Document généré le 5 juil. 2025 10:25

Assurances et gestion des risques
Insurance and Risk Management

La modélisation des risques, peut-on dompter le hasard ?

Geneviève Gauthier

Volume 80, numéro 1, 2012

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1091997ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1091997ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Faculté des sciences de l'administration, Université Laval

ISSN

1705-7299 (imprimé)
2371-4913 (numérique)

Découvrir la revue

Citer ce document

Gauthier, G. (2012). La modélisation des risques, peut-on dompter le hasard ? *Assurances et gestion des risques / Insurance and Risk Management*, *80*(1), 35–52. https://doi.org/10.7202/1091997ar

Résumé de l'article

La modélisation des risques nous permet de mieux mesurer l'occurrence de certains événements mais elle ne nous permet pas de les prédire avec exactitude. Dans ce travail de modélisation des risques, le choix des méthodes et techniques permettant la construction du modèle, le choix de la méthode d'estimation et même le choix des données influencent directement et de façon importante les réponses obtenues et, de ce fait et malgré l'apparence de rigueur, ces choix ne sont pas neutres. Nous abordons ces différents aspects à travers quelques exemples.

La question de la modélisation de la dépendance est également abordée lorsqu'il s'agit de bien mesurer les risques. Enfin, une question fondamentale se pose : qui sont les responsables de nos crises financières : les acheteurs, les institutions financières, les organismes de réglementation ?

La réponse à la question posée en titre n'est pas simple. Non, il n'est pas possible de dompter complètement le hasard, car il est impossible de prévoir l'avenir et la modélisation n'est pas d'une précision absolue. Mais il est possible d'apprivoiser le hasard, de le cerner, d'en maîtriser les effets néfastes. La modélisation nous apprend à composer avec les incertitudes.

Tous droits réservés © Faculté des sciences de l'administration, Université Laval, 2012

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter en ligne.

https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/

Cet article est diffusé et préservé par Érudit.

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche.

https://www.erudit.org/fr/

Assurances et gestion des risques, vol. 80(1), avril 2012, 35-52
Insurance and Risk Management, vol. 80(1), April 2012, 35-52

La modélisation des risques, peut-on dompter le hasard ?

par Geneviève Gauthier

RÉSUMÉ

La modélisation des risques nous permet de mieux mesurer l'occurrence de certains événements mais elle ne nous permet pas de les prédire avec exactitude. Dans ce travail de modélisation des risques, le choix des méthodes et techniques permettant la construction du modèle, le choix de la méthode d'estimation et même le choix des données influencent directement et de façon importante les réponses obtenues et, de ce fait et malgré l'apparence de rigueur, ces choix ne sont pas neutres. Nous abordons ces différents aspects à travers quelques exemples.

La question de la modélisation de la dépendance est également abordée lorsqu'il s'agit de bien mesurer les risques. Enfin, une question fondamentale se pose : qui sont les responsables de nos crises financières : les acheteurs, les institutions financières, les organismes de réglementation ?

La réponse à la question posée en titre n'est pas simple. Non, il n'est pas possible de dompter complètement le hasard, car il est impossible de prévoir l'avenir et la modélisation n'est pas d'une précision absolue. Mais il est possible d'apprivoiser le hasard, de le cerner, d'en maîtriser les effets néfastes. La modélisation nous apprend à composer avec les incertitudes.

L'auteure :

Geneviève Gauthier est professeure titulaire au Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion de HEC Montréal.

Ce texte est issu de la leçon inaugurale prononcée par l'auteure à HEC Montréal le 15 novembre 2011. Elle souligne que ce travail n'aurait pu être possible sans l'étroite collaboration de ses collègues et étudiants qu'elle veut remercier très chaleureusement : Jean-Guy Simonato, Georges Dionne, Diego Amaya, Mathieu Boudreault, Khemmais Hammami et de nombreux étudiants de maîtrise qui reconnaîtront leur apport à la lecture de ce texte. Les recherches de l'auteure sont financées par le CRSNG et l'IFM^2.

ABSTRACT

Risk modeling allows us to better measure the occurrence of some events but does not allow us to accurately predict them. In this risk modeling work, the model framework, the estimation method, the type of data and the sampling period influence directly and significantly the responses and, thus, despite the appearance of rigor, these choices are not neutral. We discuss these aspects with a few examples.

The issue of modeling the dependence is also discussed when it comes to measure the risks. Finally, a fundamental question : who are responsible for our financial crisis : buyers, financial institutions, regulatory bodies ?

The answer to the question title is not simple. No, it is impossible to tame completely randomness, because it is impossible to predict the future and modeling is not absolutely precise. But it is possible to tame the randomness, to identify and control its harmful effects. Modeling teaches us to deal with uncertainties.

1. INTRODUCTION

Un des pans importants de mes recherches des dernières années porte sur la modélisation et l'estimation du risque de crédit. Ce dernier comporte lui-même plusieurs sources d'incertitude, dont le plus connu est certainement le risque de défaut, lié à la probabilité que l'émetteur du titre de dette ne rembourse pas entièrement son dû. Le risque de recouvrement est associé à l'incertitude autour du montant qui est récupéré advenant le défaut de l'émetteur. Il y a le risque de liquidité qui se caractérise par la difficulté à revendre le titre au moment opportun, faute d'acheteur. Ce qui apparaît moins fréquemment dans la littérature universitaire, mais qui est au cœur des stratégies de gestion des risques dans plusieurs entreprises, c'est le risque de décote. En effet, les acheteurs de titres risqués seront compensés par un rendement plus élevé ou, de façon équivalente, en payant le titre moins cher. Or, si plusieurs titres d'un portefeuille subissent une décote, leur valeur s'en trouvera modifiée à la baisse, ce qui réduira d'autant la valeur du portefeuille, et cela même si aucun émetteur n'a fait défaut.

La modélisation du risque de crédit est donc largement répandue dans les entreprises, beaucoup dans les institutions financières à cause de la réglementation, mais aussi dans de grandes compagnies d'assurances, et dans des entreprises industrielles devant composer avec des comptes clients de la part de partenaires dont la santé financière peut être problématique.

Dans ce qui suit, je vous raconterai quelques histoires liant mes travaux de recherche aux applications pratiques.

2. LA MODÉLISATION DE L'INCERTAIN

Un mythe assez courant et que j'ai été à même de constater à plusieurs reprises est la croyance qu'une fois qu'un facteur de risque est modélisé, il devient possible de le prédire. Évidemment, selon la formation et l'expérience de mon interlocuteur, il y a des variations plus ou moins subtiles sur le même thème.

Commençons par un exemple simple : vous trouvez raisonnable que le rendement d'un titre au cours de la prochaine année soit son rendement annuel moyen, réalisé au cours des dernières années, auquel il faut ajouter un terme d'erreur captant l'incertitude associée à votre prévision. À partir de ce modèle, en choisissant aléatoirement, à l'aide d'un ordinateur, le terme d'erreur, il devient possible de générer un grand nombre de scénarios potentiels pour la valeur future du titre. Vous pouvez ainsi vous livrer à toutes sortes d'analyses : la proportion des scénarios pour lesquels le titre perd de la valeur, la moyenne et l'écart-type de la valeur future, etc. Cependant, vous n'avez aucune certitude concernant le scénario qui va se réaliser. Bien que le taux de rendements négatifs puisse être faible, il n'est pas exclu que le titre en question perde effectivement de la valeur.

À ce modèle, vous souhaitez ajouter l'incertitude associée au défaut potentiel du titre. Par conséquent, vous décidez qu'en fin de compte une certaine proportion, disons 5 %, des scénarios générés sera dépréciée de 40 %, indiquant ainsi que vous croyez pouvoir récupérer 60 % de la valeur du titre en cas de défaut. Vous venez ainsi d'incorporer dans votre modèle le risque de défaut. Cela modifiera certainement le taux de rendements négatifs. Cela modifiera aussi la moyenne et l'écart-type de sa valeur future. Vous aurez la possibilité de mieux gérer votre risque puisque, si jugez la situation trop risquée, vous pouvez décider de ne pas investir. Cela vous rend-il plus apte à prédire le défaut du titre ? Malheureusement non, du moins pas dans ce contexte de modélisation.

Certains pourront objecter que je me suis peut-être trompée de modèle ou que les estimations de l'écart-type de l'erreur, du taux de défaut ou de taux de recouvrement sont erronées. À ces derniers, je répondrai par un deuxième exemple, encore plus simple si cela se peut. Je vais lancer un dé. J'ai donc une chance sur six d'obtenir chacun des résultats possibles. L'espérance du nombre de points obtenus est de 3,5. Il ne peut y avoir aucune erreur de modèle, n'est-ce pas ? Qui peut me dire avec certitude le résultat du prochain lancer ? Même l'espérance est un mauvais prédicteur dans ce cas car la probabilité d'obtenir 3,5 est nulle !

Ce dernier exemple est réducteur en ce sens qu'il n'illustre en rien la capacité des modèles probabilistes à s'adapter à l'information disponible au fil du temps. Recommençons avec un autre exemple permettant d'établir simplement le concept de gestion de l'information.

Cette fois, l'objectif est d'obtenir plus de 10 points au cours de deux lancers de dé. Si vous réussissez, il vous sera remis 100 dollars. Cependant, les lancers de dé se font de façon consécutive et il en coûte 10 dollars par lancer. Séquentiellement, vous payez la somme de 10 dollars et lancez le dé pour la première fois. Si vous obtenez 4 ou moins, vous savez qu'il n'est plus possible de remporter le prix et vous choisirez vraisemblablement d'interrompre le jeu. Par contre, si vous obtenez un 6, alors vous savez que vous avez 2 chances sur 6 de remporter le prix, alors que si vous obtenez un 5, la probabilité de remporter le prix est de 1 chance sur 6. La nature séquentielle de l'expérience aléatoire nous montre qu'il n'est pas possible de déterminer complètement le résultat final, mais qu'il est possible d'orienter nos décisions au fur et à mesure que l'information nous est révélée.

Avec mon regard de probabiliste, je résumerais ainsi la situation : la modélisation du hasard permet une meilleure compréhension des enjeux, mais ce dernier a toujours la possibilité de nous surprendre !

Une bonne modélisation des déterminants des risques permet de modifier la probabilité associée à l'occurrence d'une catastrophe. Elle ne peut pas prédire de façon exacte le moment où cette dernière surviendra, mais elle peut aider à prendre des décisions qui en réduiront les effets. Pensez aux modèles météorologiques : il y a une probabilité d'averses de 20 %, il y a probabilité d'averses de 80 %, etc. Bien qu'une averse ne soit pas exactement ce que je qualifierais de catastrophe, dans un cas comme dans l'autre, nous ne pouvons pas être certains qu'il pleuvra. Cependant, dans le deuxième cas, je quitterai la maison avec mon parapluie.

3. LA MESURE DU RISQUE

Une des raisons pour lesquelles les institutions bancaires essaient d'estimer leurs taux de défaut, les pertes en cas de défaut et ces autres paramètres de risque de crédit est que les autorités réglementaires exigent que ces institutions déterminent le montant du capital de réserve, c'est-à-dire la somme devant être mise de côté afin de pallier certaines pertes potentielles. Ce montant est déterminé par la mesure du risque, et nous allons maintenant nous questionner sur les pratiques en cours.

Une des mesures du risque les plus répandues en entreprise est la « valeur à risque », plus communément connue sous l'appellation « VaR ». Il s'agit essentiellement d'un quantile de la distribution de la perte associée à un portefeuille. Plus précisément, notons que nous connaissons la valeur actuelle du portefeuille. Sa valeur future nous est inconnue. Cependant, à l'aide d'un modèle mathématique, il est possible de produire un grand nombre de scénarios potentiels pour cette valeur future. En la comparant avec la valeur initiale du portefeuille, nous obtenons une distribution de la perte potentielle du portefeuille. La VaR est un quantile de cette distribution, c'est-à-dire que la probabilité que notre perte excède la VaR est de 5 %, de 1 % ou même de 0,10 %, selon notre tolérance au risque. Or, cette mesure du risque souffre d'une lacune majeure : elle ne prend pas en compte les conséquences de ce qui se passe au-delà de la VaR. Dit simplement, la VaR de niveau 1 % néglige les 1 % pires scénarios. Pour bien comprendre, nous allons illustrer le problème à l'aide d'un exemple simple à l'échelle de nos finances personnelles.

3.1 La fable du jeu de dé

Je vous propose un jeu consistant à lancer un dé. Si le résultat obtenu est inférieur à 6, je vous remets 1000 dollars. Par contre, si le résultat est 6, vous devez me payer un million de dollars. Qui est partant ? Ce jeu vous semble risqué ? En effet, dans ce jeu, la VaR de niveau 2 % est d'un million de dollars puisque dans 83 % des scénarios, vous gagnez 1000 dollars et que dans les autres 17 %, vous perdez un million de dollars. Éliminant les 2 % pires scénarios, il reste toujours l'éventualité de perdre un million de dollars. Dans ce cas, votre mesure du risque est adéquate et vous informe que votre perte potentielle peut être énorme.

Supposons maintenant que nous avons un dé à 100 faces. Si le résultat du lancer du dé est inférieur à 100, je vous remets 1000 dollars. Par contre, si vous obtenez le résultat 100, vous devez me payer un million de dollars. Qui veut jouer ne serait-ce qu'une seule fois ?

Dans ce cas-ci, il y a 99 % des scénarios qui engendrent un profit de 1000 dollars et 1 % des scénarios qui produisent une perte d'un million de dollars. Rappelons que la VaR de niveau 2 % néglige les 2 % pires scénarios. Dans le cas qui nous occupe, notre mesure du risque à un niveau de 2 % nous indique qu'il n'y a aucun risque puisqu'elle mesure un profit de 1000 dollars. La probabilité de perte est trop petite et est passée sous le radar de notre mesure du risque.

Et si vous décidez de jouer une fois par jour, pendant quelques jours seulement... Vous avez 99 % de chances de gagner si vous jouez

une seule fois. La probabilité de ne pas perdre au bout de 5 jours est un peu plus grande que 95 %. Jour après jour, il y a de fortes probabilités que vous puissiez annoncer à votre famille que avez réalisé un profit de 1000 dollars, et ce soir-là, dans le confort de votre maison, vous pourrez rêver de ce que vous ferez avec cette somme. Mais fiston, cet être à l'esprit si vif, formule une objection :

— Comment fais-tu pour ramasser de l'argent aussi facilement ?

— Ne t'en fais pas, lui répondez-vous. Je gère les risques que je prends. Ce jeu est permis et sa mesure du risque m'indique un profit de 1000 dollars !

Je crois qu'ici quelqu'un s'est laissé berner par la quantification du risque. C'est un outil d'aide à la décision. C'est aussi un outil qui est accepté par les autorités réglementaires. Mais utilisé seul, c'est un outil dangereux.

Il y a plusieurs leçons associées à cette fable. La plus évidente est que les mesures du risque ne sont pas infaillibles, elles ne mesurent pas tous les risques.

La seconde leçon est d'ordre moral. Qui sont les fautifs ? L'inventeur du jeu, celui qui s'y adonne ou celui qui le réglemente ?

4. L'ESTIMATION

Comme nous avons pu le constater à l'aide des exemples précédents, la modélisation du risque ne peut se faire sans la quantification de certains paramètres. C'est pourquoi une partie de mes recherches est consacrée à l'estimation. Dans ce qui suit, je vais vous entretenir des particularités associées à l'estimation en présence d'un risque de défaut.

Tout modèle de crédit fait inévitablement appel à la probabilité de défaut. Parfois, cette dernière fait elle-même l'objet d'une modélisation, mais fréquemment la probabilité de défaut est tout simplement un des paramètres du modèle, qu'il faudra, d'une manière ou d'une autre, estimer.

Vous savez sans doute que le secret d'une estimation de qualité est la taille de l'échantillon. Plus il y a d'observations, meilleure sera la qualité de l'estimation.

J'ai maintenant une bonne et une mauvaise nouvelle pour vous. La bonne nouvelle est que la plupart des entreprises avec lesquelles j'ai eu l'occasion de travailler font très bien leur travail et sont donc

en possession de titres relativement peu risqués. La mauvaise nouvelle est une conséquence de la bonne : il y a relativement peu d'observations concernant le défaut.

Il me vient en tête une anecdote à ce sujet. J'accompagne un étudiant dans une entreprise afin d'élaborer le plan de travail de son projet dirigé. Il s'agit essentiellement de mesurer le risque de crédit associé à un portefeuille de créances aux entreprises. C'est un petit portefeuille d'une centaine de titres, dont les montants en jeu sont assez variables d'une entreprise à l'autre. Évidemment, ces entreprises ne sont pas nécessairement cotées en Bourse et sont parfois trop petites pour être suivies par des analystes. Le projet semble intéressant et nous passons rapidement aux aspects méthodologiques. J'amorce la discussion :

— Quelle est la nature des données auxquelles nous aurons accès ?

— Nous avons des données mensuelles pour les cinq dernières années, m'a répondu le responsable du projet.

— Nous devrons mesurer les pertes en cas de défaut. Combien de défauts avez-vous observés par le passé ? ai-je demandé.

— Aucun, a été sa réponse.

— Aucun ? Rien ? Pas une seule observation ?

— Oui, il va falloir être créatif.

— …

Je suis restée bouche bée. Et effectivement, à l'aide d'un pairage avec une base de données externe et une touche de créativité, le projet a eu une suite et une fin heureuses.

4.1 Les agences de notation

Depuis un moment déjà, je vous affirme que les données concernant le défaut sont relativement rares. Je crois deviner certaines de vos objections : « Les agences de notation publient ce genre d'information sur une base régulière ! »

En effet, les agences de notation, Moody's et Standard & Poor's pour citer les plus connues, sont omniprésentes lorsqu'il s'agit de quantifier le risque de défaut. Il faut savoir qu'elles procèdent en regroupant les produits par classe de risque et qu'elles déterminent, sur une base périodique, les taux de défaut et les taux de migration des différentes cotes de risque. Il s'agit donc de mesures agrégées par classe de risque et non pas de mesures propres à une entreprise spécifique.

De plus, étant donné que les taux de migration de cotes de risque et les taux de défaut sont des moyennes calculées à l'intérieur d'une classe de risque, il n'y a pas de mesure de la dépendance entre les événements de défaut. Comme nous le verrons un peu plus tard, cette dépendance est un élément majeur dans le développement d'une bonne mesure du risque.

Puisque les défauts sont des événements rares et que l'observation directe d'événements de ce type n'est pas toujours possible (remarquons que de nombreuses entreprises n'ont jamais fait défaut), il faudra déduire l'information à partir de produits financiers qui sont implicitement touchés par le risque de crédit, c'est-à-dire les obligations de société, les actions et d'autres produits dérivés tels les *Credit Default Swap*, que nous désignerons par l'accronyme CDS. Les CDS sont essentiellement une assurance contre le défaut : une prime est payée périodiquement en échange de la promesse d'un remboursement des pertes si un défaut advenait. Je vous parlerai maintenant de mes réflexions à ce sujet.

4.2 L'estimation à l'aide de données issues des marchés

La détermination du risque de crédit propre à une entreprise en particulier passe par une bonne modélisation des principaux facteurs déterminant ce risque.

Les premiers modèles sont issus de l'approche structurelle. Il s'agit essentiellement de modéliser la valeur de la firme et d'une règle de décision permettant de déclarer la firme en faillite ou non. En général, cela s'articule autour d'une modélisation plus ou moins grossière des engagements et il s'agit de déclarer la firme en défaut lorsque la valeur des actifs passera en dessous de la valeur de ses engagements. Le premier modèle de cette classe date de 1974 et a été généralisé à maintes reprises depuis ce temps. Tous ces modèles dépendent d'un certain nombre de paramètres : le rendement espéré et la volatilité de la valeur des actifs ainsi que les déterminants de la barrière de défaut. Ainsi, la probabilité de défaut n'est plus un paramètre en tant que tel, mais elle est elle-même modélisée et devient une fonction des caractéristiques propres à la firme. L'utilisation de ces modèles requiert une connaissance de la valeur de ces paramètres. Il faudra donc les estimer.

La première difficulté provient du fait que la valeur des actifs d'une firme relève de la sphère privée. Ce n'est pas une quantité qui est normalement observable.

Est-ce que la valeur comptable des actifs, publiée tous les trimestres, pourrait être une autre option envisageable ? Même si la valeur

comptable était une bonne approximation de la valeur au marché, il n'y aurait que quatre observations par an. Imaginez jusqu'à quand il faudrait reculer pour avoir un échantillon de taille raisonnable : 20 ans, 30 ans, 40 ans...

Il faut aborder la question sous un autre angle. Que pouvons-nous observer à propos de cette entreprise ? Si l'entreprise est cotée en Bourse, nous avons accès sur une base journalière, voire plus fréquemment si nous le souhaitons, à la valeur des actions de cette entreprise. C'est un bon point de départ. Il faut maintenant s'adapter, et cela ne sera pas sans difficulté, d'un point vue numérique à tout le moins.

L'idée maîtresse a été mise en avant par Jin-Chuan Duan dans un autre contexte et notre équipe l'a adaptée au contexte du risque de crédit. Nos variables observables, c'est-à-dire le prix des actions, sont, selon le modèle retenu, une fonction plus ou moins sympathique des quantités inobservables que sont les valeurs des actifs et celles des paramètres. En inversant cette fonction, avec tout ce que cela entraîne de problèmes numériques, on peut en déduire les quantités inconnues qui rendent plausibles les observations présentes dans notre échantillon. Une fois cela fait, nous pouvons déduire la probabilité de défaut.

Des étudiants de maîtrise et de doctorat ont suivi cette avenue en testant si l'information contenue dans d'autres produits dérivés, tels les CDS et les obligations, permet de mieux estimer les déterminants du défaut. L'augmentation du nombre de sources d'information et l'utilisation d'autres techniques d'estimation, comme les filtres non linéaires, permettent effectivement d'améliorer la précision des estimations. Un point important est que l'utilisation de différents produits dérivés nous permet de mieux dissocier les différents paramètres du modèle. Les techniques d'estimation basées sur les filtres ont, quant à elles, permis de mesurer à quel point certains produits sont touchés par d'autres phénomènes que ceux modélisés, en d'autres mots quels produits nous permettent de faire une meilleure estimation des quantités que nous recherchons.

Il reste encore au moins un écueil important, qui est fréquemment omis dans la littérature et qui génère un biais significatif dans l'estimation du rendement espéré. Il s'agit du biais de survie. En effet, notre échantillon démarre aujourd'hui et recule dans le passé. Or, aujourd'hui, nous savons que la firme a survécu et, par conséquent, que la valeur de ses actifs est restée au-dessus de la barrière de défaut. Il faut donc retirer de nos calculs tous les scénarios qui provoquent une faillite de la firme au cours de la période d'échantillonnage. Cela modifie les estimations qui en découlent. En conclusion, si l'information concernant la survie de la firme n'est pas incluse dans la procédure d'estimation, il en résulte un biais à la hausse concernant l'estimation du rendement

espéré des actifs et, conséquemment, une sous-estimation de la probabilité de défaut. Même les logiciels commerciaux, largement employés dans les institutions financières, négligent le biais de survie. Or, la sous-estimation de la probabilité de défaut entraîne à son tour une sous-estimation du capital de réserve.

Au cours des années, j'ai été à même de constater que l'estimation des paramètres du risque de crédit n'est pas une tâche aisée et que la littérature à ce sujet offre certaines méthodologies (pas toutes, heureusement !) basées sur des raccourcis qui engendrent des biais importants. Les aspects méthodologiques influent sur les réponses que nous obtenons et, de ce fait, ne sont pas aussi neutres que nous pourrions le croire lorsqu'il s'agit de mesurer le risque de crédit. C'est ce dont il sera maintenant question.

4.3 Les choix méthodologiques

Un autre projet de recherche, en collaboration avec mes collègues du département de la finance, a vu le jour après qu'Elton et ses collègues (2001) eurent publié un article dans lequel ils prétendaient qu'en moyenne seulement 25 % des écarts de rendement des obligations de société pouvaient être expliqués par le risque de défaut.

Pour comprendre pourquoi cette affirmation soulève un lot de questions, il faut tout d'abord comprendre de quoi il s'agit. Les obligations gouvernementales sont réputées ne pas comporter de risque de défaut (c'était jusque tout récemment, admettons-le). Par contre, les obligations de société sont sujettes à un tel risque et, conséquemment, se négocieront à un prix plus faible que des obligations gouvernementales équivalentes, du fait de ce risque. Le rendement à l'échéance de l'obligation de société sera donc plus élevé que celui de l'obligation gouvernementale. L'écart de crédit est simplement la différence entre les rendements des obligations de société et des obligations gouvernementales. L'aspect qu'on peut remettre en question de l'étude d'Elton et ses collègues est la faible proportion de cet écart qui est expliqué par la possibilité du défaut de l'obligation de société. Quels autres facteurs pourraient donc expliquer le reste ? Les auteurs suggèrent un effet de taxation, des primes de liquidité, etc.

De notre côté, nous avons regardé la question sous un autre angle, à savoir : est-il possible qu'ils aient mal mesuré cette proportion ? Nous avons donc revu la méthode employée et vérifié l'impact des choix méthodologiques.

Premièrement, quel type d'estimateurs est-il préférable d'utiliser lorsqu'il s'agit de probabilités de migration de cote de risque ?

Deuxièmement, quelle doit être la longueur de la période d'échantillonnage ? Trop courte, nous faisons face à l'imprécision liée aux petits échantillons. Trop longue, nous utilisons des données qui ne sont pratiquement plus pertinentes par rapport à la situation actuelle.

Troisièmement, il y a la censure des données. En effet, les données provenant des agences de notation nous indiquent la cote de risque d'un émetteur à plusieurs moments au cours du temps. Parfois, nous trouvons la mention *withdraw*. Devons-nous nettoyer la base de données de tous les émetteurs auxquels cette mention est accolée au cours de la période d'échantillonnage ? Nous risquerons alors de perdre des informations importantes et de modifier la structure de notre échantillon. Et que faisons-nous des émetteurs qui apparaissent dans la base de données au cours de la période d'échantillonnage ? Pouvons-nous les inclure dans notre échantillon tout en tenant compte de l'effet de censure ?

Finalement, un autre aspect majeur est l'incertitude entourant nos estimations ponctuelles. Si nous utilisons des intervalles de confiance autour de nos estimations, quel impact cela aura-t-il sur les conclusions de l'étude ?

Qu'avons-nous trouvé ? Regardons spécifiquement les produits cotés BBB, qui sont des produits relativement peu risqués mais pour lesquels la probabilité de défaut n'est pas négligeable. Le changement de la période d'estimation, passant d'une longue fenêtre fixe à une fenêtre roulante, reculant de trois ans en arrière, fait passer la proportion des écarts de crédit expliquée par le défaut de 35 % (dans l'article d'Elton *et al.*) à 49 %. Si nous utilisons une autre technique d'estimation reconnue qui prend en compte le risque de décote, cette proportion atteint 53 %. En ajoutant les données censurées, cette proportion recule de 8 %. Si l'on ajoute l'incertitude liée à la précision des estimateurs des probabilités de défaut, la marge d'erreur est de 8 %. Si nous devons tenir compte de l'incertitude associée au recouvrement, cette proportion se situe entre 45 % et 67 %. Et si nous devons nous attarder à une sous-période de l'étude, on peut atteindre des proportions excédant 90 %.

Que faut-il conclure à propos de cette tempête de nombres ? Tout simplement que les choix méthodologiques ne sont pas neutres et que, sous des apparences de rigueur, se cachent bien des pièges si des mesures de robustesse et de sensibilité ne sont pas mises en place.

Au cours de projets en entreprise, ces choix méthodologiques se sont avérés importants. Par exemple, les institutions bancaires possèdent d'énormes portefeuilles de prêts aux particuliers, de marges de crédit, de cartes de crédit et d'hypothèques. Le nombre de comptes créés ou

fermés en cours d'année est élevé et une méthode d'estimation permettant d'inclure les données censurées et le risque de décote produit, pour diverses raisons, des résultats légèrement mais significativement différents de ceux obtenus par la méthode traditionnellement utilisée.

5. LA DÉPENDANCE

Modéliser la dépendance est crucial lorsqu'il s'agit de bien mesurer les risques associés à un portefeuille. C'est ce dont il sera maintenant question.

5.1 La dépendance entre les titres constituant un portefeuille

Plaçons-nous dans un cadre où nous souhaitons évaluer les pertes potentielles associées à un portefeuille donné. En regroupant les titres du portefeuille par classe de risque, l'information fournie par les agences de notation nous permet d'évaluer l'espérance du nombre de défauts. Malheureusement, cela ne donne pas assez d'information concernant la dépendance entre les défauts de paiement des titres. Or, la contagion exerce une influence principalement sur les ailes de la distribution des pertes, c'est-à-dire que la présence de dépendance augmente en général la probabilité d'observer de nombreux défauts simultanément et, par conséquent, augmente la probabilité associée à de très grandes pertes. En d'autres mots, la contagion augmente la VaR, et donc le capital de réserve requis.

Encore une fois, je vais faire appel à mon répertoire d'exemples caricaturaux afin de bien faire comprendre mon point de vue. Nous sommes en présence d'un portefeuille de 100 hypothèques de 100 000 dollars chacune. La valeur initiale de ce portefeuille est donc de 10 millions de dollars. Chacun des emprunteurs s'est vu accorder une cote de risque et ils ont tous été évalués BBB. Selon l'agence de notation qu'on préfère, le taux de défaut annuel d'un titre appartenant à cette classe de risque est de 5 %. Il devrait donc y avoir, en moyenne, 5 hypothèques en défaut cette année parmi les 100 prêts du portefeuille en question. En supposant que le taux de recouvrement soit de 75 %, la perte espérée est estimée à 5 % x 25 % = 1,25 % de la valeur initiale du portefeuille. Cela semble raisonnable, n'est-ce pas ? Or, je ne vous ai pas mentionné qui sont les emprunteurs. Ils sont tous employés de la même compagnie, la seule du village, et elle fermera ses portes la

semaine prochaine. Ce n'est donc pas une perte de 1,25 % de la valeur du portefeuille qu'il faut anticiper, mais bien une perte associée à l'événement « tous feront défaut », c'est-à-dire une perte de 25 % de la valeur du portefeuille... Sans parler que, dans une telle situation, la banque ne pourra pas revendre les maisons saisies et que c'est vraisemblablement la totalité du portefeuille qui sera perdue.

La leçon à tirer de cet exemple est que la prise en compte de la dépendance entre les titres d'un portefeuille est essentielle à une bonne mesure des risques.

Un deuxième phénomène apparaît : il se peut que les paramètres estimés, tel le taux de recouvrement, ne soient plus adéquats en présence d'une crise grave. En termes techniques, il y a des changements de régime.

Maintenant que vous êtes convaincu de l'importance de modéliser la dépendance, il faut décider de la manière de le faire. Lorsqu'il est question de dépendance, le réflexe naturel est de proposer une matrice de corrélations. Lorsque deux titres sont en jeu, un seul coefficient suffit. Avec trois titres, il y a trois coefficients. Avec quatre titres, il faut six coefficients de corrélations. Et le nombre de paramètres augmente beaucoup plus rapidement que la dimension du problème. Lorsque 100 titres constituent le portefeuille, il faut 4950 coefficients de corrélations. Cette façon de procéder est impraticable puisque le nombre de paramètres dépasse rapidement le nombre d'observations disponibles !

Mais il y a un autre problème autrement plus subtil lié à l'utilisation de ces matrices de corrélations. C'est qu'il s'agit essentiellement d'une mesure de dépendance linéaire. Or, en ce qui concerne le risque de crédit, certaines dépendances n'apparaissent qu'en des cas extrêmes, et ce phénomène ne peut donc pas être reproduit à partir d'une telle mesure. C'est le cas de l'effet de contagion. Le défaut d'une entreprise peut avoir un effet modéré sur le défaut des autres entreprises si l'ensemble de ces entreprises est en bonne santé financière. Par contre, si leur santé est déjà fragilisée par une situation économique difficile, le défaut d'une d'entre elles peut alors avoir des répercutions bien plus grandes sur les autres.

C'est ici que le savoir-faire des modélisateurs revêt une grande importance. Si l'on n'utilise pas les mesures populaires de la dépendance, le modélisateur butera sur la réticence de la communauté. Si l'on utilise une modélisation trop obscure, les praticiens refuseront de l'employer. La stratégie consiste donc à modéliser la dépendance entre les déterminants du défaut de façon plausible et convaincante, tout en gardant en tête qu'un modèle trop complexe ou comprenant trop de

paramètres ne pourra pas être estimé. Les stratégies habituellement employées s'articulent autour de l'introduction de facteurs communs aux firmes tels qu'un taux d'intérêt, des indices boursiers ou des variables représentant l'état de l'économie. D'autres proposent des modèles à changement de régime.

Une modélisation plus réaliste des déterminants du défaut comporte toutefois des inconvénients. La tarification des produits dérivés n'est plus possible qu'à travers des algorithmes numériques. Ce n'est pas si grave en soi si la seule finalité de la modélisation est justement la tarification. Cependant, dans le cas du risque de crédit, les produits dérivés sont aussi les seules variables observables nous permettant de déduire les composantes de base du modèle qui, elles, sont d'ordre privé. C'est ici que cela se corse. Il faudra des méthodes numériques efficaces, une programmation sans faille et efficiente de même que l'accès à une puissance de calcul importante.

5.2 La dépendance entre les facteurs de risque d'une seule firme

J'aimerais maintenant attirer votre attention sur les différents risques associés au crédit. Je vous ai beaucoup parlé de la probabilité de défaut car elle est au premier plan dans l'ensemble des travaux à ce sujet. En effet, la plupart des modèles de risque de crédit existants accordent une grande importance à la modélisation du défaut et présume que le taux de recouvrement en cas de défaut est constant. Dans quelques cas, ce taux est choisi aléatoirement, sans dépendance aucune avec les composantes qui ont entraîné le défaut. Personnellement, je crois qu'il est important de prendre en compte l'incertitude entourant la perte en cas de défaut et sa dépendance avec le moment du défaut. C'est ce dont je discuterai maintenant.

Nous avons déjà abordé l'approche structurelle, qui se caractérise par une modélisation de la valeur des actifs de la firme. Le moment du défaut est déterminé par cette valeur. Les divers modèles appartenant à cette classe diffèrent par le choix du processus modélisant l'actif et le choix de la barrière amenant le défaut. En pratique, ces modèles n'arrivent généralement pas à expliquer l'ampleur des écarts de rendements observés.

Au cours des années 1990, une autre famille de modèles est apparue : l'approche réduite. Les caractéristiques de la firme ne sont plus modélisées explicitement et le défaut survient au cours du premier saut d'un processus de Poisson. Par la suite, des généralisations de cette formulation ont été proposées, principalement en généralisant le

processus de sauts, passant d'une intensité de sauts (autrement dit la fréquence des sauts) déterministe à une intensité stochastique. Empiriquement, ces modèles reproduisent mieux les écarts de crédit observés. Cependant, l'intuition financière derrière les déclencheurs du défaut étant pratiquement absente, ils sont moins populaires auprès des entreprises.

Dans cette optique, nous avons développé un modèle de l'approche réduite dans lequel l'intensité guidant le défaut augmente avec le ratio d'endettement de la firme. Plus la firme est endettée, plus le défaut devient probable. Cette modélisation simple apporte plus qu'il n'y paraît à première vue. Premièrement, puisque le ratio d'endettement est modélisé, il est disponible au moment du défaut. Nous obtenons ainsi un taux de recouvrement endogène au modèle plutôt que d'avoir à le spécifier *a posteriori*. Un deuxième phénomène apparaît alors : la dépendance de la probabilité de défaut au ratio d'endettement, à travers l'intensité, et la dépendance du taux de recouvrement à ce même ratio d'endettement provoque une augmentation des petits taux de recouvrement dans l'échantillon de scénarios simulés (lorsque la probabilité de défaut est grande, le taux de recouvrement a tendance à être faible). La distribution des scénarios possède alors une aile gauche plus lourde, c'est-à-dire une probabilité plus élevée d'observer de grandes pertes. Cela influence directement et de façon importante les mesures du risque. Notons que cette dépendance négative entre la probabilité de défaut et le taux de recouvrement est présente dans les études empiriques depuis maintenant quelques années, mais elle était rarement modélisée de façon explicite. Concrètement, le taux de recouvrement devient variable au cours du temps, et les courbes d'écarts de crédit s'en trouvent modifiées. En général, nous constatons que ces courbes sont plus abruptes.

Cette avancée ne se limite pas aux aspects théoriques. Le ratio d'endettement n'étant pas observable, il est impossible d'estimer directement les paramètres du modèle. Par contre, cette information est implicitement contenue dans le prix des produits dérivés comportant un risque de défaut. C'est le cas des CDS. On trouve ce type de contrat pour un grand nombre d'entreprises et pour des échéances variant de 1 à 10 années. Comme il est possible d'obtenir des séries de primes CDS sur plusieurs années, une estimation par filtre permet de prendre en compte la relation non linéaire entre les primes CDS qui sont observables, le ratio d'endettement qui ne l'est pas et la dépendance intertemporelle présente dans l'échantillon. Grâce à la procédure mise en place, on peut donc utiliser le modèle en pratique, modèle qui, rappelons-le, capte le risque de défaut, le risque de recouvrement et la dépendance potentielle entre les deux.

6. LES INGÉNIEURS FINANCIERS SONT-ILS RESPONSABLES DE LA CRISE FINANCIÈRE DE 2007-2008 ?

Cela m'amène au dernier thème que je souhaite aborder : est-ce que les ingénieurs financiers sont responsables de la dernière crise financière ?

Je me permettrai de résumer les faits assez simplement, mettant de côté plusieurs aspects contribuant à la subtilité de la situation, afin de souligner à grands traits certains problèmes liés à cette crise et les raccourcis à ne pas prendre.

La supervision du système bancaire repose sur le fait que l'augmentation du crédit doit être accompagnée d'une augmentation des fonds propres. Or, les institutions bancaires ont su contourner cette règle au moyen de l'arrivée de produits financiers innovants permettant de transférer leurs risques. Lors de la crise de 2007, il s'agissait de la titrisation des hypothèques des ménages américains. En gros, l'idée est de regrouper les hypothèques dans un portefeuille et de revendre ce dernier en tranches. L'institution financière peut ainsi se départir du risque associé à son portefeuille d'hypothèques.

Sachant que l'institution financière ne détiendra pas l'hypothèque durant toute la durée de cette dernière (elle sera vendue à l'aide des procédures de titrisation), cette même institution sera peut-être moins sensible à la capacité de l'emprunteur à rembourser cette dette puisque, advenant un défaut, ce n'est plus l'institution financière qui devra absorber les pertes. Ainsi, de nouveaux produits hypothécaires sont apparus, permettant à des individus non solvables de contracter des emprunts hypothécaires.

Maintenant, regardons d'un peu plus près ce qui concerne la titrisation. C'est ici que les ingénieurs financiers entrent en scène. Il s'agit essentiellement d'un produit dérivé complexe comportant un risque de défaut. Rappelons que nous avons affaire à un portefeuille d'une centaine d'hypothèques ou plus, lui-même revendu en tranches, la première tranche absorbant les premiers défauts, la dernière tranche, considérée comme très peu risquée, étant touchée seulement si une grande proportion des hypothèques font défaut. Pour évaluer chacune des tranches, il faut être en mesure de quantifier la probabilité qu'un, deux, trois... prêts fassent défaut au cours des prochaines années. Le calcul des prix associés à chacune des tranches a été fait sur la base de l'indépendance entre les événements de défaut des hypothèques constituant le portefeuille ou sur la base d'une structure de dépendance simpliste et relativement faible. Les ingénieurs financiers ont toutefois

une mauvaise excuse : il est très difficile d'estimer la dépendance entre autant de prêts aux particuliers ! Pas d'observation, pas d'estimation !

Les dernières tranches s'étant vu attribuer une très faible probabilité de défaut, elles ont été considérées comme peu risquées par les agences de notation et, par conséquent, un grand nombre d'institutions à travers le monde, attirées par les rendements attrayants de ces tranches, en ont acheté.

Le reste de l'histoire, vous la connaissez. Les prix des propriétés américaines ont baissé. Cela a affecté de nombreux détenteurs d'hypothèque, déjà dans une situation financière précaire, qui ont fait défaut à peu près tous en même temps...

Ma question est la suivante : qui sont les fautifs ? Les institutions financières qui ont vendu des hypothèques à des familles qui n'avaient visiblement pas la capacité de payer sachant qu'ils n'auraient pas à subir les conséquences des défauts de paiements ? Les ingénieurs financiers qui ont créé la titrisation et qui ont mal évalué le risque de contagion à l'intérieur du portefeuille ? Les agences de notation qui ont mal évalué le risque en attribuant d'excellentes cotes de risque à des produits qui ne les méritaient pas ?

Qui sont les fautifs ? L'inventeur du jeu, celui qui s'y adonne ou celui qui le réglemente ?

7. CONCLUSION

Le titre de cette leçon était une question : lorsqu'il s'agit de modélisation des risques, est-il possible de dompter le hasard ?

En ce qui concerne mon travail, le hasard est utilisé afin de modéliser l'avenir. Il est possible de générer des scénarios de crise financière sans que cette dernière se réalise. Cependant, ces scénarios influenceront les moyennes et les quantiles nous servant d'outil d'aide à la décision. On pourrait alors choisir des investissements ou des méthodes de gestion qui conviennent à notre profil. En ce sens, puisque nos décisions auront un effet sur le résultat final, il est possible d'apprivoiser le hasard, de contraindre sa portée.

Par contre, ce n'est pas parce qu'on a modélisé une situation que nous serons en mesure de la prédire avec précision. Par conséquent, il n'est pas possible de dompter le hasard au point de le soumettre. Il faut apprendre à composer avec cette incertitude, et tout modèle, aussi bon soit-il, n'est pas muni d'une boule de cristal.

Références

Monographies

Boudreault, M. et G. Gauthier (2011). « Credit Spreads and Recovery Rates in a Hybrid Credit Risk Model ».

Boudreault, M. et G. Gauthier (2010). « Credit Risk Model: On the Non-linear Relationship between Default Intensity and Leverage », Cahier de recherche du GERAD, G-2010-40.

Denault, M., G. Gauthier et J.-G. Simonato (2009). « Estimation of Intensity Models for Default Risk », *Journal of Futures Market*, vol. 29, nº 2, p. 95-113.

Dionne, G., G. Gauthier, M. Maurice, K. Hammami et J.-G. Simonato (2011). « A Reduced Form Model of Default Spreads with Markov Switching Macroeconomic Factors », *Journal of Banking and Finance*, vol. 35, p. 1984-2000.

Dionne, G., G. Gauthier, M. Maurice, K. Hammami et J.-G. Simonato (2010). « Default Risk in Corporate Bond Spreads », *Financial Management*, p. 707-731.

Duan, J.-C., G. Gauthier et J.-G. Simonato (2004). « On the Equivalence of the KMV and Maximum Likelihood Methods for Structural Credit Risk Models », Cahier de recherche du GERAD, G-2005-06, 19 pages.

Duan, J.-C., G. Gauthier, J.-G. Simonato et S. Zaanoun (2003). « Estimating Merton's Model by Maximum Likelihood with Survivorship Consideration », University of Toronto working paper et Cahier de recherche du GERAD, G-2004-81, 23 pages.

Elton, E., M. Gruber, D. Agrawal et C. Mann (2001). « Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds », *Journal of Finance*, vol. 56, p. 247-277.

Thèses de doctorat

Amaya, Diego. Ph. D. en ingénierie financière, HEC Montréal (11053174). *Trois essais sur les méthodes numériques en ingénierie financière*.

Boudreault, Mathieu (2009), Ph. D. en ingénierie financière, HEC Montréal (11071208). *Essais sur le risque de crédit*.

Mémoires de maîtrise

Amaya, Diego (2006), M. Sc. en ingénierie financière, HEC Montréal (11053174). *Credit Risk Model for the Computation of CDO*.

Brick, Hatem (2005), M. Sc. en finance, HEC Montréal. *Calcul de la VaR d'un portefeuille d'obligations corporatives*.

Dupuis, Vincent (2008), M. Sc. en ingénierie financière, HEC Montréal (11073742). *L'estimation du processus d'intensité de certains modèles de risque de crédit*.

L'Heureux-Brennan, David (2009), M. Sc. en ingénierie financière, HEC Montréal (11047503). *Un modèle de risque de crédit hybride sous changements de régimes*.