

L'analyse de risque dans les décisions financières - première partie

Jean-Pierre Frenois

Volume 72, numéro 4, 2005

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/1107415ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/1107415ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Faculté des sciences de l'administration, Université Laval

ISSN

1705-7299 (imprimé)

2371-4913 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Frenois, J.-P. (2005). L'analyse de risque dans les décisions financières - première partie. *Assurances et gestion des risques / Insurance and Risk Management*, 72(4), 730–750. <https://doi.org/10.7202/1107415ar>

L'ANALYSE DE RISQUE DANS LES DÉCISIONS FINANCIÈRES – PREMIÈRE PARTIE

par Jean-Pierre Frenois

1. Introduction

Les financiers ont souvent été des précurseurs dans l'utilisation de techniques quantitatives en gestion. Dès 1964, Hertz leur proposait une façon systématique d'étudier le risque dans les décisions d'investissement. Sa méthode, l'analyse de risque, impliquait l'emploi de distributions de probabilités et d'une technique de simulation, la méthode de Monte Carlo¹. Cela voulait dire une quantité considérable de calculs et par conséquent un usage intensif de l'ordinateur. À l'époque, une telle approche n'était pas à la portée de tout le monde! Pourtant un certain nombre de grandes entreprises se lancèrent rapidement dans l'aventure. Quelques maisons de consultants firent de cette méthode une panacée. Hertz lui-même² alimenta ce mouvement.

Mais il fallut attendre l'avènement de la microinformatique pour que se démocratise l'analyse de risque. Plusieurs logiciels³ virent alors le jour, généralement basés sur un tableur, et donc largement accessibles et d'emploi facile⁴. Pourtant ce n'est que tout récemment⁵ que la puissance des micro-ordinateurs a atteint un seuil suffisant pour permettre à chacun de tirer pleinement parti des techniques de simulation.

Il s'avère à l'usage que la méthode originellement proposée par Hertz est de portée beaucoup plus générale que ne le pensait initialement son promoteur. Certes les décisions d'investissement doivent être prises selon des critères de rentabilité et de risque, mais on peut en dire autant de toutes les décisions financières importantes, et même probablement de toutes les décisions stratégiques de la firme. Parallèlement, les institutions financières sont devenues de plus en plus conscientes de leur exposition aux risques de marché; elles ont, pour la plupart, adopté la notion de « valeur à risque »⁶ qui implique, dans sa version la plus pure, l'application massive de techniques de simulation. Sur les marchés financiers, le domaine en croissance exponentielle de l'ingénierie financière est aussi un gros utilisateur potentiel de ces techniques⁷.

Pourtant, les enquêtes portant sur l'utilisation de techniques modernes dans les décisions d'investissement, ne notent qu'une progression très lente de l'analyse de risque. Une enquête récente⁸, menée auprès des 400 plus grosses entreprises industrielles américaines, rapporte que, si un peu plus de la moitié d'entre elles exigent une

estimation quantitative du risque, la plupart se contentent pour cela d'analyses de sensibilité ou de scénarios. Seulement 10 % ont recours à la simulation de Monte Carlo, qui n'est pourtant qu'une simple extension de ces analyses. Ce n'est certes ni par ignorance, ni par manque de moyens de calcul! Toute personne munie d'un micro-ordinateur et d'un tableur dispose maintenant des moyens voulus! Là où le bât blesse, selon nous, c'est dans la mise en œuvre. Comme pour beaucoup d'applications de la microinformatique, chacun y va de son modèle. Sans toujours bien respecter les principes de base de la modélisation, et sans non plus connaître toutes les possibilités, ni surtout toutes les limites, des techniques employées. Le but de cet article est précisément de combler cette lacune, en proposant une méthode systématique d'emploi de l'analyse de risque pour les décisions financières.

2. La méthode proposée

La méthode proposée ici comporte sept étapes énumérées dans le tableau 1. Elle est de portée générale. C'est une façon systématique de quantifier le risque et d'étudier son impact sur les décisions.

La première question que l'on doit se poser a trait au problème que l'on veut résoudre. Quelle décision doit-on prendre? Quelles sont les possibilités qui s'offrent à nous? Quels événements externes peuvent influencer les résultats de notre décision? Quels sont nos critères de choix? Cette formulation systématique de notre problème nous servira continuellement de référence tout au long de l'analyse. Il est, bien entendu, possible que l'analyse elle-même nous amène à changer ultérieurement cette formulation du problème⁹, mais c'est un élément essentiel de la démarche, qui nous permet de disposer continuellement d'un cadre de référence à jour, et de pouvoir communiquer

TABLEAU I
LES SEPT ÉTAPES D'UNE ANALYSE DE RISQUE

Formulation du problème
Conception du modèle de base
Identification des sources de risque significatives
Etablissement des distributions de probabilités
Etablissement de coefficients de corrélation
Simulation (méthode de Monte Carlo)
Analyse des résultats

ce cadre à toutes les personnes impliquées dans la décision. C'est la base de toutes les discussions et de toutes les modifications ultérieures à l'analyse.

Notre deuxième préoccupation est de concevoir un modèle de base. Ce modèle, nécessairement une représentation simplifiée de la réalité, permet de quantifier les variables identifiées à l'étape 1, d'établir des relations entre elles, d'estimer la valeur de chacun de nos critères de choix pour chacune des possibilités. Il utilise généralement un tableur.

La troisième étape consiste à identifier chacune des sources potentielles de risque. Cette identification devrait être faite a priori. Elle devrait simplement préciser les variables exogènes à notre problème, les événements externes évoqués à l'étape 1. Il est possible, cependant, que certaines de ces sources de risque n'aient que très peu d'impact sur nos décisions, ce que devraient révéler des analyses de sensibilité ou de scénarios. Pour la suite du processus, seules devraient être prises en compte les sources de risque qui ont un impact significatif.

Dans la quatrième étape, nous nous efforçons de chiffrer l'incertitude correspondant à chaque source de risque. Dans la plupart des cas, une source de risque est représentée par une variable exogène, à laquelle on peut attribuer une distribution de probabilités. Le choix du type de distribution et l'estimation de ses paramètres sont guidés par des données historiques, quand on en dispose. On peut quelquefois recourir à des techniques de prévision¹⁰. Mais le plus souvent on fait simplement appel à des connaissances expertes et on détermine des distributions de probabilités subjectives. En pratique les résultats ne sont pas très sensibles à la forme exacte de la distribution¹¹. L'estimation d'une valeur pessimiste, d'une valeur probable et d'une valeur optimiste, puis l'emploi d'une distribution triangulaire ou bêta, font souvent l'affaire. Bien entendu, si on dispose de plus d'informations, il ne faut pas s'en priver.

La cinquième étape tient compte de ce que souvent les sources de risque ne sont pas indépendantes les unes des autres. Si, par exemple, les résultats attendus dépendent de l'inflation anticipée et du niveau des taux d'intérêt, ce serait une erreur grave de faire varier ces deux variables aléatoires indépendamment l'une de l'autre. Dans un tel cas on dispose d'un grand nombre de données historiques, à partir desquelles il est aisé d'estimer un coefficient de corrélation prévisionnel. Dans d'autres cas les données font défaut, et des hypothèses raisonnables, basées sur l'expérience ou l'avis d'un expert, doivent être posées.

La sixième étape, celle de la simulation, demande beaucoup de calculs et exige l'emploi d'un ordinateur. Elle consiste à effectuer les calculs du modèle de base un très grand nombre de fois, dans diverses circonstances probables. On échantillonne au hasard la valeur de chaque variable aléatoire. Chaque combinaison de circonstances correspond à ce qu'on appelle une itération¹². Au bout d'un nombre raisonnable d'itérations, par exemple une centaine, il est possible de tracer un histogramme des valeurs prises par chacun des critères. Quand on augmente le nombre d'itérations, la forme des histogrammes peut changer, mais finit toujours par se stabiliser. La simulation peut alors être arrêtée et les décideurs disposent d'une excellente mesure du risque lié à leurs décisions. C'est ce qu'on appelle la méthode de Monte Carlo¹².

TABLEAU 2 PETIT LEXIQUE DE L'ANALYSE DE RISQUE

Méthode de Monte Carlo : méthode permettant de reconstituer la distribution de probabilité d'une variable de sortie à partir de celles des variables d'entrée. On commence par tirer au hasard une valeur pour chaque variable d'entrée, selon sa distribution de probabilités. On calcule ensuite la valeur de la variable de sortie correspondant à ces valeurs d'entrée. On recommence ces deux étapes un grand nombre de fois. On établit alors l'histogramme des valeurs trouvées pour la variable de sortie. Cette méthode est surtout utile quand les relations entre variables d'entrée et de sortie ne sont pas linéaires et que les distributions de probabilité qui les régissent ne suivent pas une loi normale.

Itération : ensemble des deux premières étapes de la méthode de Monte Carlo. Pour obtenir des résultats précis, le nombre d'itérations doit généralement être élevé.

Aversion au risque : caractéristique d'un décideur qui, entre deux projets de même valeur, préférera celui qui présente le moindre risque.

Asymétrie positive : les chances sont plus grandes de faire de grands gains que de grandes pertes.

Dominance stochastique : la décision A domine la décision B si elle procure une plus grande richesse que la décision B, pour tout niveau donné de probabilité cumulée.

VaR ou valeur à risque : dans 95 % des cas le montant des pertes actualisées n'excédera pas cette valeur pour la durée du projet¹⁵.

La septième et dernière étape, celle de l'analyse des résultats, mène à la prise de décision. Elle est compliquée par la surabondance de chiffres disponibles. Comment peut-on les synthétiser de façon significative? À quoi faut-il attacher de l'importance? Les résultats sont-ils complets? Stables? Quel compromis doit-on adopter entre rentabilité et risque? Souvent, alors, des synthèses graphiques sont possibles et souhaitables.

Nous allons maintenant revenir sur chacune de ces étapes, en les illustrant pour mieux faire comprendre et faire ressortir les enjeux de la mise en œuvre de l'analyse de risque.

3. Formulation du problème

Polymines inc. est une entreprise minière exploitant plusieurs mines au Québec. Elle est sur le point de prendre une décision importante, celle de mettre en exploitation un nouveau gisement découvert récemment. Le minéral qu'elle extrait a de nombreuses utilisations. Son marché est très concurrentiel, les barrières à l'entrée n'étant pas très élevées, les relations avec les clients ne sont pas primordiales. Le prix et la demande connaissent des fluctuations importantes. La stratégie de marketing repose sur une force de vente bien établie en Amérique du Nord et en Europe, sur un produit de grande qualité et sur une politique de prix agressive.

L'entreprise a à choisir entre deux projets d'investissement dont les données financières figurent au tableau 3.

Projet	A	B
Capacité (en tonnes)	1 000 000	1 200 000
Équipement : prix d'achat	90 000 000 \$	125 000 000 \$
prix de revente à la fin	2 000 000 \$	3 000 000 \$
Fonds de roulement (en % des ventes)	15 %	15 %
Demande initiale (en tonnes)	900 000	900 000
Taux de croissance de la demande	5 %	5 %
Prix (à la tonne)	100 \$	100 \$
Durée de vie (années)	9	9
Frais variables (en % des ventes)	60 %	50 %
Frais fixes	20 000 000 \$	28 000 000 \$
Taux d'impôt	30 %	30 %
Taux d'allocation du coût en capital	30 %	30 %
Taux d'actualisation	10 %	10 %

Le projet A consiste à limiter la capacité de production à la part de marché que les dirigeants pensent pouvoir prendre à court terme. Le projet B, de capacité plus grande, permet des économies d'échelle. Les dirigeants veulent, avant toute décision, s'assurer de la rentabilité de l'investissement et avoir une bonne idée du risque encouru.

Pour formuler adéquatement le problème, il nous faut répondre de façon complète aux questions suivantes :

1. Quelles sont les décisions possibles?
2. Quelles sont les sources de risque?
3. Quels sont nos critères de choix?
4. Comment les décisions, les sources de risque et les critères sont-ils reliés entre eux?

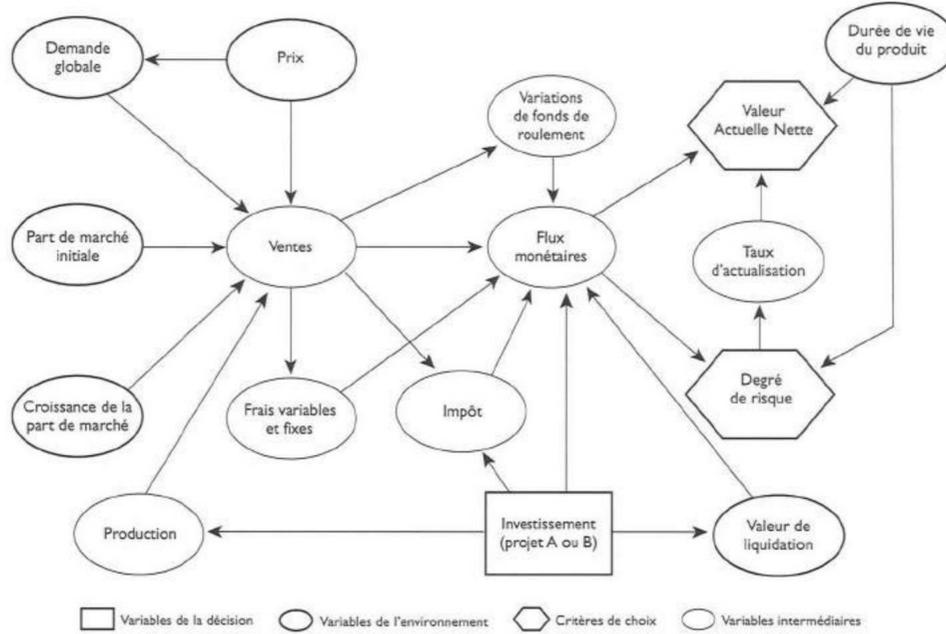
Ici, les décisions possibles semblent déjà bien délimitées. Faut-il exploiter le nouveau gisement? Si oui, doit-on entreprendre le projet A ou le projet B? Une telle formulation sera adéquate dans la plupart des cas, mais il pourrait aussi être pertinent de se demander s'il sera possible de passer du projet A au projet B ultérieurement. Si oui, à quel coût. De façon générale, quels seraient les coûts d'augmentation de capacité ultérieurs. Et, en sens inverse, si la demande se révèle plus faible que prévu, quelles seraient les possibilités d'abandon ultérieures, et à quel coût.

Le management doit alors faire un examen exhaustif de toutes les sources de risque possibles. Celles-ci sont nombreuses : tout d'abord le prix mondial, qui connaît de grosses fluctuations, et par rapport auquel nous devons constamment nous situer; mais aussi la demande globale, qui est en général plus forte quand le prix est faible; sans compter que nous ne connaissons pas très bien la durée de vie du projet, tant à cause de l'apparition possible de produits substitués que du montant exact de réserves que contient le gisement; enfin, certaines données nécessaires aux calculs de rentabilité sont difficiles à estimer, par exemple la valeur résiduelle de l'équipement à la fin du projet ou encore les besoins en fonds de roulement.

Les critères de choix de Polymines inc. sont bien connus de tous. Un projet, pour être accepté, doit avoir une valeur actuelle nette positive. Il ne doit pas non plus avoir un risque trop élevé. Mais c'est précisément là que les dirigeants ont besoin d'aide, car ils ne savent pas exactement quelle mesure de risque prendre.

Cette formulation de problème est donc naturelle et facile à faire. Elle permet de spécifier les variables de décision, les variables d'environnement et les critères de choix. Elle peut être résumée par un diagramme d'influence comme celui de la figure 1.

FIGURE I
DIAGRAMME D'INFLUENCE



Dans ce diagramme on remarque la présence de quatre catégories de variables :

- des variables de décision, représentées par un rectangle à traits épais : ici on n'a à prendre qu'une seule décision, celle d'exploiter ou non le nouveau gisement, par le biais du projet A ou du projet B;
- des variables d'environnement, représentées par un ovale à trait épais : ici il y en a plusieurs, qui correspondent à la discussion précédente; on remarquera que la demande a été scindée en deux variables : la demande initiale, qu'une étude de marché nous permet d'estimer, et le taux de croissance de cette demande dans les années ultérieures;
- des critères de choix, représentés par un hexagone à trait épais : ici il y en a deux, la valeur actuelle nette et le degré de risque;
- des variables intermédiaires, représentées par un ovale à trait mince : ces variables sont nécessaires à la bonne compréhension du diagramme et seront utiles dans l'élaboration d'un modèle, c'est-à-dire dans la spécification des relations entre les variables de décision, les variables d'environnement et les critères.

Ces relations entre les variables sont ici symbolisées par des flèches; ce sont des relations d'influence. Dans la figure 1, on remarquera par exemple que les ventes sont déterminées par les prix, la demande globale, la part de marché initiale et la croissance de cette part de marché. Ces variables sont, toutes les quatre, des variables d'environnement et permettent de calculer la demande, en dollars. Pour déterminer les ventes, il n'y a plus qu'à comparer cette demande à la production. On notera aussi la flèche qui va du prix à la demande globale, et qui se traduira éventuellement dans le modèle par un coefficient de corrélation entre ces deux variables. Les ventes, à leur tour, influencent les flux monétaires, soit directement par les revenus¹³ qu'elles génèrent, soit indirectement par les variations de fonds de roulement, les frais variables ou l'impôt. On aurait aussi pu faire apparaître, si cela avait paru important, la segmentation des revenus par pays, les taux de change, etc.

Ce diagramme n'a pas besoin d'être exhaustif. Il doit avant tout être clair, et faire ressortir les principaux enjeux et les principaux risques de la décision. Il sert, avant tout, de moyen de communication et de discussion entre décideurs et analystes. C'est un document auquel on se référera aux étapes ultérieures, lorsque viendra le temps de faire des analyses de sensibilité et de risque. Si des révisions doivent

alors être apportées à l'analyse, il faudra d'abord se demander si le changement de perspective amène des changements au diagramme d'influence.

4. Conception du modèle de base

Le modèle de base que doit concevoir Polymines inc. est ici très simple. Il s'agit de calculer les flux monétaires générés par chacun des projets, puis de les actualiser, pour estimer leur valeur actuelle nette. Un conseil, cependant : prenez bien soin de faire ressortir, dans ce modèle, toutes les variables d'environnement, celles que vous avez identifiées comme telles dans votre diagramme d'influence, et que vous voudrez faire varier selon toutes sortes de scénarios. Ces variables devraient toutes être clairement identifiées, regroupées si possible dans une même feuille de calcul, et placées au début de cette feuille. C'est précisément ce que nous avons reproduit au tableau 3. Vous y remarquerez que figurent sur fond gris toutes les variables susceptibles d'être changées. Notez aussi que certaines variables ne doivent être changées qu'une fois, car elles concernent les deux projets. C'est ici le cas de la demande initiale, et en fait de toutes les variables qui concernent le produit : croissance de la demande, prix, durée de vie. Ainsi, quand nous ferons varier ces quantités, elles varieront de la même façon pour les deux projets, ce qui assurera une bonne comparabilité.

Autre conseil : faites, dès maintenant, une liste de toutes vos hypothèses et revoyez cette liste, en même temps que le diagramme d'influence, à chaque modification du modèle.

Ici plusieurs hypothèses doivent être faites, par exemple celles du tableau 4. Bien sûr, elles doivent être connues du management et discutées. Leur influence sur la décision peut être grande! Vous aurez noté que plusieurs de ces hypothèses se réfèrent à la valeur moyenne prise par les variables d'environnement. Nous savons déjà qu'il faudra tester bien d'autres valeurs que celles-ci, et c'est précisément là qu'interviendra l'analyse de risque.

TABLEAU 4 HYPOTHÈSES FAITES DANS LE MODÈLE DE BASE

On peut séparer les frais fixes des frais variables; ces derniers sont proportionnels aux ventes. Le projet B, qui procure des économies d'échelle, a des frais fixes plus élevés que le projet A, mais des frais variables nettement plus bas.

L'augmentation (la diminution) de fonds de roulement, ici surtout les stocks et les comptes clients, est de 15 % de l'augmentation (la diminution) des ventes. Le fonds de roulement sera intégralement récupéré à la fin du projet.

On pourra revendre ou récupérer l'équipement à la fin du projet.

La demande initiale est de 900 000 tonnes par an et croîtra de 5 % chaque année jusqu'à la fin du projet.

Le prix du minéral est de 100 \$ la tonne et y restera.

La durée de vie du projet est de 9 ans.

Le risque des deux variantes est similaire, ce qui fait qu'on peut actualiser leurs flux monétaires au même taux, la prime de risque incluse dans celui-ci étant la même pour chaque projet. Ceci est bien sûr une hypothèse préliminaire à l'analyse de risque. Nous serons sans doute amenés à la réviser après analyse.

Selon cet ensemble d'hypothèses, qui est d'ailleurs cohérent avec les données du tableau 3, nous pouvons calculer la valeur actuelle nette de chaque projet, comme cela est fait au tableau 5¹⁴.

Selon cette analyse, c'est le projet A qu'on devrait entreprendre, mais il faut avouer que les deux valeurs actuelles nettes (en abrégé : VAN) sont très proches l'une de l'autre. De fait, c'est le risque des projets qui va sans doute ici les départager.

5. Identification des sources de risque significatives

Tournons nous maintenant vers les variables d'environnement. Parmi ces variables, voyons lesquelles ont un impact important sur notre décision. Le modèle de base nous permet, sans difficulté, de répondre à cette question. Il nous suffit de l'utiliser, de façon systématique, pour faire des analyses de sensibilité sur chacune de ces variables. Le management doit tout d'abord se prononcer sur les valeurs extrêmes que peut prendre chacune d'entre elles. De telles estimations sont faites au tableau 6.

En changeant une à la fois chacune de ces variables on obtient les résultats du tableau 7.

TABLEAU 6
VALEURS EXTRÊMES DES VARIABLES D'ENVIRONNEMENT

Projet	A			B		
	Pessimiste	Probable	Optimiste	Pessimiste	Probable	Optimiste
Valeur						
Capacité (en tonnes)		1 000 000			1 200 000	
Équipement : prix d'achat		90 000 000 \$			125 000 000 \$	
prix de vente à la fin	1 000 000 \$	2 000 000 \$	3 000 000 \$	2 000 000 \$	3 000 000 \$	4 000 000 \$
Fonds de roulement (en % des ventes)	18 %	15 %	14 %	18 %	15 %	14 %
Demande initiale (en tonnes)	850 000	900 000	1 100 000	850 000	900 000	1 100 000
Taux de croissance de la demande	4 %	5 %	10 %	4 %	5 %	10 %
Prix (à la tonne)	90 \$	100 \$	140 \$	90 \$	100 \$	140 \$
Durée de vie (années)	5	9	10	5	9	10
Frais variables (en % des ventes)		60 %			50 %	
Frais fixes		20 000 000 \$			28 000 000 \$	
Taux d'impôt		30 %			30 %	
Taux d'allocation du coût en capital		30 %			30 %	
Taux d'actualisation		10 %			10 %	

TABLEAU 7
ANALYSES DE SENSIBILITÉ SUR LES VARIABLES D'ENVIRONNEMENT

Résultats	VAN pour les valeurs pessimistes et optimistes des variables d'entrée des deux projets					
Projet	A			B		
Valeur	Pessimiste	Probable	Optimiste	Pessimiste	Probable	Optimiste
Équipement : prix de revente à la fin	151 287 \$	479 963 \$	808 639 \$	147 548 \$	476 224 \$	804 899 \$
Fonds de roulement	-1 230 823 \$	479 963 \$	1 050 225 \$	-1 409 034 \$	476 224 \$	1 104 643 \$
Demande initiale	-2 311 024 \$	479 963 \$	1 974 694 \$	-8 043 749 \$	476 224 \$	20 098 054 \$
Taux de croissance de la demande	-148 810 \$	479 963 \$	1 733 785 \$	-4 543 818 \$	476 224 \$	11 947 058 \$
Prix	-14 631 977 \$	479 963 \$	60 927 723 \$	-20 575 824 \$	476 224 \$	84 684 413 \$
Durée de vie	-23 817 923 \$	479 963 \$	5 239 495 \$	-39 611 844 \$	476 224 \$	8 328 777 \$
Résultats	VAN pour les deux scénarios extrêmes des deux projets					
Projet	A			B		
Valeur	Pessimiste	Probable	Optimiste	Pessimiste	Probable	Optimiste
	-38 799 241 \$	479 963 \$	73 025 673 \$	-63 829 786 \$	476 224 \$	129 456 784 \$

Quelle décision prendriez-vous à partir de ces résultats? Vous seriez certainement confortée dans votre décision d'entreprendre le projet A. Celui-ci rapporte autant que le projet B, et il présente moins de risque. Il est beaucoup moins sensible à la demande initiale et à sa croissance ultérieure. Même pour les variables très critiques, que sont le prix et la durée de vie, il provoque des pertes maximales moindres que le projet B. Si on combine chacune des valeurs pessimistes, on obtient un scénario catastrophe, qui entraîne une perte presque deux fois plus grande pour B que pour A. Mais peut-être devriez-vous voir le côté positif des choses, plutôt que de toujours penser aux pires catastrophes. Le projet B peut alors présenter des aspects irrésistibles. Tout particulièrement si le prix est élevé ou la demande initiale forte. Et dans le scénario de rêve, où toutes les variables prennent leur valeur optimiste, le projet B a une valeur actuelle nette qui permet de doubler la mise initiale! Il est vrai que vous avez sans doute plus de chances de gagner le gros lot à la loterie (avec une mise de fonds beaucoup moindre, ...) que de voir se réaliser ce scénario!

Plusieurs conclusions ressortent :

- Pour prendre une décision il faut tenir compte de l'attitude des décideurs face au risque : sont-ils prêts à encourir des pertes? Préfèrent-ils les projets offrant des possibilités de forts gains?
- L'analyse de sensibilité ne fournit qu'une vision très partielle de la situation : les deux scénarios extrêmes, que nous avons examinés, n'ont que très peu de chances de se réaliser; des quantités innombrables d'autres scénarios sont envisageables.
- Néanmoins, nous avons pu nous rendre compte de l'importance relative de chaque variable incertaine; nous constatons par exemple que le prix de revente de l'équipement en fin de projet n'a pratiquement aucun impact sur la décision. Le taux de croissance de la demande a peu d'impact sur le projet A, mais beaucoup sur le projet B. La variable la plus critique pour les deux projets est la durée de vie, suivie de près par le prix.

Mais le problème majeur de ces analyses de sensibilité c'est que, même si de nombreux scénarios peuvent ainsi être étudiés, nous n'avons aucune idée de l'importance relative qu'il faudrait accorder à chacun. D'où la nécessité de donner à chaque valeur des variables incertaines une probabilité de réalisation. Comment faire cela? C'est ce que nous allons maintenant examiner.

6. Établissement des distributions de probabilité

Pour établir la distribution de probabilité d'une variable incertaine, on peut faire appel à une ou plusieurs des trois catégories de méthodes suivantes :

- faire l'analyse statistique de données historiques
- utiliser des méthodes de prévision
- se fier au jugement d'experts

Lorsque des données historiques sont disponibles, il est précieux d'étudier leur variabilité. On peut simplement établir un histogramme des valeurs disponibles et se servir de cet histogramme comme distribution des probabilités futures de cette variable. Pour Polymines inc., des données sont certainement disponibles sur le prix des minéraux. L'examen de la volatilité historique de ces prix peut donner une bonne idée de la volatilité future. Cette première mesure gagnera cependant à être raffinée, grâce à des méthodes de prévision ou à l'avis d'experts. D'autres variables peuvent aussi s'appuyer sur des données historiques. C'est généralement le cas des coûts, que l'on peut d'ailleurs ainsi séparer entre frais fixes et frais variables.

Certaines variables peuvent aussi être estimées grâce à des méthodes de prévision, par exemple des modèles de régression. L'erreur résiduelle d'un modèle de régression linéaire suit, par hypothèse, une loi normale de moyenne nulle. La régression permet d'en estimer l'écart type. Dans notre cas la demande de minéral pourrait être estimée de cette manière. Elle pourrait l'être aussi par une étude de marché ou simplement par une enquête auprès de nos clients actuels.

Enfin, certaines variables, plus difficiles à prévoir, doivent être estimées par des experts. C'est sans doute le cas ici de la durée de vie, qui dépend de plusieurs facteurs : l'entrée possible de produits substitués sur le marché, l'innovation technologique dans les utilisations de notre produit et aussi l'importance des réserves prouvées, probables et possibles.

Dans notre modèle nous utilisons les distributions de probabilité du tableau 8.

TABLEAU 8
DISTRIBUTIONS DE PROBABILITÉS DES VARIABLES
D'ENVIRONNEMENT

Prix :	loi triangulaire de minimum 90 \$, de mode 100 \$ et de maximum 140 \$
Demande initiale :	loi triangulaire de minimum 850 000 tonnes, de mode 900 000 tonnes et de maximum 1 100 000 tonnes
Croissance annuelle :	loi triangulaire de minimum 4 %, de mode 5 % et de maximum 10 %
Durée de vie :	loi triangulaire de minimum 5 ans, de mode 9 ans et de maximum 10 ans
Prix de revente (A) :	loi triangulaire de minimum 1 000 000 \$, de mode 2 000 000 \$ et de maximum 3 000 000 \$
Prix de revente (B) :	loi triangulaire de minimum 2 000 000 \$, de mode 3 000 000 \$ et de maximum 4 000 000 \$
Fonds de roulement :	loi triangulaire de minimum 14 %, de mode 15 % et de maximum 18 %

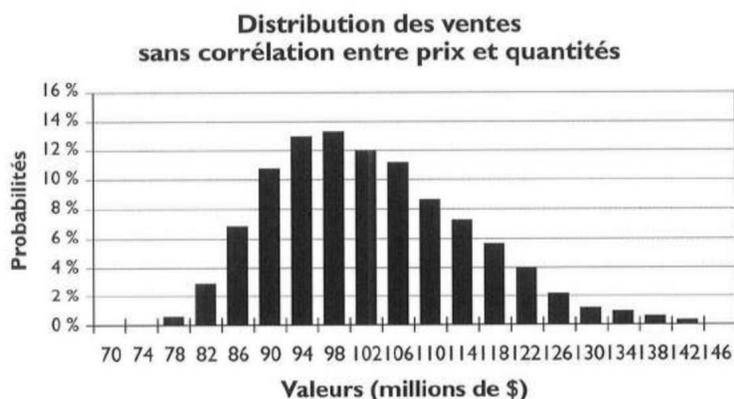
Il s'agit là d'une probabilisation sommaire, basée sur l'estimation faite au tableau 6 pour l'analyse de sensibilité. Toutes les variables sont représentées par des distributions de probabilités triangulaires, dont les valeurs extrêmes sont celles du tableau 6, et dont le mode correspond à la valeur dite « probable » du tableau 6 et aux estimations financières du tableau 3. Cette façon simple de probabiliser les variables ne demande pas plus de temps que les estimations faites pour l'analyse de sensibilité. Elle donne cependant des résultats tout à fait satisfaisants, en attribuant une probabilité de réalisation à chaque scénario. Et les résultats ne sont pas très sensibles à la forme des distributions de probabilité¹¹. Ils le sont beaucoup plus aux valeurs extrêmes des variables, mais la difficulté d'estimation de ces valeurs est exactement la même que pour l'analyse de sensibilité.

7. Établissement des coefficients de corrélation

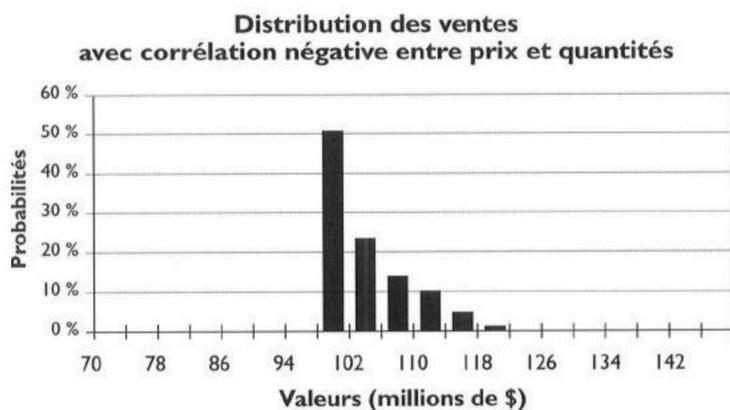
Les analystes et les décideurs ont souvent tendance, en première approximation, à négliger les relations de dépendance entre variables aléatoires. C'est une faiblesse couramment rencontrée dans les analyses de risque. Pourtant de telles relations existent et peuvent avoir un impact considérable sur les résultats. Donnons un exemple simple. Dans notre modèle de base, les ventes sont le produit d'un prix et d'une

quantité. Or la quantité n'est pas indépendante du prix : plus le prix est élevé, plus la demande globale pour le produit est faible et plus la quantité vendue est faible. Lorsqu'on tient compte de cette relation, la variabilité des ventes s'en trouve diminuée. C'est ce qu'illustre dramatiquement la figure 2.

**FIGURE 2
COMPARAISON DES PROBABILITÉS DE VENTE
AVEC ET SANS CORRÉLATION**



Minimum	78	Moyenne	104
Maximum	149	Écart type	12



Minimum	99	Moyenne	104
Maximum	119	Écart type	5

Le premier histogramme représente la distribution des ventes du nouveau produit lorsqu'il n'y a aucune corrélation entre le prix et les quantités. Le deuxième histogramme représente la distribution des ventes lorsque cette corrélation est de -1 (la valeur la plus négative que puisse prendre un coefficient de corrélation). Vous pouvez constater combien les deux distributions sont différentes! Notez que les moyennes obtenues sont les mêmes. Mais l'écart type a été divisé par un facteur de 2,4 par la présence de cette corrélation négative!

Ignorer des corrélations négatives entre les variables de même signe a pour effet de surestimer la variabilité des résultats, donc le risque du projet étudié. Ignorer des corrélations positives a l'effet inverse.

Ici Polymines inc. ne peut donc pas se permettre d'ignorer les corrélations éventuelles entre variables. Comme pour l'estimation des distributions de probabilité, il est rassurant de se reposer sur des données historiques, quand on en a. Mais l'avis d'experts doit souvent être utilisé aussi. Dans notre cas, c'est la corrélation possible entre prix et quantités qui doit être surveillée. Il existe certainement des données sur les prix et sur la demande globale. On peut dès lors calculer le coefficient de corrélation entre ces deux grandeurs. C'est là une bonne estimation pour la demande initiale, et donc pour les ventes de la première période. Le même processus peut être répété pour les années ultérieures.

Notez que la corrélation, dont nous venons de parler, relie deux variables à un moment donné. Il existe un autre type de corrélation, qui concerne les valeurs successives d'une même variable à travers le temps. Pour Polymines inc. on peut penser que la demande de l'année prochaine est partiellement reliée à la demande de cette année. Ou encore que le taux de croissance de la demande actuelle dépend en partie du taux de croissance passée. On dit de cette variable qu'elle est autocorrélée.

Les coefficients de corrélation que nous devons estimer, sont des nombres compris entre -1 et $+1$. Un coefficient positif est attribué, si les deux grandeurs qu'il relie varient généralement dans le même sens, et négatif si elles varient généralement en sens inverse. Plus il est proche de $+1$ et plus les deux grandeurs varient de la même façon.

Pour le projet de Polymines inc., le management a estimé que, en effet, demande et prix sont négativement corrélés, mais il n'est pas du tout sûr de son estimation. Aussi, dans un premier temps, il préfère que l'analyse soit faite sans corrélation entre prix et demande, de façon à ne pas sous-estimer le risque des projets. Il pense aussi

que le taux de croissance de la demande est très fortement corrélé d'une année à l'autre, avec un coefficient de +1. Notez que ces estimations sont subjectives. Nous verrons, au moment d'analyser les résultats, comment les valeurs de ces coefficients peuvent affecter notre décision. Rassurez-vous : en général, il n'est pas nécessaire d'estimer ces coefficients de façon précise. Et, au besoin, une analyse de sensibilité sur leurs valeurs est toujours possible.

Références

- Bawa V.S., (1975) « Optimal Rules for Ordering Uncertain Projects », *Journal of Financial Economics*, 95-121.
- Bodily S.E. (1986) « Spreadsheet Modeling as a Stepping Stone », *Interfaces, The Institute of Management Science*, Vol. 16, no 5, 34-52.
- Clark J., (1999) « Simulation : a Tool for Common Use », *Financial Engineering News*.
- Clement R.T. (1996), *Making Hard Decisions: an Introduction to Decision Analysis*, Duxbury Press, 2^e édition.
- Dowd K.(1998), *Beyond Value at Risk: the new science of risk management*, Wiley.
- Esch L., Kieffer R., Lopez T. (1997), *Value at Risk: vers un Risk Management moderne*, De Boeck Université.
- Farragher E.J., Kleiman R.T., Sahu A.P.(1999) « Current Capital Investment Practices », *The Engineering Economist*, Vol. 44, no 2.
- Frénois J.-P., Minville P.(1992) *La conception d'un SIAD-expert pour analyser le risque de projets d'exploration pétrolière*, École des Hautes Études Commerciales, Monographie du CÉTAI no 92-05.
- Hertz D.B.(1964) « Risk Analysis in Capital Investment », *Harvard Business Review*, 3-14.
- Hertz D.B., Thomas H.(1983) *Risk Analysis and its Applications*, Wiley.
- Hertz D.B., Thomas H.(1984) *Practical Risk Analysis: an Approach Through Case Histories*, Wiley.
- Kim S.-H., Elsaïd H.H., Kim D.H.(1999) « Derivation of an Intertemporal Correlation Coefficient Model Based on Cash Flow Components And Probabilistic Evaluation of a Project's NPV », *The Engineering Economist*, Vol. 44, no 3, 276-294.
- Myers S.C., (1976) « Postscript : Using Simulation for Risk Analysis » dans S.C. Myers éditeur, *Modern Developments in Financial Management*, Praeger Publishers 457-463.
- Spraguc R.H., Watson H.J.(1996) *Decision Support for Management*, Prentice Hall.

Notes

1. Voir une définition de la méthode de Monte Carlo au tableau 2.
2. Voir en particulier Hertz et Thomas, 1983, 1984.
3. On peut par exemple consulter les sites Internet www.palisade.com (logiciel @Risk) et www.decisioneering.com (logiciel Crystal Ball).
4. Voir Bodily, 1986, pour une formalisation prémonitoire de ces possibilités. Les logiciels @Risk et Crystal Ball sont de simples ajouts au tableur Excel et sont d'utilisation facile pour les habitués de Excel.
5. Voir Clark, 1999.
6. Ou VaR. Voir par exemple Esch, Kieffer et Lopez, 1997 ou Dowd, 1998.
7. Voir Clark, 1999.
8. Voir Farragher, Kiciman et Sahu, 1999.
9. C'est l'approche évolutive propre à la conception de tous les systèmes d'aide à la décision. Voir par exemple Sprague et Watson, 1996.
10. Une analyse de régression fournira par exemple la distribution de l'erreur résiduelle.
11. Surtout les résultats moyens. Certaines mesures de risque peuvent être plus sensibles à la forme des distributions, la VaR par exemple (voir une définition de la VaR au tableau 2).
12. Les termes en italiques, caractéristiques de l'analyse de risque, sont définis au tableau 2.
13. On estime en effet de façon traditionnelle les flux monétaires à partir d'états financiers pro forma, donc à partir des produits, des charges, des amortissements et des variations de fonds de roulement. Il serait bien sûr possible de le faire directement à partir des recettes et des débours.
14. Le taux d'actualisation utilisé est de 10 %. C'est une première approximation, que l'analyse de risque permettra de raffiner au besoin. Voir le tableau 14 pour un exposé du problème que pose l'estimation simultanée de la VAN et du taux d'actualisation.
15. L'utilisation de la VaR pour des sociétés non financières est maintenant préconisée aux États-Unis par le FASB 133. L'horizon sur lequel elle est calculée est sensiblement plus long que pour les institutions financières, typiquement une année fiscale plutôt que 10 jours. Notez cependant que son utilisation pour un projet d'investissement n'est pas classique et que, dans ce cas, l'horizon de calcul doit coïncider avec celui du projet.
16. Au Canada, l'allocation du coût en capital est calculée selon un taux constant sur le solde dégressif de la catégorie fiscale du bien amorti. Les économies d'impôt correspondantes suivent une progression géométrique de raison négative, et leur valeur actualisée peut être calculée en utilisant la formule classique :
$$VAEIACC = \frac{C \times d \times T \times (1 + 0,5r)}{(r + d) \times (1 + r)}$$
où C est le montant de l'investissement, d le taux d'amortissement, T le taux d'impôt et r le taux d'actualisation.
17. Les variations de fonds de roulement sont associées aux variations de ventes. On remarquera que, lorsque les ventes n'augmentent plus (ici, parce que la capacité de production est atteinte et que les prix n'augmentent pas), les variations de fonds de roulement sont nulles. C'est le cas, pour le projet A, aux années 3 à 8 et, pour le projet B, aux années 6 à 8.

18. Un flux monétaire négatif devrait par contre, s'il est risqué, être actualisé à un taux plus bas qu'un flux non risqué. Imaginez, par exemple, qu'on doive faire un investissement supplémentaire de 1 million à l'année 5. Si on n'est pas sûr du montant exact qu'il faudra investir, le projet devra être pénalisé. Il faudra donc actualiser cette sortie de fonds risquée à un taux plus bas qu'on ne l'aurait fait si le montant avait été certain. Notez que, dans notre exemple, il n'y a pas de flux négatifs, sauf à l'instant initial pour lequel aucune actualisation n'est nécessaire. Il est donc possible, et souhaitable dans certains cas, d'utiliser plusieurs taux d'actualisation.

19. Tout au plus peut-on tenter un classement des projets par catégorie de risque. C'est ce que recommande Myers, 1976, sans toutefois donner de méthode pour établir ce classement. Il faut ensuite adopter un taux d'actualisation pour cette catégorie de projets, puis calculer la VAN de l'espérance mathématique des flux monétaires.

20. Qui coïncident avec les VAN des espérances mathématiques de flux monétaires.

21. En tenant compte de la dispersion et de l'asymétrie. Le lecteur intéressé peut consulter Frénois, Minville, 1992, pour une méthode d'estimation directe de ce taux d'actualisation.

22. Avoir une idée des primes de risque accordées par les marchés financiers à des projets de risque semblable est évidemment précieux; encore est-il que la comparaison entre projets doit être faite solidement, pour que leur classement soit fiable.