

Les quantités optimales à commander et à fabriquer

Joachim Delorme

Volume 41, numéro 3, octobre–décembre 1965

Administration

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/1003059ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/1003059ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Delorme, J. (1965). Les quantités optimales à commander et à fabriquer. *L'Actualité économique*, 41(3), 551–562. <https://doi.org/10.7202/1003059ar>

Les quantités optimales à commander et à fabriquer

Toutes les techniques conçues dans le but d'aider les chefs d'entreprises industrielles à déterminer les quantités optimales à commander ou à fabriquer ont eu à l'origine le souci d'abaisser au maximum les coûts de production, afin de pouvoir faire face à la concurrence. Considérons le secteur des achats. Quand on songe que 40 à 60 p.c. de la moyenne des revenus des ventes servent à l'achat de l'outillage, des matières premières et des fournitures de toutes sortes, on comprend facilement que le succès d'une entreprise moderne puisse dépendre, dans une large mesure, de son service d'achat.

L'augmentation injustifiée des stocks — matières premières et produits fabriqués — tout en contribuant à une majoration des coûts, affecte nécessairement le fonds de roulement d'une entreprise. D'autre part, l'achat ou la fabrication de petites quantités produit inévitablement une augmentation des coûts en majorant, suivant le cas, les frais de commande ou les frais de mise en production.

Il existe pour chaque matière ou chaque article une quantité optimale à commander, comme pour chaque produit, une quantité optimale à fabriquer compte tenu, cela va de soi, de certains facteurs comme le programme de fabrication, la prévision des ventes, le rythme d'utilisation des matières premières, etc.

Pour plus de clarté, nous étudierons d'abord le cas des achats et nous verrons comment on applique les mêmes principes à la détermination des quantités optimales à fabriquer.



Les dépenses qu'occasionne une commande comprennent des frais fixes et des frais variables que les entreprises savent établir suivant les techniques comptables.

Les frais moyens qu'implique une commande peuvent se calculer en divisant les frais du service des achats pour une période déterminée par le nombre de commandes données au cours de cette même période. Supposons un service d'achat qui coûte 100,000 dollars à une entreprise et qui prépare 10,000 commandes par année ; chacun de ces achats coûte à l'entreprise dix dollars. Que la commande donnée comporte 100, 200 ou 300 unités d'un même article, le coût de la commande sera toujours le même : dix dollars. Cependant, le coût unitaire d'achat d'un article diminue quand augmente le nombre d'unités commandées en un même temps. Ainsi, dans le cas où les lots commandés comprennent 100, 200 ou 300 unités, il en coûtera respectivement 10 cents ($\$10/100$), 5 cents ($\$10/200$), 3.3 cents ($\$10/300$) en frais de commande par unité.

Il peut donc sembler avantageux, dans le cas d'un produit ou d'une matière, de commander le plus grand nombre d'unités à la fois afin de diminuer les frais de commande de chaque unité. Lorsque l'on commande en une seule fois 5,000 unités d'un produit requis annuellement, le coût de commande de chaque unité s'élève à 0.2 cent ($\$10/5,000$), si les frais de la commande atteignent dix dollars.

En fait, malheureusement, ce n'est pas aussi simple car il y a lieu de considérer aussi les frais d'inventaire.

Il importe, évidemment, que la quantité achetée assure toujours la continuité de la fabrication, mais il n'est pas nécessaire pour cela que les quantités requises pour une année, par exemple, soient achetées par une commande unique.

On sait que les frais d'inventaire d'une unité d'un produit augmentent ou diminuent suivant le temps d'entreposage. Une unité d'un produit, dont le coût d'inventaire est de 30 cents par année, ne coûte que 15 cents si on ne l'entrepose que durant six mois et 5 cents si l'on réduit à deux mois le temps d'entreposage. C'est dire,

en d'autres termes, que les frais d'inventaire diminuent à mesure qu'augmente la rapidité de la rotation des stocks. On pourrait être tenté de croire que plus la rotation des matières premières achetées est rapide, plus les coûts de production diminuent. Or, cette rapidité de rotation ne peut être obtenue qu'en maintenant bas le niveau des inventaires de fournitures ou de matières premières, ce qui oblige automatiquement à commander plus souvent et donc à augmenter le coût unitaire des articles d'une commande.

Ici se pose le problème des lots économiques. La quantité optimale à commander à un prix donné est celle dont le coût de commande par unité et le coût d'inventaire par unité sont à leur minimum. En fait, on obtient ce coût total minimal lorsque le coût de la commande est égal à celui de l'inventaire.

La quantité à commander correspondant à ce minimum des coûts peut être calculée à l'aide d'une formule mathématique. Plusieurs formules pratiques ont été mises au point et proposées. Elles ne comportent que des facteurs connus. Dès que l'on a établi et accepté les coûts d'inventaire et les coûts de commande, la quantité optimale Q ne dépend plus que de la quantité utilisée annuellement : c'est cette dernière quantité qui est la seule variable dans ces formules.

Toutes les formules proposées comportent cependant des insuffisances que nous rappellerons plus loin. Malgré certaines restrictions, il n'en reste pas moins que le calcul mathématique de la quantité optimale permet la réalisation d'économies et de bénéfices dont les entreprises sont conscientes de profiter.

Je me limiterai, dans cet article, à présenter et à commenter deux formules de calcul de la quantité optimale à commander : l'une de Baumbach et Konapa ¹ et l'autre de Harris ².

Selon la formule Baumbach et Konapa, en représentant par P le coût d'une commande et par Q la quantité commandée, P/Q exprime le coût administratif de la commande d'une unité dans un lot commandé. Q/N , où N exprime la quantité d'un article requise annuellement, est la fraction d'année pendant laquelle l'unité sera maintenue en inventaire ; le cycle ainsi déterminé est l'inverse de la valeur de la rotation de cet article. En multipliant Q/N par C qui

1. *A.M.A. Review*, avril 1962.

2. Claude-S. George, Jr. *Management in Industry*, deuxième édition, Prentice-Hall, Inc., 1964.

représente le coût d'inventaire d'une unité par année, on obtient $\frac{QC}{N}$ qui est le coût d'inventaire d'une unité.

Le lot économique ou quantité optimale à commander est celui dont le coût administratif d'achat est égal au coût administratif de l'inventaire plus sa charge financière. Dans ce cas, la valeur Q devient la quantité optimale :

$$\frac{QC}{N} = \frac{P}{Q}$$

d'où :
$$Q^2 = \frac{PN}{C}$$

et
$$Q = \sqrt{\frac{PN}{C}}$$

La formule de Harris, mieux connue que la précédente, conduit à la même décision. Harris représente le coût de commande, pour la quantité totale d'unités d'un produit requises annuellement, par l'expression $\frac{US}{Q}$ dans laquelle :

U = le nombre d'unités de ce produit
requis annuellement

Q = le nombre d'unités de ce produit
dans une commande donnée

$\frac{U}{Q}$ = le nombre de commandes au cours d'une
année

S = le coût administratif d'une commande.

Quant au coût d'inventaire de ce produit pour une année, on peut l'exprimer par $\frac{QCI}{2}$, où :

C = le prix d'une unité de ce produit

I = le taux d'inventaire annuel pour un article,
exprimé en pourcentage

$\frac{Q}{2}$ = la quantité moyenne d'unités en inventaire.

La quantité optimale étant celle qui correspond à l'égalité entre les frais d'inventaire et ceux de la commande, on peut écrire :

$$\frac{QCI}{2} = \frac{US}{Q}$$

d'où :

$$Q^2 = \frac{2 US}{CI}$$

et

$$Q = \sqrt{\frac{2 US}{CI}}$$

Imaginons³ une entreprise qui utilise annuellement 20,000 unités d'un certain article dont le coût unitaire est 7 dollars et le taux d'inventaire pour une année, 8.5 p.c. La formule précédente nous facilite le calcul de la quantité optimale à commander, si l'on sait que les frais d'un achat se montent à 7.50 dollars :

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 20,000 \times 7.50}{7.00 \times 0.085}}$$

$$Q = 700 \text{ unités environ}$$

L'analyse de ces formules permet de constater que commander de faibles quantités d'un produit revient au moins aussi cher et parfois plus cher que commander des quantités supérieures au lot économique. En effet⁴, « un changement dans ce que coûte l'existence du stock a une plus grande influence sur Q qu'un changement dans ce que coûte le réapprovisionnement (mathématiquement parlant, Q est inversement proportionnel à ce que coûte l'existence du stock et directement proportionnel à la racine carrée de ce que coûte le réapprovisionnement) ».

Afin d'éviter les calculs auxquels oblige toujours l'emploi des formules, on peut substituer à ces formules des barèmes que l'on établit en prenant pour constantes les coûts de commandes et de l'inventaire et, pour variables, la quantité Q à acheter. Cette quantité varie nécessairement suivant la consommation annuelle.

L'un des services d'achats de la compagnie Westinghouse Electric utilise un système de barèmes de ce genre⁵ qui lui a permis de

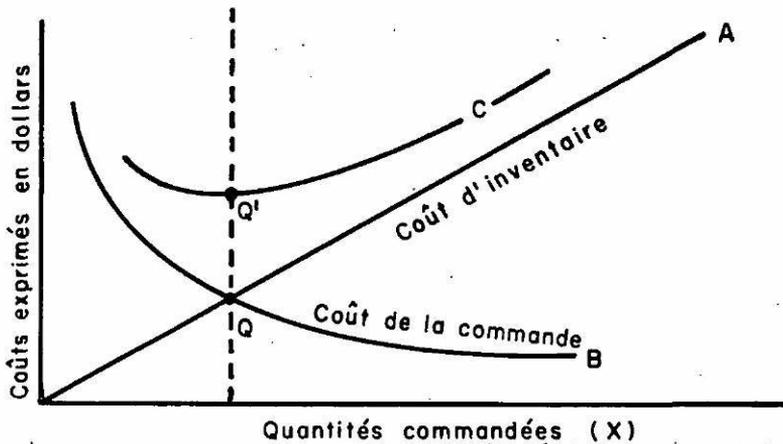
3. Ces données sont tirées d'un problème présenté par Claude-S. George, *op. cit.*

4. Stuart Heinritz, *L'approvisionnement dans l'entreprise*, Éditions de l'entreprise moderne, 1963, p. 137.

5. La plupart des volumes spécialisés qui traitent des techniques d'achat donnent des exemples d'emploi de ces barèmes.

réduire ses coûts de production tout en lui évitant les ennuis d'être à court de stock. Les barèmes, comme les formules d'ailleurs, ne sont en somme que des moyens d'utiliser pratiquement la courbe générale qui résume l'analyse du phénomène de la variation des coûts de commande et d'inventaire suivant les quantités achetées.

Graphique I
Coûts et quantités commandées



A représente la variation du coût d'inventaire qui augmente en même temps que les quantités commandées et B, le coût de la commande qui, lui, diminue à mesure qu'augmente la quantité commandée. Le point Q correspond à la quantité pour laquelle il y a égalité entre les frais de commande et les frais d'inventaire : c'est le lot économique ou quantité optimale que l'on peut déterminer à l'aide des formules proposées précédemment. Quant à la courbe C, elle représente la somme des frais impliqués ; on atteint un coût minimal au point Q' correspondant au lot économique à commander.

L'emploi d'une formule ou d'un barème pour déterminer la quantité optimale à commander ne présenterait aucune difficulté pratique si le prix des produits ou des articles achetés demeurerait constant. Or, en fait, les prix varient généralement suivant la quantité commandée. La remise par quantités, qui est d'ordinaire accordée par les fournisseurs, contribue à faire varier les prix. Il en va de même, dans certains cas, de l'influence sur les prix que peuvent avoir des

variations de taux de transport suivant les quantités. Évidemment, si le lot économique calculé tombe près de la limite d'une tranche à laquelle s'applique une diminution du prix, il faudra augmenter la quantité commandée de manière à pouvoir profiter de la remise consentie par le fournisseur. Dans les autres cas, il est relativement facile de faire les calculs qui permettent de comparer les différentes solutions qui s'offrent suivant des données légèrement différentes. De toute manière, les cas particuliers qui se présentent exigent une étude complète à cause de l'intervention d'autres facteurs qui peuvent influencer une décision, comme par exemple, la nécessité pour une entreprise de maintenir une liquidité maximale à son fonds de roulement.

Il existe certains formulaires qui facilitent la détermination du choix à faire dans les cas qui présentent ces anomalies.

De toute façon, il ne faut pas perdre de vue que la quantité optimale calculée nous renseigne sur l'ordre de grandeur de la quantité optimale à utiliser pratiquement, car si précise que puisse être la valeur de Q , il faudra se conformer à certaines normes : nombre d'unités que comportent les emballages courants, quantités optimales de production des fournisseurs, surtout si les matières premières sont commandées sur devis descriptifs, quantités minimales de sécurité qui servent de guide à l'entreprise pour déterminer les points de réapprovisionnement.

*
* * *

La quantité optimale à fabriquer nommée aussi lot économique est le nombre d'unités d'un produit à fabriquer en une seule course pour atteindre le plus bas coût unitaire. Il est évident que la détermination du lot économique exige la connaissance des facteurs qui influent sur les coûts de fabrication. Il peut se calculer à l'aide de l'une ou l'autre des formules utilisées pour déterminer la quantité optimale à commander. Il faut cependant modifier ces formules en substituant les coûts de mise en production d'une course aux coûts de la commande. Ainsi :

U = le nombre d'unités d'un produit fabriquées
au cours d'une année

Q = le nombre d'unités dans une course

S = le coût de mise en production d'une course.

$$\text{Coût de mise en production d'un article pour une année} = \frac{U}{Q} \times S$$

C = le coût de fabrication d'une unité d'un article

I = le coût administratif d'inventaire du produit exprimé en p.c.

$$\text{Coût d'inventaire pour une année} = \frac{Q}{2} \times CI$$

La valeur Q devient la quantité optimale à fabriquer lorsque le coût de mise en production égale le coût d'inventaire :

$$\frac{QCI}{2} = \frac{US}{Q}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2US}{CI}}$$

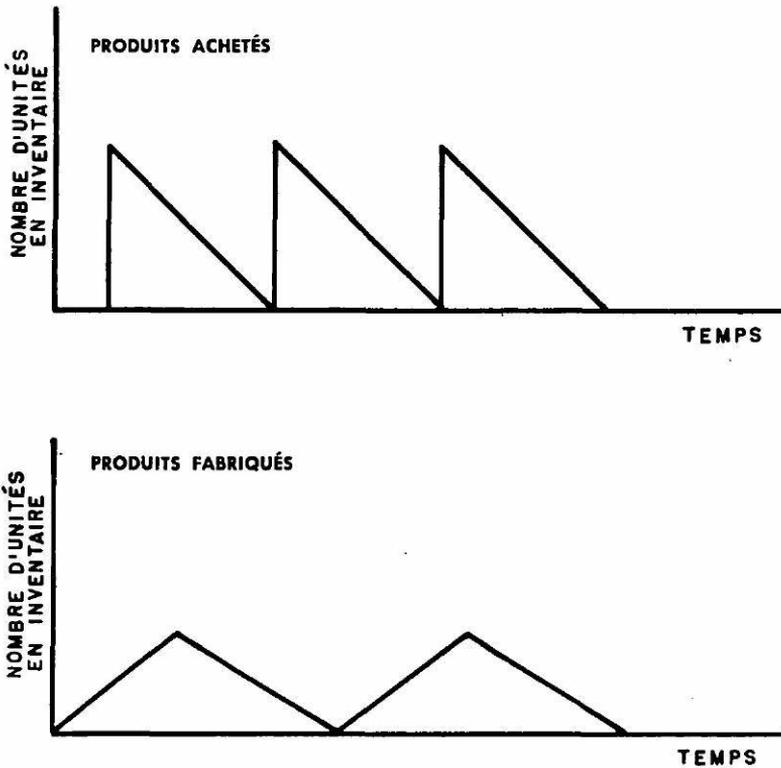
Certains spécialistes en administration industrielle n'acceptent pas les formules du genre de la précédente qui ne sont que des transpositions de celles qui nous permettent de calculer les quantités optimales à commander. Ils n'admettent pas que la valeur $\frac{Q}{2}$, couramment employée pour représenter la quantité moyenne en inventaire dans les formules servant à calculer la quantité optimale, exprime aussi les quantités en inventaire dans un problème de production. En effet, on peut, à la suite d'une commande, recevoir en une seule livraison la totalité des unités commandées. Mille unités commandées sont livrées, disons, le premier mai. Si la prochaine livraison d'une égale quantité est faite le premier juin, on a raison de dire que la quantité moyenne en inventaire durant le mois de mai est $\frac{Q}{2}$.

Or, il n'en va pas de même dans les cas de production. La quantité d'un produit que l'on décide de fabriquer n'est pas obtenue en un même moment. Il faudra un certain temps avant que la quantité optimale choisie soit fabriquée, de sorte que les produits ne vont pas tous en inventaire au même moment mais graduellement, au fur

LES QUANTITÉS OPTIMALES À COMMANDER ET À FABRIQUER

et à mesure de leur production. De plus, à la fin de la période de production de cette course, un certain nombre d'unités aura déjà atteint la clientèle. La quantité moyenne en inventaire est donc inférieure à celle qui est exprimée par $\frac{Q}{2}$. En comparant les deux courbes qui servent à exprimer la moyenne en inventaire⁶, on constate la différence entre celle qui décrit le comportement des stocks dans le cas d'un achat fait suivant le principe de la quantité optimale à commander et celle qui correspond à l'expression de la quantité optimale à fabriquer.

Graphique II
Quantité en inventaire



6. Elwood-S. Buffa, *Modern Production Management*, 2e édition, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1965, p. 476.

J.-F. Magee⁷ a proposé la formule suivante qui tient compte de cette nuance.

$$Q_P = \frac{2r C_P}{C_H \left(1 - \frac{r}{p}\right)}$$

r = nombre d'unités requises annuellement

p = coût de production

C_P = coût de mise en production

C_H = coût d'inventaire

Q_P = quantité optimale à fabriquer

La valeur Q_P obtenue est légèrement supérieure à la quantité optimale que l'on obtiendrait si l'on prenait $\frac{Q}{2}$ pour représenter la moyenne en inventaire. Ceci s'explique parce que la moyenne des quantités en inventaire est alors inférieure à celle qui est calculée dans le cas de produits achetés.

*
* *

La possibilité de déterminer les quantités optimales à commander ou à fabriquer permet aux administrateurs de justifier leurs décisions. Il ne faut pas croire cependant qu'il suffit de s'en tenir aveuglément à ce calcul mathématique pour être assuré d'acheter ou de fabriquer avec une efficacité maximale. La valeur Q n'est parfois qu'un des éléments à considérer dans l'élaboration d'une politique d'achat ou de production. On peut considérer certains facteurs qui obligent soit à négliger de calculer Q , soit à modifier la valeur obtenue. C'est le cas lorsque certains contrats portent sur des quantités connues à recevoir ou à fabriquer à des époques ou à des dates déterminées après entente, lorsqu'il s'agit de groupes d'articles qui sont connexes entre eux. Que dire maintenant des achats

⁷ J.-F. Magee, *Production Planning and Inventory Control*, McGraw-Hill Book Co., N.Y., 1958.

isolés comme des fabrications isolées qui comportent automatiquement un certain nombre d'unités sans renouvellement prévu. Il y a aussi lieu d'ajouter le conflit assez fréquent qui se présente lorsque l'on a à faire le choix entre la quantité optimale obtenue par calcul et la nécessité de tenir compte des principes d'utilisation maximale de l'outillage.

De plus, dans les cas de production, certaines entreprises jugent prudent de s'en tenir à une « politique de stock minimal » comportant une combinaison du système des quantités fixes à fabriquer et du système des cycles de points de commande. Cette politique repose principalement sur les renseignements que fournit le service des ventes (*feedback*), renseignements qui permettent de prévoir la variation du niveau des stocks suivant les demandes irrégulières de la clientèle.

Pour ces raisons et pour d'autres que nous ne croyons pas nécessaire de présenter, certains administrateurs n'acceptent pas facilement les méthodes de détermination des quantités optimales exposées plus haut. Malgré tout, les entreprises qui les mettent en application d'une manière raisonnée et en faisant les corrections qui s'imposent dans certaines circonstances, conviennent toutes qu'elles en retirent des avantages économiques qu'elles ne pourraient peut-être pas obtenir sans leur aide.

Cependant, on aurait tort d'exiger trop des formules ou des barèmes permettant la détermination des quantités optimales à commander ou à acheter. Ce ne sont pas des panacées, pas plus d'ailleurs que toutes les autres techniques modernes qui sont à la disposition de l'homme d'affaires pour l'aider à prendre certaines décisions. En effet, il ne faut pas s'imaginer que l'on peut utiliser les techniques de détermination des lots économiques pour juger de cas isolés. L'emploi de ces moyens de contrôle suppose, de la part d'une entreprise, l'établissement d'une politique générale prévoyant la détermination de certaines données, comme les quantités optimales à acheter et à commander dans le but de maximiser le rendement de tous les services de cette entreprise.

Il faut donc que l'on procède d'abord à une étude complète de tous les facteurs dont dépendent les coûts utilisés dans les calculs mathématiques. Il est évident que ce processus d'analyse, comme tous les autres du même type d'ailleurs, exige l'utilisation de varia-

bles quantifiables. Encore faut-il s'assurer que les variables que l'on a quantifiées représentent le plus exactement possible la situation de l'entreprise qui les utilise.

Ce serait donc ridicule de prétendre qu'une petite ou une moyenne entreprise peut utiliser occasionnellement les techniques dont nous avons donné les principes généraux dans cet exposé bien succinct.

De plus, il ne faudrait pas s'imaginer que tous les problèmes de quantités optimales à l'achat ou à la fabrication se rattachent automatiquement au modèle classique d'inventaire suggéré pour chacun de ces secteurs. J'ai signalé, à titre d'exemple, l'influence, sur les quantités calculées, des variations de prix basées sur les escomptes de quantité. D'autres facteurs peuvent aussi concourir à la variation des quantités optimales et il faudrait nécessairement en tenir compte. Dans la conception pratique de l'inventaire de matières premières ou de produits fabriqués, chaque entreprise adopte une politique en ce qui concerne, par exemple, les quantités minimales de stock soit sous forme de stock de protection ou de stock saisonnier ; il faut donc prévoir comment cette politique affectera les facteurs qui interviennent dans le calcul des quantités optimales à acheter ou à fabriquer. Certains ouvrages spécialisés étudient quelques hypothèses afin de montrer comment suivant l'hypothèse choisie on manipule mathématiquement les variables responsables des différentes solutions possibles⁸.

8. Nous recommandons particulièrement la lecture des chapitres 15, 16 et 17 de l'ouvrage écrit par Elwood-S. Buffa, intitulé : *Models for production and operations management*, John Wiley & Sons, N.Y., 1963.

Dans les grandes entreprises où l'on doit généralement tenir compte de plusieurs variables et où les multiples problèmes de quantités optimales à commander et à fabriquer sont très complexes, on utilise des ordinateurs capables d'intégrer un nombre considérable de variables et de donner, en quelques secondes et avec exactitude, la solution qui exigerait un temps considérable par les méthodes conventionnelles de calcul.

Joachim DELORME,
professeur à l'École des Hautes
Études commerciales
(Montréal).