 \tilde{X}_{t-2} ... + \xi_p \tilde{X}_{t-p} + w_t \tag{5}$$

La variable aléatoire ε_t est indépendante de $\tilde{X}_t$, s_t, v_t et w_t; w_t est également indépendante de s_t et v_t. Les ε_t sont i.i.d., de moyenne 0 et de variance σ_ε^2. Le vecteur (s_t, v_t) est également i.i.d., de moyenne (0, 0) et de matrice de covariances $\sum = \begin{pmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_{sv} \\ \sigma_{vs} & \sigma_v^2 \end{pmatrix}$. Les w_t comme les ε_t sont i.i.d., de moyenne 0 et de variance σ_w^2. On suppose que les valeurs des ξ et de γ sont telles que le système est stationnaire.

L'intérêt porte sur l'estimation des paramètres β et γ, ainsi que sur l'estimation de la matrice de covariances des estimateurs de ces paramètres. Les autres paramètres du modèle sont, en fait, des paramètres de nuisance. Si dans l'équation (1), on remplace les variables non observables par les valeurs observées correspondantes, on obtient en utilisant les équations (3) et (4) :

$$Y_t = \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + \eta_t \tag{6}$$

où

$$\eta_t = u_t + s_t - \beta v_t - \gamma s_{t-1} \tag{7}$$

On note que la matrice de covariances, des η_t est égale à

$$E(\eta\eta') = \Omega \tag{8}$$

où $\eta' = (\eta_1, ..., \eta_T)'$ et Ω est une matrice de Toeplitz symmétrique dont les éléments représentatifs sont

$$w_{t,t} = \sigma_u^2 + (1+\gamma^2)\,\sigma_s^2 + \beta^2\sigma_v^2 - 2\beta\sigma_{sv} \qquad (t = 1,\ldots,T) \tag{9}$$

$$w_{t,t-1} = \rho\sigma_u^2 - \gamma\sigma_s^2 + \beta\gamma\sigma_{sv} \qquad (t = 2,\ldots,T) \tag{10}$$

$$w_{t,t-i} = \rho^i\sigma_u^2 \qquad (t = 3,\ldots,T;\ i = 2,\ldots,t-1) \tag{11}$$

2. LES ESTIMATEURS DE VARIABLES INSTRUMENTALES

Normalement, s'il n'y avait pas d'erreurs de mesure, on pourrait estimer les paramètres β et γ de façon convergente en prenant comme variables instrumentales X_t et X_{t-1} (Johnston, 1988). Dans le présent contexte, cependant, ces variables seraient corrélées avec η_t Dans ce cas, les variables instrumentales les plus appropriées sont probablement les X décalés, mais à l'exclusion de X_{t-1}, comme X_{t-2}, X_{t-3}, X_{t+1}, X_{t+2}, etc. Les estimateurs obtenus en utilisant de telles variables instrumentales sont définis pour un échantillon de T observations, par la formule qui suit :

$$\hat{\hat{\theta}} = (\hat{Z}'Z)^{-1}\hat{Z}'Y \tag{12}$$

où $\hat{\hat{\theta}} = \left(\hat{\hat{\beta}}, \hat{\hat{\gamma}}\right)$, $\hat{Z} = W(W'W)^{-1}\,W'Z$, $Z = (X, Y_{-1})$ et, par exemple, $W = (X_{(-3)}, X_{(-2)}, X_{(+1)}, X_{(+2)})$. Par ailleurs, on définit :

$$\begin{aligned}
X &= (X_1, X_2,\ldots, X_T)',\ Y = (Y_1,\ldots,Y_T)' \\
X_{(-2)} &= (X_{-1}, X_0, X_1,\ldots, X_{T-2})',\ X_{(+1)} = (X_2,\ldots, X_{T+1})' \\
X_{(-3)} &= (X_{-2}, X_{-1}, X_0,\ldots, X_{T-3})',\ X_{(+2)} = (X_3,\ldots, X_{T+2})' \\
Y_{-1} &= (Y_0,\ldots,Y_{T-1})'
\end{aligned}$$

Cet estimateur est convergent et sa matrice de covariances asymptotiques peut être estimée par la formule suivante :

$$\hat{V}\left(\hat{\hat{\theta}}\right) = \left(\hat{Z}'Z\right)^{-1}\hat{Z}'\hat{\Omega}\hat{Z}\left(Z'\hat{Z}\right)^{-1} \tag{13}$$

où $\hat{\Omega}$ est un estimateur convergent de Ω. Plus spécifiquement, on peut estimer les éléments représentatifs de Ω par les formules suivantes :

$$\hat{\omega}_{ii} = \sum_{t=1}^{T}\hat{\eta}_t^2/(T-2) \qquad i = 1,\ldots,T \tag{14}$$

$$\hat{\omega}_{ij} = \sum_{t=2}^{T}\hat{\eta}_t\hat{\eta}_{t-1}/(T-3) \qquad i = 2,\ldots,T, j = i-1 \tag{15}$$

$$\hat{\omega}_{ij'} = \sum_{t=3}^{T}\hat{\eta}_t\hat{\eta}_{t-2}/(T-4) \qquad i = 3,\ldots,T; j' = i-2 \tag{16}$$

$$\hat{\omega}_{ij*} = \sum_{t=4}^{T} \hat{\eta}_t \hat{\eta}_{t-3} / (T-5) \qquad i = 4, \ldots, T; j* = i-3 \tag{17}$$

$$\omega_{i,\bar{j}} = \hat{\rho} \hat{\omega}_{i-1,\bar{j}} \qquad i = 5, \ldots, T; \bar{j} = 1, \ldots, i-4 \tag{18}$$

Cependant, comme nous nous intéressons effectivement à l'estimation de notre modèle à partir d'échantillons de taille relativement réduite, contenant moins de 200 observations et que l'estimateur décrit dans l'équation (12) peut ne pas avoir de moments dans les échantillons finis, il semble opportun d'adopter l'estimateur convergent proposé par Fuller (1987) qui possède des moments dans les échantillons finis et qui a de plus la propriété de n'être que faiblement biaisé dans les petits échantillons[1]

$$\hat{\theta} = \left[\hat{Z}'\hat{Z} - (\hat{\nu} - \alpha)\hat{S}_{22}\right]^{-1} \left(\hat{Z}'\hat{Y} - (\hat{\nu} - \alpha)\hat{S}_{21}\right) \tag{19}$$

où

$$\hat{Y} = W(W'W)^{-1} W'Y$$

$$\hat{S} = \left[(Y,Z)'(Y,Z) - (Y,Z)'W(W'W)^{-1} W'(Y,Z)\right] / (T-q) = \begin{pmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{12} \\ \hat{S}_{21} & \hat{S}_{22} \end{pmatrix},$$

q correspond au nombre de colonnes de W, $\hat{S}_{11}$ est un scalaire et $\hat{\nu}$ est la plus petite racine du polynôme

$$\left| \left(\hat{Y}, \hat{Z}\right)' \left(\hat{Y}, \hat{Z}\right) - \nu \hat{S} \right| = 0,$$

et $\alpha = 1$, tel que proposé par Fuller (1987 : 154). La matrice de covariances asymptotiques de cet estimateur peut être évaluée par la formule suivante[2] :

$$V\left(\hat{\theta}\right) = \left[A^{-1} B\left(W'\Omega W / T\right) B' A^{-1}\right] / T \tag{20}$$

où

$$A = \left[\hat{Z}'\hat{Z} - (\hat{\nu} - \alpha) S_{22}\right] / T$$

et

$$B = \left(\hat{Z}'W / T\right)\left(W'W / T\right)^{-1}.$$

Comme l'estimateur proposé est convergent, on peut en inférer que lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini, la performance de cet estimateur, en termes d'erreur quadratique moyenne, sera supérieure à celle de l'estimateur similaire généralement appliqué lorsqu'on ignore la présence d'erreurs sur les variables et

1. La preuve de la convergence de $\hat{\theta}$ est établie dans l'annexe, section 1.

2. Voir l'annexe, section 2.

qui contiendrait les variables X_t et X_{t-1} comme variables instrumentales. Cependant, il peut être intéressant, avant de considérer les résultats de nos expériences de Monte-Carlo faites à partir d'échantillons de 150 observations, de comparer analytiquement les erreurs quadratiques moyennes de l'estimateur convergent considéré ci-dessus avec celles de l'estimateur équivalent non convergent $\tilde{\theta}$, qui contiendrait parmi les instruments, les vecteurs X et $X_{(-1)}$, où $X_{(-1)} = (X_0,...,X_{T-1})'$, dans le cas d'échantillons finis, en utilisant des approximations d'ordre T^{-1}, qui seraient valables pour de grands échantillons. Pour l'estimateur $\hat{\theta}$, étant donné que son biais dans les grands échantillons est négligeable, l'erreur quadratique moyenne de chacun de ses éléments serait à peu près égale à la variance asymptotique correspondante donnée à l'équation (20). Pour l'estimateur non convergent, les erreurs quadratiques moyennes seront approximativement égales aux éléments diagonaux de[3] :

$$EQM\left(\tilde{\theta}\right) = \left[\tilde{A}^{-1}\tilde{B}E\left(\tilde{W}'\eta\eta'\tilde{W}\right)\tilde{B}'\tilde{A}^{-1}\right]/T \tag{21}$$

où les symboles surmontés du tilde (~) correspondent aux mêmes symboles surmontés d'un accent circonflexe (^), avec cette différence que la matrice des instruments W y est remplacée par $\tilde{W}$ et que la matrice $\tilde{W}$ contient X et $X_{(-1)}$. On constate alors que si ces approximations sont valables pour des échantillons de 150 observations, les erreurs quadratiques moyennes des éléments de $\tilde{\theta}$ peuvent être inférieures à celles des éléments de $\hat{\theta}$, pour des valeurs des paramètres du modèle qui semblent très plausibles. Par exemple, si le coefficient de corrélation multiple (R^2)[4] est égal à 0,9, $\beta = 1$, $\gamma = 0{,}9$, $\rho = 0{,}6$, $\sigma^2_{\tilde{x}} = 1$ (où $\sigma^2_{\tilde{x}}$ est la variance de $\tilde{X}_t$), $\sigma^2_v = 0{,}5$, $\sigma^2_s = 0{,}3$, $\rho_{vs} = 0{,}5$ (où ρ_{vs} désigne le coefficient de corrélation entre v et s), $\tilde{X}_t$ suit un AR(1) avec coefficient d'autocorrélation égal à 0,7, $\hat{W} = (X_{(-2)}, X_{(+1)})$, $\tilde{W} = (X, X_{(-1)})$ et $T = 150$, on obtient alors pour les éléments de $\hat{\theta}$ et $\tilde{\theta}$, les racines carrées des erreurs quadratiques moyennes indiquées dans le tableau 1[5].

TABLEAU 1

ÉVALUATION DES RACINES CARRÉES DES ERREURS QUADRATIQUES MOYENNES

	Estimation $\hat{\theta}$	Estimation $\tilde{\theta}$
β	0,499	0,253
γ	0,114	0,107

3. Voir l'annexe, section 3.

4. R^2 est défini ici comme le coefficient de corrélation entre la variable dépendante $(Y_t - \rho Y_{t-1})$ et la combinaison linéaire des variables indépendantes $[\beta(X_t - \rho X_{t-1}) + \gamma(Y_{t-1} - \rho Y_{t-2})]$, dans la population totale.

5. L'approche utilisée pour calculer l'approximation correspondant à l'équation (21) est expliquée dans l'annexe, section 4.

3. LES RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES DE MONTE-CARLO

Nous avons fait un grand nombre d'expériences de Monte-Carlo, basées sur des échantillons de 150 observations. Nous avons choisi ce nombre d'observations, car il correspond approximativement au nombre d'observations dont on peut disposer lorsqu'on effectue des analyses à partir de séries chronologiques trimestrielles d'agrégats macroéconomiques comme ceux des comptes nationaux. Nous avons supposé que les véritables valeurs des $\tilde{X}$ avaient une variance égale à 1 et suivaient un AR(1). Nous avons de plus fixé β à 1 et nous avons fait varier les autres paramètres dans les diverses expériences, à savoir les paramètres γ, ρ, ξ, σ_v^2, σ_s^2 et ρ_{vs}. Nous avons fait varier γ, ρ et ξ entre 0,5 et 0,9 et nous avons considéré diverses combinaisons de ces paramètres. Nous avons également fait varier les valeurs de σ_s^2, σ_v^2 et ρ_{vs} entre 0,2 et 0,5.

Nous avons peu d'évidence sur l'importance relative des variances des erreurs de mesure par rapport aux variances des vraies valeurs des agrégats macroéconomiques. Pour fins d'illustration, nous avons comparé les taux de changement annuel des exportations de la France vers le Canada, de 1958 à 1994, évaluées aux prix fob et exprimées en millions de dollars U.S., à la série correspondante des importations canadiennes en provenance de la France, évaluées également aux prix fob[6]. Si on considère que la série des exportations françaises correspond aux données exactes et que la série des importations canadiennes contient des erreurs de mesure, on obtient pour cette dernière série, un ratio λ des variances $\sigma_v^2 / \sigma_{\tilde{x}}^2$ égal à 1,0, ce qui semble très élevé. Si, au contraire, on suppose que c'est la série des importations canadiennes qui contient les vraies valeurs, on obtient pour les exportations françaises un λ égal à 0,5. Si on suppose enfin que les vraies valeurs correspondent aux valeurs moyennes entre les deux séries, on trouve pour ces données, $\lambda = 0,2$. On croit en général que, surtout pour le commerce des marchandises qui comportent des droits de douane à l'importation, les statistiques recueillies par les pays importateurs sont plus fiables que celles qui proviennent des exportateurs. Si c'était le cas dans l'exemple qui nous concerne, la valeur $\lambda = 0,5$ serait alors à retenir. Il se pourrait évidemment que ces séries comportent toutes deux des erreurs de mesure encore plus importantes que celles qui correspondent aux diverses hypothèses considérées ci-dessus. Les commentaires de Morgenstern (1963), Langaskens et Van Rickegem (1974) ou Dagenais (1992) suggèrent en effet que la valeur de λ pourrait, dans plusieurs cas, être notablement plus élevée.

Pour chaque expérience, nous avons calculé l'estimateur des moindres carrés ordinaires (*MCO*), un premier estimateur de variables instrumentales (*IV*1) où on utilise X_t et X_{t-1} comme instruments et un estimateur convergent (*IV*2) utilisant X_{t+1} et X_{t-2} comme instruments.

6. Les données ont été tirées des publications du Fonds Monétaire International citées en référence.

Pour chaque expérience, nous avons généré 500 échantillons[7]. Pour chaque échantillon, nous avons estimé des intervalles de confiance au niveau de 95 % pour les deux paramètres β et γ. Nous avons retenu trois critères de performance : le biais, la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (*EQM*) et la véritable dimension de l'erreur de type I (*ETI*). L'erreur quadratique moyenne qui tient compte à la fois du biais et de la variance, est évidemment une mesure plus complète que le biais. Cependant, comme le fait remarquer Dagenais (1996), lorsque l'objectif d'une étude est de tester une théorie, la véritable dimension de l'erreur de type I peut devenir le critère le plus important. Dans presque tous les cas considérés, l'estimateur *IV*1 avait une erreur quadratique moyenne moins élevée que celle de l'estimateur *MCO* ou celle du *IV*2. Par ailleurs, les erreurs de type I étaient fortement supérieures au niveau désiré de 5 %, alors que pour l'estimateur *IV*2, le niveau de l'erreur de type I n'en était pas bien éloigné. Le tableau 2 reproduit un résultat typique obtenu lors de ces expériences.

TABLEAU 2

PERFORMANCE DES ESTIMATEURS CONSIDÉRÉS

	Paramètres								
	β			γ			moyenne		
	MCO	*IV*1	*IV*2	*MCO*	*IV*1	*IV*2	*MCO*	*IV*1	*IV*2
$\lvert$biais$\rvert$	0,2725	0,1695	0,0014	0,1524	0,0008	0,0026	0,2124	0,0851	0,0020
$\sqrt{EQM}$	0,2863	0,1943	0,2783	0,1609	0,0854	0,1397	0,2236	0,1398	0,2090
*ET*1 (%)	91,20	44,40	4,80	88,60	6,60	4,00	$\lvert$écart$\rvert$ moyen p/r au niveau de 5 %		
							84,90	20,5	0,60

NOTES :

Valeurs des paramètres utilisées :

$\sigma^2_{\tilde{x}} = 1, \beta = 1, \gamma = 0{,}5, \xi = 0{,}7, \rho = 0{,}7, R^2 = 0{,}8$

$\sigma^2_v = 0{,}5, = \sigma^2_s = 0{,}5, \rho_{vs} = 0{,}5, T = 150$

EQM : erreur quadratique moyenne

*ET*1 : erreur de type I (niveau désiré = 5 %)

Si on examine les trois dernières colonnes qui résument les résultats en prenant les moyennes des résultats individuels pour β et γ on constate qu'en termes de l'*EQM*, l'estimateur *IV*1 a une performance nettement supérieure quoique le

7. Nous avons aussi fait plusieurs expériences avec 1 000 échantillons et plus, mais les résultats étaient essentiellement les mêmes.

biais soit plus grand que pour l'estimateur *IV2*. Par contre, à cause justement des biais importants et des variances plus petites, les erreurs de type I de l'estimateur *IV1* sont nettement trop élevées.

Compte tenu des résultats mitigés obtenus avec *IV2*, nous avons par la suite effectué plusieurs essais pour développer un estimateur convergent qui performe à peu près aussi bien que l'estimateur *IV1* en termes de l'*EQM*, sans avoir les mêmes défauts de distorsion des erreurs de type I. Nous en sommes arrivés alors à développer un estimateur alternatif (*IVA*) qui est une somme pondérée de *IV1* et *IV2*, les pondérations étant inversement proportionnelles aux estimations des racines carrées de leurs *EQM* respectives[8].

Plus précisément, on a :

$$IVA = g_1\, IV1 + g_2\, IV2 \tag{22}$$

où

$$g_1 = [EQM(IV2)]^{1/2} \,/\, \left\{ [EQM(IV1)]^{1/2} + [EQM(IV2)]^{1/2} \right\}$$

et $g_2 = 1 - g_1$.

Dans la même veine, l'estimation de l'écart-type de cet estimateur est obtenue de la façon suivante :

$$ET(IVA) = ET(IV2)\, \left\{ 1 + [EQM(IV1)]^{1/2} \,/\, \left[ET(IV2) + [EQM(IV1)]1/2 \right] \right\}/2$$

où

$ET(IVA)$ = l'écart-type de l'estimateur *IVA*

$ET(IV2)$ = l'écart-type de l'estimateur *IV2*

On notera que l'estimateur *IVA* est convergent car l'*EQM* de *IV1* est $O(1)$ et l'*EQM* de *IV2* est $O(N^{-1})$, si bien qu'asymptotiquement la pondération donnée à *IV2* dans le calcul de *IVA* tend vers 1 et la pondération donnée à *IV1* tend vers 0. De la même façon, asymptotiquement, l'écart-type de *IVA* coïncide avec celui de *IV2*. En utilisant cette approche, on obtient un estimateur convergent qui, même pour des échantillons de taille moyenne, a une performance à peu près égale à celle de *IV1* en termes d'erreur quadratique moyenne et qui se comporte beaucoup mieux pour ce qui a trait à la dimension des erreurs de type I, ainsi qu'on peut le constater en examinant le tableau 3. Les résultats rapportés dans ce tableau correspondent à la même expérience que pour le tableau 2. La dernière ligne intitulée « intervalles » indique les longueurs moyennes des intervalles de confiance (au niveau désiré de 5 %) calculés pour chaque paramètre dans chaque échantillon. On constate que les longueurs moyennes des intervalles de confiance calculés pour *IVA* sont nettement inférieures à celles calculées pour *IV2*.

---

8. Pour l'estimateur *IV2*, nous avons supposé que son *EQM* était égale à sa variance asymptotique. Le calcul de l'*EQM* de l'estimateur *IV1* est expliqué dans l'annexe, section 5.

TABLEAU 3

PERFORMANCE DE L'ESTIMATEUR ALTERNATIF

	Paramètres								
	β			γ			moyenne		
	*IV*1	*IV*2	*IVA*	*IV*1	*IV*2	*IVA*	*IV*1	*IV*2	*IVA*
| biais |	0,1695	0,0014	0,0700	0,0008	0,0026	0,0028	0,0851	0,0020	0,0364
$\sqrt{EQM}$	0,1943	0,2783	0,1946	0,0854	0,1397	0,0999	0,1398	0,2090	0,1473
intervalles	0,3588	1,154	0,8674	0,2714	0,5571	0,4471	0,3151	0,8556	0,6573
*ET*1 (%)	44,40	4,80	5,80	6,60	4,00	3,00	| écart | moyen p/r au niveau de 5 %		
							20,50	0,60	1,40

NOTES :

Valeurs des paramètres :

$\sigma^2_x = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 0{,}5$, $\xi = 0{,}7$, $\rho = 0{,}7$, $R^2 = 0{,}8$

$\sigma^2_v = 0{,}5$, $= \sigma^2_s = 0{,}5$, $\rho_{vs} = 0{,}5$, $T = 150$

EQM : erreur quadratique moyenne

*ET*1 : erreur de type I (niveau désiré = 5 %)

De nombreuses expériences de Monte-Carlo nous ont permis de constater qu'en termes des erreurs quadratiques moyennes, pour des échantillons de 150 observations, l'estimateur *IVA* se comportait la plupart du temps presque aussi bien, et quelquefois mieux, que l'estimateur *IV*1. Par ailleurs, en ce qui concerne les erreurs de type I, l'estimateur *IVA* se comporte en général nettement mieux, surtout lorsque les variances des erreurs de mesure sont relativement importantes, ainsi qu'on peut le constater à partir du tableau 4 qui donne les résultats d'expériences où σ^2_v, et σ^2_s ont été fixés à 0,8.

TABLEAU 4

COMPARAISON DE LA PERFORMANCE DE *IV*1 ET *IV*A

Paramètres				Moyennes des $\sqrt{EQM}$ pour β et γ		|Écarts| moyens des *ET*1 p/r au niveau de 5 %, pour β et γ	
γ	ξ	ρ	R^2	*IV*1	*IVA*	*IV*1	*IVA*
0,5	0,5	0,3	0,7	0,1763	0,1910	33,1	2,9
0,5	0,5	0,3	0,95	0,1502	0,1357	43,7	3,1
0,9	0,5	0,3	0,95	0,1826	0,1647	28,8	1,4
0,5	0,5	0,9	0,7	0,2445	0,3215	5,9	9,2
0,5	0,5	0,9	0,95	0,1649	0,1646	35,1	1,5
0,9	0,5	0,9	0,95	0,1678	0,2324	8,8	11,4
0,5	0,9	0,3	0,7	0,1800	0,2156	22,4	1,5
0,5	0,9	0,3	0,95	0,1636	0,1731	34,0	1,8
0,9	0,9	0,3	0,95	0,1533	0,1971	7,3	3,5
0,5	0,9	0,9	0,7	0,2274	0,2809	23,2	14,9
0,5	0,9	0,9	0,95	0,1696	0,1728	35,5	2,2
0,9	0,9	0,9	0,95	0,1995	0,2289	9,9	8,4

NOTES :

Valeurs des paramètres :

$\sigma^2_{\tilde{x}} = 1, \beta = 1$

$\sigma^2_v = \sigma^2_s = 0{,}8$ $\rho_{vs} = 0{,}5$, $T = 150$

EQM : erreur quadratique moyenne

*ET*1 : erreur de type I

CONCLUSION

En premier lieu, on a pu constater une fois de plus le fait bien connu que les estimateurs qui sont meilleurs asymptotiquement ou même pour de très grands échantillons, ne performent pas nécessairement mieux pour des échantillons de tailles plus faibles comme celles que nous avons considérées dans nos études de Monte-Carlo et que l'on rencontre très souvent dans les applications empiriques. On a pu constater également que l'inconvénient de la présence d'erreurs sur les variables lorsque celles-ci sont non négligeables n'est pas seulement de biaiser les estimateurs des coefficients comme le font remarquer la plupart des manuels d'économétrie, ou d'accroître les erreurs quadratiques moyennes, mais également de fausser *considérablement* le niveau des erreurs de type I des tests de signification, ainsi que Dagenais et Dagenais (1996) l'avaient déjà signalé. On note enfin que, pour le modèle considéré dans nos études de Monte-Carlo, l'estimateur *IV*A semble bien se comporter puisqu'en plus d'être convergent tout comme $IV2$, il génère la plupart du temps des écarts quadratiques moyens presque aussi faibles que l'estimateur $IV1$, tout en conservant, pour les erreurs de type I associées aux tests de signification, un niveau généralement satisfaisant, lorsqu'on utilise l'approximation suggérée pour son écart-type. Il faudrait encore vérifier comment cet estimateur se comporte dans les modèles qui contiennent plus d'une variable exogène mesurée avec erreurs. S'il s'avère satisfaisant, il devrait être possible, éventuellement, de justifier théoriquement le choix d'un tel estimateur.

On peut penser également à développer d'autres types d'approches qui commenceraient par identifier la structure des processus stochastiques qui ont généré les vrais $\tilde{X}$ et leurs erreurs de mesure. De là, il devient possible d'estimer les variances des erreurs de mesure (Granger et Morris, 1976). Ensuite, on peut se servir des estimations de ces variances pour développer des estimateurs convergents des paramètres du modèle. Quelques expériences préliminaires nous laissent penser que, quoique cette approche alternative soit plus complexe que l'approche considérée dans le présent article, les résultats pourraient s'avérer encore plus satisfaisants. Dans le cas où on suppose, contrairement à ce que nous avons fait dans nos expériences de Monte-Carlo, que les $\tilde{X}$ ne suivent pas une loi normale de moyenne et de variance fixes, on pourrait également songer à utiliser les estimateurs de moments supérieurs proposés par Dagenais et Dagenais, 1996. Ces estimateurs semblent se comporter très bien lorsqu'on les applique à des échantillons de coupes transversales qui comportent plusieurs centaines d'observations. Il resterait à vérifier comment ils se comportent dans des échantillons de plus petite taille basés sur des séries chronologiques.

ANNEXE

1. CONVERGENCE DE $\hat{\theta}$

En remplaçant $\hat{Y}$ dans l'équation (19) par $W(W'W)^{-1}W'Y$, puis en remplaçant Y dans cette expression et aussi dans S_{21}, par l'expression de droite de l'équation (6), on peut écrire

$$\begin{aligned}\hat{\theta} = \theta + &\left\{[\hat{Z}'\hat{Z} - (\hat{v} - \alpha)\hat{S}_{22}]/T\right\}^{-1}(ZW/T) \\ &(W'W/T)^{-1}W'\eta/T + O_p(N^{-1})\end{aligned} \tag{A.1}$$

Comme d'après la loi des grands nombres

$$P \lim W'\eta/T = E(W'\eta/T) \tag{A.2}$$

et que $E(W'\eta/T) = 0$ puisque η n'est pas corrélé avec les éléments de W, on a

$$P \lim \hat{\theta} = \theta. \tag{A.3}$$

2. MATRICE DE COVARIANCES ASYMPTOTIQUES DES ÉLÉMENTS DE $\hat{\theta}$

$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta)$ a la même loi de distribution asymptotique (Theil, 1971) que :

$$\Lambda = (P\lim A)^{-1}(P\lim B)W'\eta/\sqrt{T} \tag{A.4}$$

où

$$A = [\hat{Z}'\hat{Z} - (\hat{v} - \alpha)S_{22}/T] \tag{A.5}$$

et

$$B = (\hat{Z}'W/T)(W'W/T)^{-1}. \tag{A.6}$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned}V(\Lambda) = E(\Lambda\Lambda') = &(P \lim A)^{-1} (P \lim B)\, E(W'\eta\eta W/T) \\ &(P \lim B')\,(P \lim A)^{-1} \end{aligned}\tag{A.7}$$

$$= (P \lim A^{-1})\,(P \lim B)E(W'\Omega W/T)\,(P \lim B')\,(P \lim A^{-1}) \tag{A.8}$$

La variance de $\hat{\theta}$ dans les grands échantillons peut donc être approximée par $V(\Lambda)/T$ et estimée par l'expression de l'équation (20).

3. ERREURS QUADRATIQUES MOYENNES DES ÉLÉMENTS DE $\tilde{\theta}$

En suivant la même démarche que celle utilisée pour $\hat{\theta}$, on démontre que

$$\tilde{\theta} - \theta = \tilde{A}^{-1}\tilde{B}\tilde{W}'\eta/N \tag{A.9}$$

On note que $\tilde{\theta}$ n'est pas convergent car η est corrélé avec certains des éléments de $\tilde{W}$. Pour un échantillon de grande taille, on obtient une approximation des erreurs quadratiques moyennes des éléments de $\tilde{\theta}$ dans les grands échantillons en calculant les erreurs quadratiques moyennes des éléments de Ξ, où

$$\Xi = (P\lim \tilde{A})^{-1}(P\lim \tilde{B})\tilde{W}'\eta / N. \tag{A.10}$$

Ces erreurs quadratiques moyennes correspondent aux éléments diagonaux de :

$$E[\Xi\Xi'] = \left\{(P\lim\tilde{A})^{-1}(P\lim\tilde{B})E[\tilde{W}'\eta\eta'W/T](P\lim\tilde{B})'(P\lim\tilde{A})^{-1}\right\}/T \tag{A.11}$$

4. CALCUL DES ÉVALUATIONS DES ERREURS QUADRATIQUES MOYENNES UTILISÉES DANS LE TABLEAU 1

Pour les approximations de grands échantillons, les corrections proposées par Fuller peuvent être négligées. On obtient alors :

$$(P\lim A)^{-1}(P\lim B) = \begin{bmatrix} \xi^2 & \xi + \gamma/(1-\gamma\xi) \\ \xi & \xi^2/(1-\gamma\xi) \end{bmatrix} = H \tag{A.12}$$

$$(P\lim\tilde{A})^{-1}(P\lim\tilde{B}) = \begin{bmatrix} 1+\lambda & \xi/(1-\xi) \\ \xi & 1+\sigma_{sv}+\gamma\xi/(1-\xi) \end{bmatrix} = \tilde{H} \tag{A.13}$$

Les erreurs quadratiques moyennes des éléments de $\hat{\theta}$ et $\tilde{\theta}$ pour un échantillon de taille T sont alors approximées par les éléments diagonaux des matrices suivantes :

$$EQM(\hat{\theta}) = (TH)^{-1}\, E(W\eta\eta'W)(TH')^{-1} \tag{A.14}$$

et

$$EQM(\tilde{\theta}) = (T\tilde{H})^{-1}\, E(W'\eta\eta'W)(T\tilde{H}')^{-1}. \tag{A.15}$$

Les éléments de $E(W'\eta\eta'W)$ et de $E(\tilde{W}\eta'\eta\tilde{W})$ auraient pu être obtenus analytiquement. Il était plus simple cependant, surtout dans le cas de $E(\tilde{W}\eta\eta'\tilde{W})$, d'évaluer ces expressions par simulation.

5. ESTIMATION DES ERREURS QUADRATIQUES MOYENNES DES ÉLÉMENTS DE $\tilde{\theta}$

Il s'agit d'évaluer ici l'expression que l'on trouve à droite de l'équation (21), lorsque T est très grand. Le calcul des termes $\tilde{A}^{-1}$ et $\tilde{B}$ est direct. Le terme qui pose des difficultés est $E(\tilde{W}'\eta\eta'\tilde{W}/T)$.

Nous allons illustrer comment nous avons calculé le terme $E(X'\eta\eta'X)$. Les autres termes ont été calculés de façon analogue. On peut démontrer que :

$$
\begin{aligned}
E(X'\eta\eta'X) &= E\left[\sum_{t=1}^{T} X_t^2\eta_t^2 - 2\sum_{t=1}^{T}\sum_{t'>t}^{T} X_t\eta_t X_{t'}\eta_{t'}\right] \\
&= TE(X_t^2\eta_t^2) + 2(T-1)E(X_t\eta_t X_{t-1}\eta_{t-1}) \\
&\quad + 2(T-2)E(X_t\eta_t X_{t-2}\eta_{t-2}) \\
&\quad + 2(T-3)E(X_t\eta_t X_{t-3}\eta_{t-3}) \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\quad + 2E(X_t\eta_t X_{t-T+1}\eta_{t-T+1}) \qquad \text{(A.16)} \\
&= TE_0 + 2\sum_{i=1}^{T-1}(T-i)E_i \qquad \text{(A.17)}
\end{aligned}
$$

où

$$E_j = E(X_t\eta_t X_{t-j}\eta_{t-j}) \qquad (j = 0,\ldots,T-1)$$

E_0 peut être estimé par $\sum_{t=1}^{T} X_t^2\hat{\eta}_t^2/T$, où $\hat{\eta}_t = Y_t - Z_t\hat{\theta}$. De la même façon, E_ℓ peut être estimé par

$$\hat{E}_\ell = \sum_{t=\ell+1}^{T} X_t\hat{\eta}_t X_{t-\ell}\hat{\eta}_{t-\ell}/(T-\ell) \qquad \text{(A.18)}$$

pour $\ell = 1,\ldots,4$. Si, par ailleurs, on remplace X par $\tilde{X} + v$ et η par $u + s - v\beta - s_{-1}$, où le vecteur s_{-1} correspond au vecteur s avec les éléments décalés d'une période, on peut démontrer que :

$$
\begin{aligned}
E_i &= \xi^i\rho^i\sigma_{\tilde{x}}^2\sigma_u^2 + \sigma_{sv}^2 \\
&\qquad - 2\beta\sigma_{sv}\sigma_v^2 + \beta^2\sigma_v^4 \quad (i = 2,\ldots,T-1) \qquad \text{(A.19)} \\
&= (\rho\xi)^i\sigma_{\tilde{x}}^2\sigma_u^2 + D \qquad \text{(A.20)}
\end{aligned}
$$

où

$$D = \sigma_{sv}^2 - 2\beta\sigma_{sv}\sigma_v^2 + \beta^2\sigma_v^4.$$

En conséquence, après avoir estimé $E_k (k = 0,\ldots,4)$, on peut estimer $(\rho\xi)$ et D par les formules suivantes :

$$\widehat{(\rho\xi)} = (\hat{E}_4 - \hat{E}_3)/(\hat{E}_3 - \hat{E}_2), \qquad \text{(A.21)}$$

et

$$\hat{D} = (\hat{E}_3 - \widehat{(\rho\xi)}\,\hat{E}_2)/[1 - \widehat{(\rho\xi)}]. \qquad \text{(A.22)}$$

De là, on peut estimer

$$\hat{E}_f = (E_4 - \hat{D})\,\widehat{(\rho\xi)}^{(f-4)} + \hat{D} \qquad (f = 5,\ldots,T-1) \qquad \text{(A.23)}$$

BIBLIOGRAPHIE

ALTONJI, J.G., et A. SIOW (1987), « Testing the Response of Consumption to Income Changes with (Noisy) Panel Data », *The Quarterly Journal of Economics*, mai : 293-328.

DAGENAIS, M.G. (1992), « Measuring Personal Savings, Consumption and Disposable Income in Canada », *Canadian Journal of Economics*, XXV(3), août : 681-707.

DAGENAIS, M.G. (1994), « Parameter Estimation in Regression Models with Errors in the Variables and Autocorrelated Disturbances », *Journal of Econometrics*, 64 : 145-163.

DAGENAIS, M.G., et D.L. DAGENAIS (1996), « Higher Moment Estimators for Linear Regression Models with Errors in the Variables », *Journal of Econometrics* (à paraître).

DUNCAN, G.J., et D.H. HILL (1985), « An Investigation of the Extent and Consequences of Measurement Errors in Labor-Economic Survey Data », *Journal of Labor Economics*, 3(4) : 508-532.

FLACHOT, C. (1994), « Étude de l'emploi de l'estimateur des moindres carrés et de l'estimateur *Higher Moments* en vue de prévisions, dans le cas d'erreurs de mesure sur les variables explicatives », mémoire de DEA présenté à l'Université d'Aix-Marseille.

FONDS MONÉTAIRE INTERNATIONAL/INTERNATIONAL MONETARY FUND, *Direction of Trade Statistics Yearbook*, Washington.

FULLER, W.A. (1987), *Measurement Error Models*, Wiley, New York.

GOURIÉROUX, C., et A. MONTFORT (1989), *Statistique et modèles économétriques* 1, Economica, Paris.

GRANGER, C.W.J., et M.J. MORRIS (1976), « Time Series Modelling and Interpretation », *Journal of the Royal Statistical Society*, A, 139(2) : 246-257.

GRIFFITH, W.E., R.C. HILL, et G.G. JUDGE (1993), *Learning and Practicing Econometrics*, Wiley, New York.

JOHNSTON, J. (1988), *Méthodes économétriques*, 3e éd., Economica, Paris.

LANGASKENS, Y., et M. VAN RICKEGHEM (1974), « A New Method to Estimate Measurement Errors in National Income Account Statistics : The Belgian Case », *International Statistical Review*, 42(3) : 283-290.

MORGENSTERN, O. (1963), *On the Accuracy of Economic Observations*, 2e éd., Princeton University Press, Princeton, N.J.

PAL, M. (1980), « Consistent Moment Estimators of Regression Coefficients in the Presence of Errors in Variables », *Journal of Econometrics*, 14 : 349-364.

RODGERS, W.L., C. BROWN, et G.J. DUNCAN (1993), « Errors in Survey Reports of Earnings, Hours Worked and Hourly Wages », *Journal of the American Statistical Association*, 88(424) : 1208-1218.