L'Actualité économique

Étude de la hiérarchie des villes du Québec en fonction de leur population selon le modèle de Zipf

Jean-Pierre Thouez

Volume 48, numéro 3, octobre–décembre 1972

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1003786ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1003786ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cette note

Thouez, J.-P. (1972). Étude de la hiérarchie des villes du Québec en fonction de leur population selon le modèle de Zipf. *L'Actualité économique*, *48*(3), 519–525. https://doi.org/10.7202/1003786ar

Étude de la hiérarchie des villes du Québec en fonction de leur population selon le modèle de Zipf

Le but de l'étude est de dégager un schéma de hiérarchisation des villes québécoises selon leur taille ainsi qu'un certain nombre de caractéristiques concernant l'agencement actuel du réseau urbain.

Même si elle débouche sur un modèle schématique et approximatif vis-à-vis de la situation réelle, elle présente un intérêt dans le domaine de l'aménagement, par exemple, qui implique la possession d'une image simple et claire, à défaut d'être précise, de la façon dont les villes sont distribuées dans un espace donné. Enfin, nous tentons de dégager rapidement les développements et les limites du modèle de Zipf.

L'analyse du réseau urbain la plus simple et la plus largement admise est fondée sur le critère dimension/population des villes. De très nombreuses études empiriques ont été menées sur ce sujet. Elles ont abouti à la formulation de la loi rang-dimension (*rank size rule*). Cette loi, ordinairement attribuée à Zipf (1949), a été formulée antérieurement par F. Auerbach (1931), Gibrat (1939), Singer (1936) [1]. Elle établit une relation simple entre la population P d'une ville et son rang R dans un ensemble classé :

$$P \, . \, R^{n} = C$$

où C est une valeur constante.

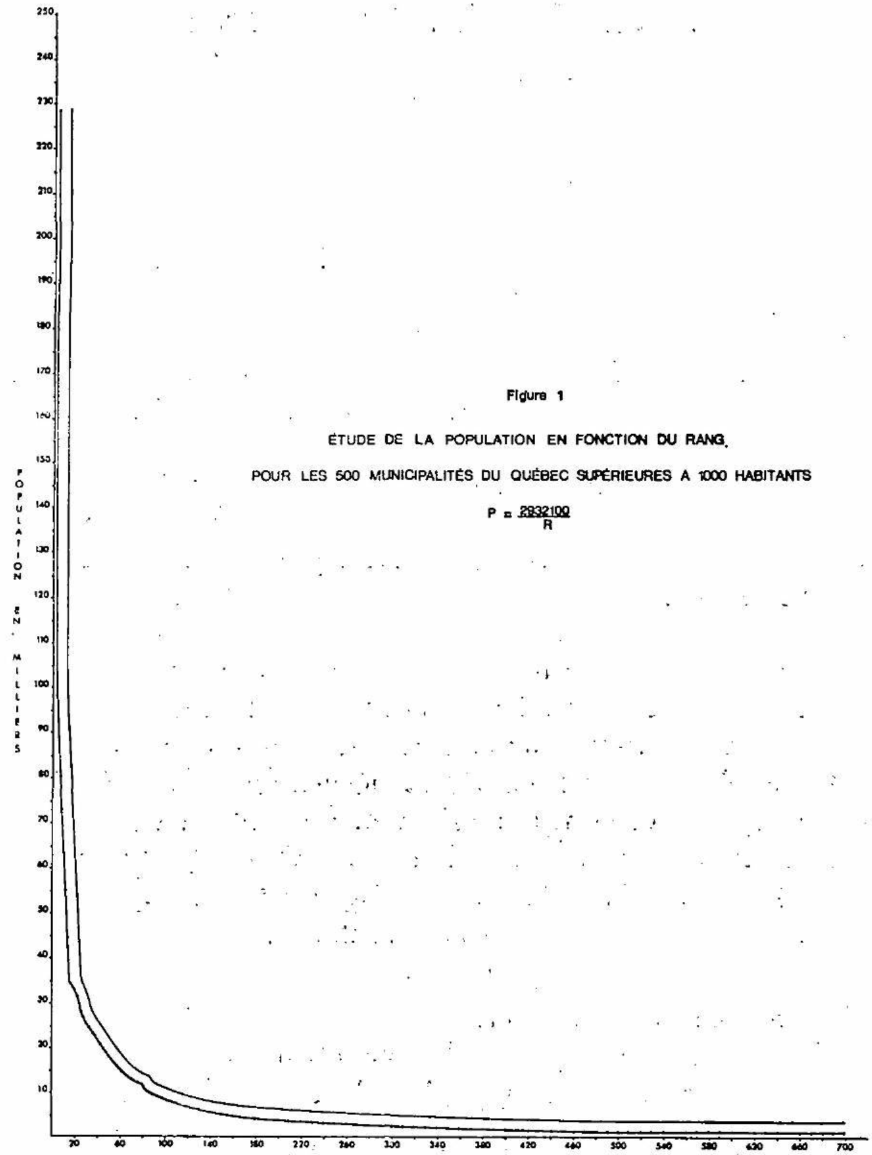
Tous ont fait remarquer que la distribution des villes en fonction de leur taille tendait à se rapprocher d'une distribution de Pareto.

---

1. P.H. Derycke, *L'économie urbaine*, P.U.F., 1970, pp. 69-75. F. Guyot, *Essai d'économie urbaine*, Bibliothèque d'économie politique, Librairie générale de droit, Paris, 1968, pp. 106-119.

À chaque ville P est associé un rang R ; la plus grande ville de population P_1 ayant pour rang $R = 1$. L'équation générale correspondant à ce type d'ajustement est de la forme :

$$P_n = P_1 \; R_n - q$$

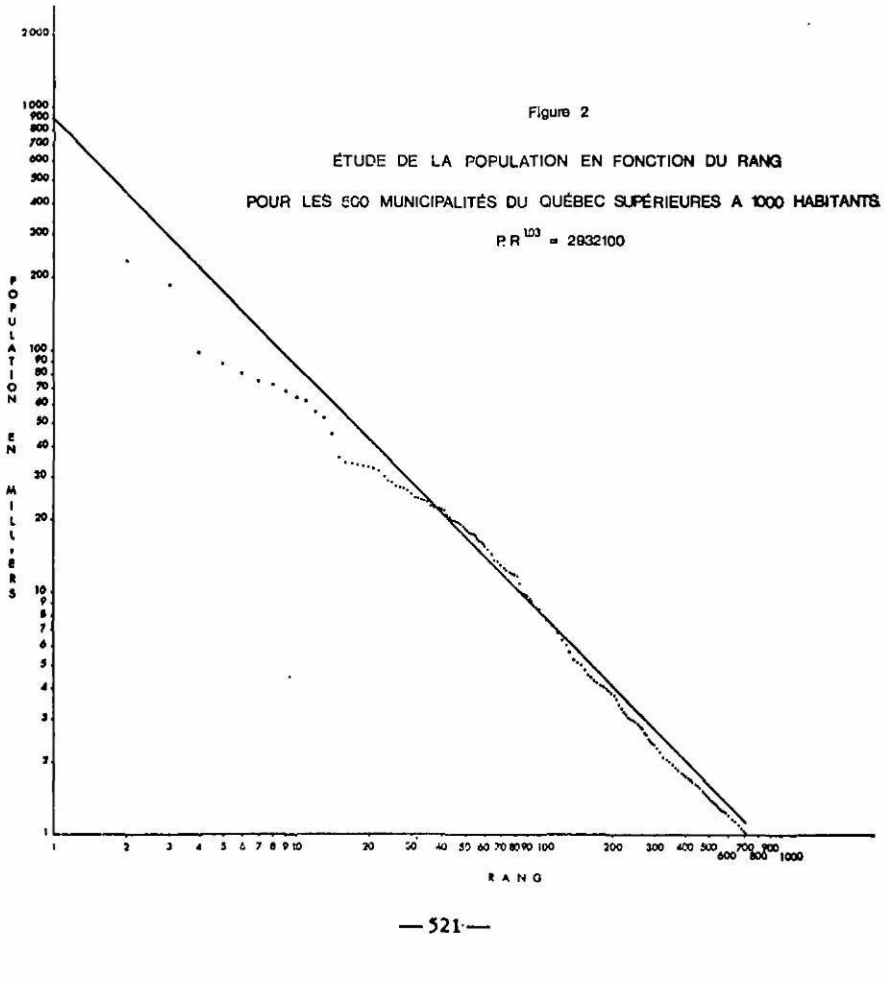


P_n = population de la ville ne $n^{\text{ème}}$ rang
P_1 = population de la ville de 1er rang
R_n = rang de la ville n
q = constante

En effet, le critère constitue un indice facilement disponible, aisé à manier et, en second lieu, il représente une fonction complexe de tous les autres critères.

En portant sur un graphique doublement logarithmique avec, en ordonnée, la population des villes et, en abscisse, le nombre cumulé des villes excédant une dimension donnée, $P = F\ (R)$, on obtient une distribution à peu près linéaire. La relation s'écrit alors :

$$\log P = \log P_1 - n \log R$$



Ce qui correspond bien à l'équation d'une droite de pente négative égale à $-n$.

Les graphiques 1 (coordonnées arithmétiques) et 2 (coordonnées logarithmiques) représentent les 500 villes ou municipalités québécoises dont la population en 1971 était supérieure à 1,000 habitants rangées par ordre décroissant en fonction de leur population.

L'ajustement analytique des données à la courbe donne le résultat suivant :

$$P_1 = 2\,932\,100$$
$$n = 1.03$$

soit :

$$P = \frac{2\,932\,100}{R^{1.03}} \qquad r = -0.993$$

L'analyse sommaire des différences entre les données observées et les données calculées peut être résumée dans le tableau ci-dessous d'analyse de la variance :

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Moyenne carré variance	Test F
Total	106.198	498		
Équation de régression	104.85	1	104.845	38 512.29 [a]
Déviation	1.353	497	0.002	

(a) La valeur minimale requise pour les différents niveaux pour $n = 498$ est 1.0 ; le ratio de 38 512.29 est donc hautement significatif ; rappelons que le coefficient de corrélation est égal à -0.993.

À partir de leurs recherches empiriques sur la distribution des villes les plus importantes aux États-Unis, Zipf et plus récemment Madden (1955) et Vining (1955) [2] ont établi que la constante n était assez voisine de 1.

Dans notre exemple, on peut considérer : $R^{1.03} \simeq R^1$. En effet, pour $R = 10$, l'écart relatif moyen $(R^1 - R^{1.03})/R^1$ s'établit aux environs de 5 p.c. Ainsi avec une bonne approximation on peut admettre : $P = P_1/R = 2\,932\,100/R$.

2. F. Guyot, *op. cit.*, 1968, pp. 106-144, H.L. Bronning et J.P. Gibbs, « Some Measures of Demographic and Spatial Relationship among Cities » in *Urban Research Methods*, J.P. Gibbs, rédacteur, Von Nostrand Cie, Princeton, 1961.

En d'autres termes lorsque le coefficient angulaire de la droite d'ajustement est égal à 1, on débouche sur une expression très simple de la *rank size rule* énoncée par Zipf : $P_n = P_1/R_n$.

Selon cette dernière formule, il suffit de connaître la population de la ville de rang 1 pour en déduire aussitôt la taille de toutes les autres villes ainsi que la population urbaine totale. La population des n villes supérieures à 1,000 habitants est par définition :

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n$$

ou encore :

$$P_T = P_1 + P_1/2 + P_1/3 + \ldots + P_1/_n$$
$$P_T = P_1\ (1 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/n)$$

Certains auteurs dont Zipf (1949) ont cherché à expliquer les cas inexplicables de la loi, en d'autres termes des écarts entre les chiffres de population urbaine théorique et les chiffres réels comme résultante du jeu combiné de forces contradictoires dans un espace donné.

On atteint alors un optimum de distribution de population entre les divers centres urbains dans le cas particulier où il existe un équilibre entre les forces de dispersion et d'unification. Pour d'autres auteurs comme Berry et Garrison (1958) la relation rang-dimension découle des modèles théoriques simples de hiérarchisation de Christaller et de Lösch. Quoi qu'il en soit, la vérification de cette loi n'apparaît pas probante à la fois dans l'espace et le temps. Pour le Québec, on constate dans la distribution observée que toutes les agglomérations de plus de 30,000 habitants (les 21 premières non compris Montréal) ont une population réelle systématiquement inférieure avec des écarts de 20 à 50 p.c. avec celles qu'elles devraient avoir pour s'ajuster parfaitement au modèle. Ceci semble en accord avec l'opinion (voir par exemple, rapport de la commission provinciale d'urbanisme dit rapport La Haye, 1968) selon laquelle les villes du Québec (sauf Montréal) ne sont pas de taille suffisamment importante [3].

Il n'existe aucune justification théorique de la répartition des centres urbains selon leur rang ; les études sur ce point ont été menées dans trois directions [4]. Ainsi on peut assimiler les différents

3. A.S. Linsky, *Some Generalizations Concerning Primate Cities*, Annals Association of American Geographers, vol. 55, 1955, pp. 506-513.

4. F. Guyot, *op. cit.*, p. 114.

niveaux de la théorie des places centrales aux rangs de la relation rang-dimension [5]. Ce qui suppose que le coefficient n de la formule d'équation puisse varier, ce qui est contraire aux principes de la relation tels que formulés par le modèle original. Ce qui découle en partie du fait que Christaller admet une hiérarchie des villes basée sur la discontinuité — correspondant à une discontinuité dans l'importance des fonctions exercées — alors que Zipf fonde sa théorie sur la continuité des tailles des villes. À cette direction, on peut rattacher les travaux de W. Isard (1956) fondés en partie sur ceux de Rashevsky (1943) concernant la distribution des fonctions entre elles comme base de la loi rang-dimension [6]. Ils admettent sans démonstration que les courants commerciaux et démographiques s'ordonnent selon un modèle hiérarchique qui détermine à son tour une distribution statistique particulière des villes en raison de leur dimension. Cette approche a eu une large influence sur les travaux de hiérarchisation des villes [7] et sur le développement des modèles de gravité [8]. La dernière tendance peut être rattachée aux travaux de H.A. Simon (1956). L'auteur a observé toute une série de phénomènes sociaux et conclu qu'ils répondent tous à des lois de probabilité très voisines. Aussi la distribution de Pareto que représente la loi rang-dimension s'apparente aux lois de probabilité [9]. E.N. Thomas (1965) et surtout L. Curry (1965) ont développé cette approche, ce dernier essayant de résoudre en termes de probabilité l'analogie entre la loi rang-dimension et la théorie des lieux centraux [10].

Comme le constate F. Guyot : « Le recours aux lois de la probabilité pour expliquer le phénomène constate simplement l'échec des

5. F. Guyot, *op. cit.*, pp. 115-117. B.J.L. Berry et W.L. Garrison, *Alternate Explanation of Urban Rank-Size Relationship*, Annals Association of American Geographers, vol. 48, 1958, pp. 83-91.

6 F. Guyot, *op. cit.*, pp. 117-118.

7. M.A. Prost, *La hiérarchie des villes en fonction de leurs activités de commerce et de service*, Gauthier-Villars, Paris, 1965.

8. W. Isard, *Methods of Regional Analysis, an Introduction to Regional Science*, Presses du M.I.T. (Mass.), 1960, pp. 493-568.

9. A. Simon, « On a Class of Skew Distribution Functions », *Biometrika*, vol. 42, 1955, pp. 425-440 ; repris par B.J.L. Berry et W.L. Garrison, *A Probability Model of the Distribution of Cities Sizes*, 1957 (ronéotypé), Département de Géographie, Université de Washington. B.J.L. Garner, « Models of Urban Geography and Settlement Coration », dans R. Chorley et P. Haggett, *Models in Geography*, Methuen & Co., 1967, pp. 326-329.

10. E.N. Thomas, *Additional Comment on Population Size Relationships for Sets of Cities*, Quantitative Geography, Atherton Press, 1965, L. Curry, *The Random Spatial Economy ; An Exploration in Settlement Theory*, Annals Association of American Geographers, vol. 54 (1), 1964, pp. 138-146.

explications théoriques »[11]. Malgré l'importance et l'ancienneté des recherches sur ce sujet, on ne possède aucun critère absolu, permettant d'affirmer qu'en présence d'un ensemble de villes, il constitue un système urbain.

Pourtant, complétée par l'étude des aires d'influences urbaines, l'analyse hiérarchique des villes peut éclairer la vision de l'armature urbaine d'une région ou d'un pays, par là, faciliter d'utiles comparaisons[12].

Jean-Pierre THOUEZ,
Université de Sherbrooke.

11. F. Guyot, *op. cit.*, p. 119.
12. B.J.L. Berry, « City Size Distributions and Economic Development », *Economic Development and Cultural Change*, vol. 9, 1961, pp. 523-588. G. Coronio et R. Bussières, *Les villes dans la région*, Centre de Recherche d'urbanisme, Paris, 1968.