

## Infrastructures publiques et politiques de développement décentralisées

Charles Figuières, Philippe Gardères et Frédéric Rychen

Volume 78, numéro 4, décembre 2002

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/007264ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/007264ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Figuières, C., Gardères, P. & Rychen, F. (2002). Infrastructures publiques et politiques de développement décentralisées. *L'Actualité économique*, 78(4), 539–570. <https://doi.org/10.7202/007264ar>

Résumé de l'article

Cet article apporte une contribution théorique au débat sur le sous-investissement en capitaux publics. Il utilise pour cela un jeu différentiel d'accumulation de capitaux entre deux collectivités. Dans ce jeu l'équilibre de Nash en boucle ouverte et la solution centralisée du jeu convergent à long terme vers un régime stationnaire. Dans le long terme nous étudions la nature de l'inefficacité de l'équilibre de Nash en prenant comme référence la solution centralisée utilitariste. Lorsque les stocks d'infrastructures sont des compléments stratégiques, les collectivités surinvestissent (sous-investissent) en présence d'externalités négatives (positives). Lorsque les stocks d'infrastructures sont des substituts stratégiques, les mêmes résultats restent vrais si les collectivités sont similaires. En revanche, nous montrons dans un exemple que lorsque les collectivités ont des structures de coûts assez différentes, la collectivité qui a le coût le plus faible sous-investit tandis que la collectivité qui a le coût le plus fort surinvestit. Nous discutons ensuite brièvement les implications de ces résultats en termes de politiques économiques.

## INFRASTRUCTURES PUBLIQUES ET POLITIQUES DE DÉVELOPPEMENT DÉCENTRALISÉES\*

Charles FIGUIÈRES  
*Department of Economics*  
*University of Bristol*  
et LAMETA

Philippe GARDÈRES  
Frédéric RYCHEN  
*Greqam*

RÉSUMÉ – Cet article apporte une contribution théorique au débat sur le sous-investissement en capitaux publics. Il utilise pour cela un jeu différentiel d'accumulation de capitaux entre deux collectivités. Dans ce jeu l'équilibre de Nash en boucle ouverte et la solution centralisée du jeu convergent à long terme vers un régime stationnaire. Dans le long terme nous étudions la nature de l'inefficacité de l'équilibre de Nash en prenant comme référence la solution centralisée utilitariste. Lorsque les stocks d'infrastructures sont des compléments stratégiques, les collectivités surinvestissent (sous-investissent) en présence d'externalités négatives (positives). Lorsque les stocks d'infrastructures sont des substituts stratégiques, les mêmes résultats restent vrais si les collectivités sont similaires. En revanche, nous montrons dans un exemple que lorsque les collectivités ont des structures de coûts assez différentes, la collectivité qui a le coût le plus faible sous-investit tandis que la collectivité qui a le coût le plus fort surinvestit. Nous discutons ensuite brièvement les implications de ces résultats en termes de politiques économiques.

ABSTRACT – This article provides a theoretical contribution on the issue of under-investment of public capitals. In a differential game of accumulation of capital between two jurisdictions, the open loop Nash equilibrium and the centralized solution converge towards their respective steady states. In the long run we characterize the inefficiency of the Nash equilibrium using as a benchmark case the utilitarian centralized outcome. When the stocks of infrastructures are strategic complements, the jurisdictions under-invest (over-invest) in situations with negative (positive) externalities. When the stocks are strategic substitutes the same results hold for similar jurisdictions. On the contrary when the cost structures of the jurisdictions are different enough, it is shown within an example that the low-cost jurisdiction under-invests whereas the high-cost jurisdiction over-invests. We then broach briefly the economic policy implications of these results.

---

\* Les auteurs remercient Louis-André Gérard-Varet, Alessandra Casella, Claude Fluet ainsi que deux rapporteurs anonymes pour leurs commentaires très instructifs et constructifs sur une version précédente de cet article.

## INTRODUCTION

Les infrastructures publiques d'une région sont-elles suffisamment développées? À l'évidence elles jouent un rôle moteur dans la vie économique et sociale et on comprend que beaucoup d'économistes et de décideurs publics y consacrent une attention particulière, offrant ainsi une diversité d'éclairages sur ce problème. L'originalité de cet article est d'étudier la question selon l'optique des jeux dynamiques et d'ancrer la réponse sur des considérations d'efficacité. Le terme infrastructures publiques désigne un large ensemble d'équipements comme par exemple les routes, les systèmes de distribution et de traitement des eaux, les systèmes d'irrigation, les aéroports, les transports publics, les écoles, les hôpitaux publics, *etc.* On peut les définir par la fonction qu'elles jouent dans l'économie; Hansen (1965) étudie ainsi les infrastructures qui offrent un support direct aux activités productives ou à la circulation des biens, ou encore celles qui permettent de développer le capital humain. Elles ont pour propriétés communes : i) de servir de base nécessaire à toute vie économique, ii) de générer des externalités, ce qui implique que leurs effets sociaux dépassent l'évaluation privée que les agents en font. Gardons à l'esprit cette seconde propriété sur laquelle nous reviendrons.

La question de savoir quel doit être le niveau d'investissement en capitaux publics n'est pas nouvelle (Arrow et Kurz, 1970), mais le débat a été relancé par une série de travaux empiriques consécutifs aux contributions d'Aschauer (1989a, 1989b, 1989c). Aschauer montre que les infrastructures ont un impact positif sur l'activité et soutient que la réduction des investissements publics aux États-Unis au début des décennies soixante-dix et quatre-vingt explique le ralentissement de la productivité américaine sur cette même période<sup>1</sup>.

Les articles qui ont alimenté ce débat peuvent être regroupés, de façon un peu artificielle, en deux générations. La première génération rassemble des travaux qui proposent des analyses économétriques de la relation entre les infrastructures et la production. Il est clair cependant que montrer l'existence d'un tel lien ne suffit pas pour en déduire un problème de sous-équipement comme le fait rapidement Aschauer (Tatom, 1991). De plus, pour reprendre Gramlich (1994), la question importante au fond n'est pas celle de la pénurie, puisqu'un excès serait tout aussi indésirable; il s'agit plutôt de savoir si les décisions ont été les bonnes.

Les travaux de la seconde génération s'efforcent de vérifier si les politiques observées correspondent à des comportements optimisateurs. Ils mobilisent pour cela une gamme de techniques qui va de l'analyse coûts-bénéfices (U.S. Congres-

---

1. Avec des données annuelles sur les États-Unis allant de 1949 à 1985, Aschauer trouve une élasticité du produit agrégé par rapport au capital public de 0,39, supérieure à l'élasticité du produit agrégé par rapport au stock de capital privé. L'ampleur suspecte de cette élasticité a focalisé de nombreuses critiques qui ont mis l'accent notamment sur des problèmes de causalité, d'endogénéité du capital public, de non-stationnarité des séries temporelles et sur le rôle joué par les variables manquantes. Munnell (1992), Gramlich (1994), Glomm et Ravikumar (1997), et Rychen (1998) offrent un tour d'horizon de ces contributions. On retiendra qu'il existe aujourd'hui beaucoup de travaux empiriques qui varient tant par les pays et les périodes étudiés que par les méthodes économétriques mobilisées, et qui soutiennent la thèse que le capital public a des effets non négligeables sur la productivité.

sional Budget Office, 1983 et 1988; Gramlich, 1994) à des méthodes plus complexes, par exemple en calculant les prix implicites des facteurs quasi fixes de façon à détecter d'éventuelles déviations par rapport à l'équilibre de long terme où les coûts sont minimisés (Berndt et Hansson, 1992; Shah, 1992; Morrison et Schwartz 1994, 1996a et 1996b). Parce que les infrastructures sont des biens durables dont les effets s'inscrivent dans le temps, les comportements optimisateurs sont parfois définis aussi comme ceux qui permettent une croissance optimale (Taylor, 1991; Holtz-Eakin et Schwartz, 1995; Button, 1998; Glomm et Ravikumar, 1994 et 1997; Aschauer, 2000).

Ce critère d'optimisation est recevable mais compte tenu de la nature « bien public » des infrastructures et dans la mesure où de nombreuses décisions d'investissements publics sont décentralisées, un autre critère, celui de l'efficacité, ne peut être négligé<sup>2</sup>. La question deviendrait alors : quand bien même les comportements seraient optimisateurs, seraient-ils pour autant efficaces? On peut craindre que des régions qui ignorent les effets externes de leurs choix ne réalisent pas l'efficacité paretienne.

Empiriquement l'existence de ces effets externes semble être assurée (Munnell, 1992; Holtz-Eakin, 1995; Crippled et Pangabeau, 1996; Holtz-Eakin et Schwartz, 1995; Kelejian et Robinson, 1997). Si les interactions entre collectivités sont bien de nature stratégique quel doit-être dès lors le niveau efficace d'investissement en infrastructures? Par rapport à ce niveau les stratégies d'investissement décentralisées débouchent-elles nécessairement sur un problème de sous-investissement? De surinvestissement?

Curieusement, il existe peu d'études théoriques sur ce sujet<sup>3</sup>. Hulten et Schwab (1997) font ici figure d'exception en appliquant au contexte des infrastructures publiques les enseignements du fédéralisme fiscal. Leur perspective paraîtra néanmoins incomplète dans la mesure où elle néglige une spécificité importante du problème : les infrastructures sont des capitaux, en tant que tel leurs effets s'étalent dans le temps et, partant, impliquent des arbitrages entre des alternatives présentes et futures. Comment cette dimension importante des choix va-t-elle jouer dans la définition de l'optimum social et dans l'inefficacité des décisions décentralisées? L'analyse statique de Hulten et Schwab (1997) ne peut répondre à cette question. Par ailleurs on regrettera l'absence d'une discussion sur les conséquences de l'hétérogénéité des collectivités. Lorsque l'on se donne un critère d'efficacité, on accepte aussi implicitement une certaine allocation des gains à la

---

2. Les deux critères ne s'excluent pas mutuellement.

3. L'abondante littérature sur la concurrence fiscale étudie les interactions entre juridictions via leurs décisions en matière de taux de taxe et non en matière de dépenses publiques. Se concentrer sur ce type de décisions est particulièrement adapté pour décrire les arbitrages de régions conscientes des phénomènes de mobilité induite par des différentiels de taxes (Zodrow et Mieszkowski, 1986). On sait que les incitants à taxer ne jouent pas de la même façon que les incitants à dépenser (Wildasin, 1988 et 1991), mais rien n'indique *a priori* quelle est la variable de décision pertinente et il est donc primordial de comprendre aussi les mécanismes de la concurrence en dépenses.

coopération. Selon l'étendue des disparités entre les régions l'application d'un critère n'aura pas les mêmes effets sur les satisfactions locales et on est conduit inévitablement à s'interroger sur l'acceptabilité des politiques efficaces.

Le but de cet article est d'étudier les interactions intertemporelles entre deux régions hétérogènes qui se livrent à une concurrence en infrastructures publiques et de caractériser les inefficacités dynamiques qui en résultent. En plus des clarifications qu'elle apporte à propos du débat sur le sur ou le sous-investissement, une telle caractérisation est utile car elle sous-tend les politiques économiques à mettre en oeuvre pour éviter les gaspillages.

L'article est organisé de la façon suivante. La première section rappelle les enseignements théoriques directement en rapport avec notre travail de façon à mieux préciser sa contribution. Les deuxième et troisième sections présentent et étudient un jeu dynamique d'accumulation entre deux collectivités; pour ce jeu, il existe un unique équilibre de Nash qui conduit chaque collectivité vers un état stationnaire et nous montrons que l'optimum centralisé est aussi convergent. La quatrième section compare les états stationnaires des deux scénarii et caractérise ainsi l'inefficacité des choix décentralisés. En anticipant sur les résultats, lorsque par exemple les infrastructures sont des compléments stratégiques, les collectivités sous-investissent (respectivement surinvestissent) en présence d'externalités positives (respectivement négatives); ce résultat théorique attendu montre déjà qu'un problème de sous-équipement ne peut caractériser en toute généralité les infrastructures publiques. Il est plus surprenant de constater que lorsque les infrastructures sont des substituts stratégiques et lorsque les collectivités sont hétérogènes, une d'entre elle peut surinvestir et l'autre sous-investir, quel que soit le signe des externalités. Dans tous les cas, la préférence pour le présent et le taux de dépréciation physique des capitaux ont un rôle à jouer et interviennent dans la définition d'une mesure corrective. La cinquième section évoque rapidement une implication possible de ces résultats en matière de politiques économiques. L'avant-dernière section illustre les résultats au moyen de quelques exemples et enfin la dernière section résume l'article et suggère quelques extensions directes.

## 1. LITTÉRATURE VOISINE ET CONTRIBUTION DE L'ARTICLE

L'article s'insère dans une littérature qui traite des aspects intertemporels des investissements en infrastructures (Taylor, 1991 et 1992) dont les caractéristiques sont en partie héritées des modèles d'accumulation stratégique du capital (Fershtman et Muller, 1984).

Dans ses deux articles Taylor distingue les situations où les infrastructures sont construites pour accompagner la croissance (Taylor, 1991), des situations où elles sont installées pour attirer les ressources mobiles et donc initier la croissance (Taylor, 1992).

Taylor (1991) propose une étude explicitement intertemporelle des situations où l'investissement public fait suite à l'investissement privé. Toute décision

d'investissement public modifie l'évolution naturelle du stock d'infrastructure qui se déprécie à taux constant. Le décideur public met en balance les coûts associés à la séquence des investissements avec le rendement généré par le capital sur tout l'horizon. Il s'agit d'un modèle de croissance optimale dans lequel la préférence pour le présent et la dépréciation jouent leur rôle habituel : si la préférence pour le présent augmente, l'état stationnaire est réduit; une augmentation du taux de dépréciation produit le même effet. Dans ce modèle il n'y a pas d'interactions stratégiques.

Taylor (1992) propose une seconde étude intertemporelle où cette fois l'investissement public précède l'investissement privé. Il modélise des juridictions qui se font concurrence pour attirer une industrie en construisant des infrastructures plus rapidement que leur voisines. De tels comportement d'attraction produisent du gaspillage et plaident en faveur d'une intervention fédérale. Il s'agit d'un cas typique d'externalités négatives : les infrastructures d'une juridiction réduisent l'attractivité des autres régions. Le modèle ne dit rien sur les autres situations possibles, lorsque par exemple les infrastructures génèrent des externalités positives (on songera par exemple aux équipements destinés à lutter contre la pollution).

L'article de Fershtman et Muller (1984) ne porte pas sur les infrastructures publiques mais sur les interactions entre les firmes d'un duopole au cours du temps. Au niveau formel on y trouve cependant l'analyse d'un modèle d'accumulation de capital qui, *modulo* une réinterprétation des variables, peut décrire également les décisions décentralisées d'investissement en infrastructures. L'article se limite aux situations d'externalités négatives (notre objectif est d'aborder aussi les cas d'externalités positives) et ne caractérise pas l'inefficacité des opérations d'investissements non coopératives.

Notre article étend le modèle de Taylor (1991) à deux juridictions et prend donc en compte à la fois les interactions stratégiques entre les régions et la dimension intertemporelle de ces interactions. Ce modèle étendu est isomorphe à celui de Fershtman et Muller (1984). Le moindre avantage de cette démarche est de permettre d'appréhender des questions de stabilité : on présente parfois les modèles statiques comme bien adaptés pour décrire un environnement stable; ils seraient la forme réduite ou, plus précisément, la version stationnaire de modèles dynamiques plus réalistes mais plus compliqués. Pour que la démarche qui consiste à porter l'attention sur les seuls modèles statiques soit correcte, les modèles dynamiques sous-jacents doivent converger. Un avantage de notre modèle est donc d'identifier les conditions sur les fondamentaux qui garantissent cette convergence.

Mais outre cet aspect technique, l'approche permet : i) de donner un sens précis au débat sur le sous-investissement en capitaux publics, en définissant le niveau idéal de capitaux publics comme celui qui satisfait les conditions Bowen-Lindhal-Samuelson pour une fourniture efficace en biens publics. On observera que dans ce modèle le niveau idéal rend compte à la fois de l'idée de développement et de la nature « bien public » des infrastructures; ii) de préciser le rôle joué par la

préférence pour le présent et la dépréciation physique des infrastructures dans la caractérisation des situations de sur ou de sous-investissement; iii) d'attirer l'attention sur les conséquences de l'hétérogénéité des districts dans cette caractérisation; iv) de jeter les bases pour une étude ultérieure des instruments correctifs à mettre en oeuvre pour décentraliser l'optimum. Il ne s'agit pas ici d'inventer de nouveaux instruments, mais plutôt d'adapter des remèdes existants à la spécificité intertemporelle du problème de façon à les rendre plus efficaces. Nous faisons un premier pas dans cette direction avec l'étude des taxes pigouviennes en section 6; v) d'ouvrir la porte à de nouveaux test économétriques.

## 2. LE MODÈLE GÉNÉRAL

Deux collectivités investissent au cours du temps pour modifier leur capital en infrastructures. Le temps est continu et à chaque date  $t$  les niveaux agrégés d'infrastructures des collectivités 1 et 2 sont notés respectivement  $Z(t)$  et  $\bar{Z}(t)$ . De façon à alléger les écritures nous omettrons par la suite la référence au temps dès lors qu'aucune confusion n'est possible. Une paire d'infrastructures procure un bénéfice économique  $P(Z, \bar{Z})$  à la première collectivité et  $\bar{P}(Z, \bar{Z})$  à la seconde. On remarquera que chaque collectivité subit un effet externe dû au stock de capital rival. Ces fonctions de produit brut peuvent exprimer le PIB d'une région ou représenter la forme réduite d'un modèle structurel avec facteurs de production mobiles, l'externalité résultant alors des mécanismes migratoires induits par les différences d'offres en infrastructures. On peut aussi songer à des modèles où ces fonctions mesurent le bien-être de l'individu représentatif ou de l'électeur médian de chaque collectivité<sup>4</sup>.

Ces fonctions sont supposées deux fois continûment différentiables et fortement strictement concaves (les matrices hessiennes  $D^2P(Z, \bar{Z})$  et  $D^2\bar{P}(Z, \bar{Z})$  sont définies négatives). Nous ferons aussi l'hypothèse de rendements internes bornés décroissants; en d'autres termes les fonctions  $P(\cdot, \bar{Z})$  et  $\bar{P}(Z, \cdot)$  sont croissantes, bornées et concaves par rapport au stock de la collectivité à laquelle elles sont associées.

Les interdépendances entre collectivités peuvent être regroupées en deux grandes catégories. Dans de nombreux cas, les bénéfices d'une infrastructure dépassent les limites territoriales de la collectivité qui la finance. C'est le cas des équipements destinés à la lutte contre la pollution de l'air. Formellement ces situations d'externalités positives se traduisent par des fonctions de produit brut aux dérivées partielles  $P_2(Z, \bar{Z})$  et  $\bar{P}_1(Z, \bar{Z})$  positives. Dans la seconde catégorie les infrastructures voisines provoquent des nuisances, dues par exemple à des phénomènes de congestion routière ou de concurrence pour l'attraction de ressources mobiles. Formellement, on traduira ces externalités négatives avec des fonctions aux dérivées partielles négatives :  $P_2(Z, \bar{Z}) < 0$  et  $\bar{P}_1(Z, \bar{Z}) < 0$ .

4. Des exemples sont donnés dans la section 6. Notons que cette dernière interprétation avec agents représentatifs soulève des difficultés portant notamment sur le critère d'efficacité à retenir lorsque les populations des deux communautés sont de tailles différentes.

Deux dernières précisions sur la nature des interactions vont se révéler utiles dans notre analyse. Le stock d'infrastructures rival peut aussi affecter de manière positive ou négative le rendement marginal du capital public d'une collectivité. Le premier cas,  $P_{12}(Z, \bar{Z}) > 0$  et  $\bar{P}_{21}(Z, \bar{Z}) > 0$ , définit des situations de complémentarité stratégique; et le second cas,  $P_{12}(Z, \bar{Z}) < 0$  et  $\bar{P}_{21}(Z, \bar{Z}) < 0$ , définit des situations de substituabilité stratégique<sup>5</sup>. Quel que soit leur signe ces dérivées secondes croisées sont supposées bornées.

Les stocks en infrastructures résultent de politiques d'investissement. Appelons  $Q(t)$  (respectivement  $\bar{Q}(t)$ ) l'investissement réalisé dans la première collectivité (respectivement la seconde) à chaque point du temps. La variation du stock d'infrastructures est égale à l'investissement net de la dépréciation, soit :

$$\dot{Z} = Q - bZ, \quad Z(0) = Z_0 \tag{1}$$

et  $\dot{\bar{Z}} = \bar{Q} - b\bar{Z}, \quad \bar{Z}(0) = \bar{Z}_0 \tag{2}$

où  $Z_0$  et  $\bar{Z}_0$  sont les stocks initiaux d'infrastructures et le paramètre  $b > 0$  représente le taux de dépréciation physique des capitaux. Les investissements prennent leur valeurs dans les intervalles  $[0, Q^{sup}]$  et  $[0, \bar{Q}^{sup}]$ . Les équipements publics sont *a priori* réversibles puisque les investissements peuvent prendre des valeurs insuffisantes pour compenser la dépréciation.

Investir engendre des coûts, notés  $C(Q)$  et  $\bar{C}(\bar{Q})$ , supposés croissants, convexes et deux fois continûment différentiables. On suppose que ces fonctions de coûts satisfont  $\lim_{Q \rightarrow Q^{sup}} C(Q) = \infty$ ,  $\lim_{\bar{Q} \rightarrow \bar{Q}^{sup}} \bar{C}(\bar{Q}) = \infty$ ,  $C'(0) = 0$  et  $\bar{C}'(0) = 0$ . Ces coûts sont exprimés dans les mêmes unités que les fonctions de produit bruts. En retranchant le coût au produit brut de chaque collectivité, on définit le produit net courant.

Les collectivités ont un horizon intertemporel infini. Si on note  $r > 0$  le taux commun de préférence pour le présent, les objectifs actualisés des collectivités s'écrivent :

$$V = \int_0^{+\infty} e^{-rt} [P(Z, \bar{Z}) - C(Q)] dt, \tag{3}$$

et  $\bar{V} = \int_0^{+\infty} e^{-rt} [\bar{P}(Z, \bar{Z}) - \bar{C}(\bar{Q})] dt \tag{4}$

Au niveau formel, le jeu différentiel ainsi décrit est très proche de celui utilisé par Fershtman et Muller (1984) pour l'étude dynamique d'un duopole, et où seules les situations d'externalités négatives étaient considérées.

---

5. Voir Bulow, Geanakoplos et Kemplerer (1985).



### 3. L'INEFFICACITÉ DES STRATÉGIES D'INVESTISSEMENT DÉCENTRALISÉES

#### 3.1 Comportements d'investissement décentralisés

Dans un scénario décentralisé, chaque collectivité choisit sa stratégie d'investissement de sorte à maximiser son objectif et en prenant comme donnée la stratégie rivale.

L'espace des stratégies dans un jeu différentiel est plus complexe que dans les jeux statiques puisqu'il est nécessaire de préciser quelle est l'information acquise et utilisée par les joueurs au cours du temps. Dans la littérature, on trouve surtout deux possibilités : la structure d'information en boucle ouverte ou bien celle avec rétroaction<sup>6</sup>. Comme l'ont souligné Reinganum et Stockey (1991), « ces deux cas correspondent à des hypothèses extrêmes sur la capacité des joueurs à s'engager sur leurs actions futures ». La première structure indique que la période d'engagement s'étend sur la totalité de la durée du jeu. *A contrario*, la seconde structure s'applique aux situations où aucun engagement n'est supposé possible. D'une certaine manière avec des stratégies en « boucle ouverte » le problème de décision de chaque joueur est statique puisque toutes les actions présentes et à venir sont décidées à la date initiale. De telles stratégies écartent la possibilité d'adapter les choix au gré des circonstances; néanmoins elles vont réaliser, du point de vue de chaque joueur, un arbitrage idéal entre bénéfices courants et bénéfices futurs, ainsi certains des aspects intertemporels du modèle ne disparaissent pas. Les stratégies rétroactives conduisent quant à elles à un concept de solution pleinement dynamique, où les actions optimales sont recalculées à chaque date, mais au prix de complications techniques considérables qui restreignent leur champ d'étude.

Nous supposons dans cet article que les collectivités adoptent des stratégies en boucle ouverte, conformément à l'idée que « certaines politiques publiques d'investissement sont des engagements pour le futur » (Arrow et Kurz, 1970). En effet, les projets publics font parfois partie d'un programme politique dont les modalités d'application sont précisées dès aujourd'hui. Une fois voté, le programme ne sera pas remis en cause<sup>7</sup>.

Nous dirons d'une paire de stratégies  $(Q(\cdot), \bar{Q}(\cdot))$ , et des trajectoires de stocks  $(Z(\cdot), \bar{Z}(\cdot))$  associées, qu'elles sont *admissibles* si elles sont telles que les intégrales qui donnent les paiements actualisés convergent. Un équilibre de Nash en boucle ouverte est une paire de fonctions du temps admissibles  $(Q^n(\cdot), \bar{Q}^n(\cdot))$  telle qu'aucune des collectivités ne peut obtenir un paiement plus élevé avec toute autre trajectoire admissible, la trajectoire rivale étant fixée.

6. Pour une présentation complète voir Basar et Olsder (1995).

7. Ceci ne signifie pas que l'ensemble des résultats de cet article ne s'applique qu'à la classe des problèmes d'investissement publics pour lesquels l'engagement fait sens. Nous avons obtenu des résultats similaires pour des stratégies rétroactives étudiées dans une version linéaire quadratique du présent modèle. Voir Figuières (1999b) et (2000).

Ainsi la stratégie optimale en boucle ouverte de la première collectivité est solution du problème de contrôle suivant à trajectoires  $\bar{Q}^n(\cdot)$  et  $\bar{Z}^n(\cdot)$  données :

$$\max_{Q(\cdot)} V = \int_0^{+\infty} e^{-rt} [P(Z, \bar{Z}^n) - C(Q)] dt,$$

s.c.q.  $\dot{Z} = Q - bZ, Z(0) = Z_0$  .

Le Hamiltonien en valeur courante associé à ce problème est :

$$\tilde{H}(Z, Q, \mu) = P(Z, \bar{Z}^n) - C(Q) + \mu(Q - bZ) .$$

Du principe du maximum on dérive les conditions nécessaires d'optimalité :

$$\frac{\partial \tilde{H}}{\partial Q} = -C'(Q) + \mu = 0 \Leftrightarrow Q = C'^{-1}(\mu)$$

et  $\dot{\mu} = r\mu - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial Z} = (r + b)\mu - P_1(Z, \bar{Z}^n)$  .

À chaque point du temps, le prix implicite  $\mu(t)$  donne la valeur marginale courante du stock. La première condition énonce donc que la meilleure stratégie en  $t$  consiste à investir jusqu'au point où le coût marginal est égal à la valeur marginale du stock.

La seconde collectivité résout un problème similaire à trajectoires  $Q^n(\cdot)$  et  $Z^n(\cdot)$  données.

En regroupant les conditions nécessaires d'optimalité des deux collectivités, on obtient le système différentiel qui caractérise les trajectoires à l'équilibre de Nash en boucle ouverte :

$$(SDN) \left\{ \begin{array}{l} \dot{Z} = C'^{-1}(\mu) - bZ, \quad Z(0) = Z_0 \quad , \\ \dot{\bar{Z}} = \bar{C}'^{-1}(\bar{\mu}) - b\bar{Z}, \quad \bar{Z}(0) = \bar{Z}_0 \quad , \\ \dot{\mu} = (r + b)\mu - P_1(Z, \bar{Z}^n) \\ \text{et } \dot{\bar{\mu}} = (r + b)\bar{\mu} - \bar{P}_2(Z^n, \bar{Z}) \quad . \end{array} \right.$$

Pour chaque district, sous l'hypothèse de concavité des fonctions  $P(\cdot, \bar{Z})$  et  $\bar{P}(Z, \cdot)$  et sous l'hypothèse de convexité des fonctions  $C(\cdot)$  et  $\bar{C}(\cdot)$ , les conditions nécessaires précédentes ainsi que les conditions de transversalité suivantes :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \mu(t) Z^n(t) = 0$$

et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \bar{\mu}(t) \bar{Z}^n(t) = 0$

forment un ensemble de conditions suffisantes d'optimalité<sup>8</sup>. L'interprétation usuelle de ces conditions de transversalité est la suivante : du point de vue de la collectivité 1,  $e^{-rt} \mu(t)$  donne la valeur marginale actualisée du stock  $Z(t)$ ; la condition  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \mu(t) Z^n(t) = 0$  indique donc que la trajectoire optimale d'investissement est celle qui fait tendre vers 0 la valeur actualisée du stock. La condition de transversalité de la seconde collectivité s'interprète de la même façon.

Un équilibre de Nash en boucle ouverte stationnaire est un quadruplet constant  $(Z_\infty^n, \bar{Z}_\infty^n, \mu_\infty^n, \bar{\mu}_\infty^n)$  qui vérifie (SDN).

Fershtman et Muller (1984) ont montré que si la condition suivante est vérifiée :

$$P_{11}(Z, \bar{Z}) \bar{P}_{22}(Z, \bar{Z}) > P_{12}(Z, \bar{Z}) \bar{P}_{21}(Z, \bar{Z}) \quad ,$$

alors le système (SDN) est asymptotiquement stable au sens du point selle.

Quand cette condition s'ajoute aux hypothèses générales du modèle, elle garantit en plus l'existence d'une trajectoire unique, solution de (SDN), qui converge vers l'état stationnaire<sup>9</sup>. La situation économique des deux collectivités à long terme (du point de vue des paiements) est donc approchée par le niveau stationnaire du capital et de l'investissement en infrastructures :

$$\begin{aligned} \dot{Z} = 0 &\Leftrightarrow Q_\infty^n = bZ_\infty^n \\ \text{et } \dot{\bar{Z}} = 0 &\Leftrightarrow \bar{Q}_\infty^n = b\bar{Z}_\infty^n \quad . \end{aligned}$$

8. En horizon infini, ces conditions de transversalité sont des conditions suffisantes dont l'expression est en général :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \mu(t) [Z(t) - Z^n(t)] \geq 0 \tag{5}$$

$$\text{et } \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \bar{\mu}(t) [\bar{Z}(t) - \bar{Z}^n(t)] \geq 0 \tag{6}$$

pour tout  $(Z^n(\cdot), \bar{Z}^n(\cdot))$  vérifiant (SDN) et pour tout  $(Z(\cdot), \bar{Z}(\cdot))$  admissibles. On notera que puisque les stocks sont positifs et  $\mu = C'(\cdot)$  et  $\bar{\mu} = \bar{C}'(\cdot)$  sont aussi positifs, pour respecter ces conditions de transversalité il suffit d'avoir :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \mu(t) Z^n(t) = 0$$

$$\text{et } \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \bar{\mu}(t) \bar{Z}^n(t) = 0.$$

Ainsi donc les conditions de transversalité données dans le texte sont des conditions suffisantes pour les conditions suffisantes.

9. Dans le cas symétrique où  $\bar{P}(Z, \bar{Z}) = P(\bar{Z}, Z)$ , cette condition est nécessairement satisfaite du fait de l'hypothèse de concavité de la fonction  $P(\cdot, \cdot)$ , et elle assure aussi l'unicité de l'état stationnaire (proposition 5.2 de Fershtman et Muller, 1984).

À long terme l'investissement sert uniquement à remplacer le capital déprécié. De plus la résolution de  $\dot{\mu} = \dot{\bar{\mu}} = 0$  donne un système d'équations qui définit les stocks stationnaires associés à l'équilibre de Nash :

$$(SN) \begin{cases} (r + b) C'(bZ_{\infty}^n) = P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \\ \text{et } (r + b) \bar{C}'(b\bar{Z}_{\infty}^n) = \bar{P}_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \end{cases} .$$

À l'état stationnaire, le bénéfice marginal de chaque stock couvre exactement la somme du coût d'opportunité marginal des fonds engagés (qui auraient pu rapporter un rendement  $r$  s'ils avaient été placés sur des titres) et du coût dû à la dépréciation. Plus la préférence pour le présent et/ou la dépréciation sont élevées et moins le stock stationnaire d'une région est important. En effet, dans ce cas les bénéfices futurs d'une opération d'investissement courante sont moins grands; en conséquence les efforts d'investissement sont plus faibles.

### 3.2 Optimum centralisé

Supposons à présent que les collectivités remettent leur intérêts respectifs entre les mains d'une instance de décision unique. Cette instance de décision peut se comprendre comme une autorité centrale (État) ou comme une structure de coopération intercommunale dont les décisions s'imposent aux collectivités. L'étude de ce scénario coopératif, dont le réalisme est discutable, est utile comme cas de référence pour mettre en évidence les problèmes d'inefficacité qui caractérisent le scénario décentralisé.

Les investissements optimaux centralisés ( $Q^c(\cdot), \bar{Q}^c(\cdot)$ ) sont les trajectoires admissibles qui maximisent  $V^c = V + \bar{V}$  sous les contraintes (1) et (2). Nous utilisons ici le critère utilitariste qui considère comme objectif à optimiser la somme simple des objectifs individuels. Ce choix n'est pas anodin. Il était possible de retenir le critère généralisé qui maximise une somme pondérée des objectifs, mais le critère utilitariste, parce qu'il impose de traiter à égalité des agents qui peuvent être très différents, permet de mettre en exergue facilement des situations où coexistent une collectivité qui sous-investit et l'autre qui surinvestit (voir section 4), ce qui est un des objectifs de ce travail. Ces situations curieuses peuvent être écartées, mais cela nécessite de superposer des restrictions au critère d'efficacité de façon à respecter la rationalité individuelle des agents, ou encore d'introduire des notions d'équité; nous reviendrons en conclusion sur ces derniers points.

L'application du principe du maximum à l'objectif utilitariste conduit au système différentiel :

$$(SDC) \begin{cases} \dot{Z} = C'^{-1}(\mu) - bZ, & Z(0) = Z_0 \\ \dot{\bar{Z}} = \bar{C}'^{-1}(\bar{\mu}) - b\bar{Z}, & \bar{Z}(0) = \bar{Z}_0 \\ \dot{\mu} = (r + b) \mu - [P_1(Z, \bar{Z}) + \bar{P}_1(Z, \bar{Z})] \\ \text{et } \dot{\bar{\mu}} = (r + b) \bar{\mu} - [\bar{P}_2(Z, \bar{Z}) + P_2(Z, \bar{Z})] \end{cases} ,$$

avec la condition de transversalité  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} [\mu(t) Z(t) + \bar{\mu}(t) \bar{Z}(t)] = 0$ . Cette fois l'interprétation de la condition de transversalité est que les trajectoires optimales d'investissement sont telles que la valeur actualisée du stock agrégé doit tendre vers zéro à long terme.

Ce système différentiel n'est pas identique à celui qui caractérise l'équilibre de Nash. Les trajectoires d'investissement centralisées seront donc différentes et l'écart entre la valeur des paiements agrégés dans le scénario centralisé et dans le scénario Nash donne une mesure du surplus que la coopération permettrait de dégager.

Une solution centralisée stationnaire est un quadruplet constant  $(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c, \mu_\infty^c, \bar{\mu}_\infty^c)$  qui vérifie (SDC). Les choix d'investissement centralisés vont-ils converger vers cet état stationnaire? Fershtmann et Muller ne traitent pas cette question. Nous pouvons néanmoins établir que dans ce modèle, sous les hypothèses imposées au modèle général, l'état stationnaire de (SDC) est asymptotiquement stable au sens du point selle<sup>10</sup>. Plus précisément, ce résultat garantit l'existence d'une unique trajectoire solution de (SDC) qui converge vers l'état stationnaire. Puisque la fonction objectif de l'autorité centrale est strictement concave, cette trajectoire convergente est l'unique solution du problème d'optimisation.

À l'état stationnaire  $\dot{Z} = \dot{\bar{Z}} = 0$ , ce qui implique que  $Q_\infty^c = bZ_\infty^c$  et  $\bar{Q}_\infty^c = b\bar{Z}_\infty^c$ . Cette fois encore, l'investissement sert à remplacer le capital déprécié. En résolvant  $\dot{\mu} = \dot{\bar{\mu}} = 0$  on obtient :

$$(SC) \begin{cases} (r + b) C'(bZ_\infty^c) = P_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) + \bar{P}_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) \\ \text{et } (r + b) \bar{C}'(b\bar{Z}_\infty^c) = \bar{P}_2(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) + P_2(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) \end{cases} .$$

Ce système ressemble à celui du scénario décentralisé (SN), avec toutefois une différence importante : pour chaque stock, l'état stationnaire réalise l'égalité entre d'une part le coût d'opportunité marginal des fonds engagés plus le coût de la dépréciation et, d'autre part, le bénéfice marginal social. Contrairement à l'équilibre de Nash, l'optimum centralisé tient compte des effets externes ( $\bar{P}_1$  et  $P_2$ ). Cette égalité peut s'interpréter ici comme la condition Bowen-Lindhal-Samuelson.

#### 4. COMPARAISON DES ÉTATS STATIONNAIRES

Le but de cette section est de comparer les états stationnaires de l'équilibre de Nash et de la solution centralisée. Lorsque les collectivités sont symétriques les résultats sont en accord avec ceux mis en évidence dans d'autres travaux<sup>11</sup> et nous les rappelons brièvement avant d'entreprendre l'analyse pour des collectivités différentes.

10. La démonstration, un peu longue, a été supprimée mais nous la tenons à la disposition des lecteurs.

11. Par exemple Hardin (1968) pour la tragédie des communs, Cooper et John (1988) pour les échecs de marché en macroéconomie.

Considérons le cas où les paiements des collectivités sont symétriques au sens où  $\bar{P}(Z, \bar{Z}) = P(\bar{Z}, Z)$  et  $C(\cdot) = \bar{C}(\cdot)$ .

**Proposition 1** *Dans le cas symétrique, l'équilibre de Nash symétrique se caractérise par du surinvestissement (sous-investissement) par rapport à la solution centralisée quand les infrastructures engendrent des externalités négatives (positives).*

Démonstration : annexe A.

Cette caractérisation ne dépend ici que du signe des externalités. Avec des collectivités hétérogènes, il faut comparer un équilibre de Nash non symétrique avec une solution centralisée non symétrique; le seul signe des externalités n'est plus suffisant pour caractériser l'inefficacité des investissements non coopératifs et on est amené à distinguer les situations de complémentarité stratégique des situations de substituabilité stratégique.

#### 4.1 Complémentarité stratégique

Lorsque les infrastructures sont des compléments stratégiques, le produit marginal direct d'une collectivité croît à la suite d'une augmentation marginale du capital en infrastructure de l'autre collectivité ( $P_{12}(\cdot, \cdot) > 0$  et  $\bar{P}_{21}(\cdot, \cdot) > 0$ ) : les incitants locaux à investir se renforcent mutuellement<sup>12</sup>.

**Proposition 2** *Pour des collectivités hétérogènes dont les stocks d'infrastructures sont des compléments stratégiques, l'équilibre de Nash se caractérise par du surinvestissement (sous-investissement) par rapport à la solution centralisée quand les infrastructures engendrent des externalités négatives (positives).*

Démonstration : annexe B.

En d'autres termes, en présence de complémentarité stratégique, les résultats établis pour des collectivités symétriques s'appliquent aussi à des collectivités hétérogènes. Ainsi, dans l'optique de déterminer dans quelle direction il faut modifier les comportements pour gagner en efficacité, l'hétérogénéité n'est pas une information de première importance. En revanche, le signe des externalités est pertinent pour savoir s'il faut encourager, ou au contraire décourager les investissements.

#### 4.2 Substituabilité stratégique

Lorsque les infrastructures sont des substituts stratégiques, le produit marginal direct d'une collectivité décroît à la suite d'une augmentation marginale du capital en infrastructures de l'autre collectivité ( $P_{12}(\cdot, \cdot) < 0$  et  $\bar{P}_{21}(\cdot, \cdot) < 0$ ). Les incitants locaux à investir s'affaiblissent mutuellement<sup>13</sup>.

12. Dans les jeux statiques, cela correspond à des fonctions de meilleure réponse croissantes (Tirole, 1993).

13. Les fonctions de meilleure réponse sont décroissantes (Tirole, 1993).

**Proposition 3** *Considérons des collectivités hétérogènes. En présence d'externalités négatives, s'il y a substituabilité stratégique :*

- i) *au moins une collectivité sera en surinvestissement par rapport à la solution centralisée utilitariste;*
- ii) *il existe des cas où l'autre collectivité sera en sous-investissement.*

*Le même type de résultat s'obtient dans le cas d'externalités positives et de substituabilité stratégique.*

Démonstration : annexe C.

L'intérêt de cette proposition est de montrer qu'en présence de substituabilité stratégique il est possible qu'une collectivité pose un problème de surinvestissement tandis que l'autre se singularise par du sous-investissement. Un exemple à la section 6 montre que cette situation curieuse apparaît lorsque les collectivités sont « suffisamment » différentes. Ce résultat inhabituel suggère une intervention publique différenciée. Existe-t-il des situations où la recherche de l'efficacité commanderait de taxer une collectivité et d'offrir des subventions à l'autre?

## 5. IMPLICATIONS EN MATIÈRE DE POLITIQUES ÉCONOMIQUES : LES TAXES PIGOUVIENNES

Une fois la nature des problèmes identifiée, quels remèdes peut-on proposer? Il existe de nombreux instruments théoriques pour corriger les inefficacités; nous nous limiterons ici à l'étude des taxes pigouviennes. Dans cette perspective, il est utile de réécrire le système différentiel associé à l'optimum centralisé sous la forme équivalente où, au lieu d'indiquer comment évoluent les variables adjointes, on précise la dynamique des investissements. D'après les conditions du premier ordre associées au problème centralisé :

$$Q = C'^{-1}(\mu) \Rightarrow \dot{Q} = \frac{1}{C''(\cdot)} \dot{\mu} \quad (7)$$

$$\text{et } \bar{Q} = \bar{C}'^{-1}(\bar{\mu}) \Rightarrow \dot{\bar{Q}} = \frac{1}{\bar{C}''(\cdot)} \dot{\bar{\mu}} \quad (8)$$

Le système différentiel du programme centralisé se réécrit donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z} = Q - bZ, \quad Z(0) = Z_0, \\ \dot{\bar{Z}} = \bar{Q} - b\bar{Z}, \quad \bar{Z}(0) = \bar{Z}_0, \\ \dot{Q} = \frac{1}{C''(Q)} [(r+b)C'(Q) - P_1(Z, \bar{Z}) - \bar{P}_1(Z, \bar{Z})] \\ \text{et } \dot{\bar{Q}} = \frac{1}{\bar{C}''(\bar{Q})} [(r+b)\bar{C}'(\bar{Q}) - P_2(Z, \bar{Z}) - \bar{P}_2(Z, \bar{Z})] \end{array} \right. .$$

À présent, si dans le scénario décentralisé les opérations d'investissement sont soumises à des taxes proportionnelles ( $\tau(t)$  pour la première collectivité et  $\bar{\tau}(t)$  pour la seconde), les bénéfices nets courants s'écrivent :

$$P(Z, \bar{Z}) - C(Q) - \tau Q$$

et  $\bar{P}(Z, \bar{Z}) - \bar{C}(\bar{Q}) - \bar{\tau} \bar{Q}$  .

Le système différentiel associé au scénario non coopératif avec taxes est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z} = Q - bZ, \quad Z(0) = Z_0 \text{ ,} \\ \dot{\bar{Z}} = \bar{Q} - b\bar{Z}, \quad \bar{Z}(0) = \bar{Z}_0 \text{ ,} \\ \dot{Q} = \frac{1}{C''(Q)} [(r + b) (C'(Q) + \tau) - \bar{P}_1(Z, \bar{Z})] \\ \text{et } \dot{\bar{Q}} = \frac{1}{\bar{C}''(\bar{Q})} [(r + b) (\bar{C}'(\bar{Q}) + \bar{\tau}) - \bar{P}_2(Z, \bar{Z})] \text{ .} \end{array} \right.$$

On déduit alors aisément les instruments pigouviens qui permettent de décentraliser l'optimum, c'est-à-dire celles pour lesquelles le système différentiel du scénario non coopératif coïncide avec celui du scénario centralisé. Ce sont :

$$\tau^*(t) = - \frac{\bar{P}_1(Z^c(t), \bar{Z}^c(t))}{r + b}$$

et  $\bar{\tau}^*(t) = - \frac{P_2(Z^c(t), \bar{Z}^c(t))}{r + b}$  .

On constate que le signe de ces instruments ne dépend que du signe des externalités : lorsque les externalités sont négatives (positives) il faut taxer (subventionner) les investissements. Contrairement à ce que semble suggérer la proposition 3, il n'existe pas de cas avec externalités positives (ou négatives) où en raison de l'hétérogénéité il faudrait taxer une collectivité et subventionner l'autre. Pour comprendre cela, envisageons un cas qui mène à du sur et du sous-investissement simultanés. Si on taxe la collectivité qui surinvestit et si celle-ci choisit la trajectoire optimale, il faut en conclure que la meilleure réponse de la rivale ne conduit plus à du sous-investissement. Plus spécifiquement dans ce contexte intertemporel, on remarquera que :

1. les instruments pigouviens dépendent des externalités des stocks évaluées le long de la trajectoire optimale, et des paramètres d'actualisation ( $r$ ) et de dépréciation ( $b$ );
2. en valeur absolue les instruments  $\tau^*$  et  $\bar{\tau}^*$  sont plus grands quand la préférence pour le présent et/ou la dépréciation sont moins importantes. L'intuition est la suivante : les décisions courantes produisent à la fois des effets externes



aujourd'hui et demain via l'équation d'évolution des stocks, et l'importance de ces externalités futures est d'autant plus grande que la dépréciation des stocks ou la préférence pour le présent sont faibles. En d'autres termes réduire  $r$  ou  $b$  c'est augmenter l'ampleur des externalités subies et cela implique des mesures correctives de plus grande importance.

## 6. EXEMPLES

### 6.1 Infrastructures routières

Considérons une liaison routière entre deux collectivités. La construction d'une voie supplémentaire dans la collectivité 1 désengorge son centre d'activité et fait augmenter son produit brut. En revanche, cette amélioration de la partie 1 constitue un effet externe négatif, une congestion, dans la collectivité 2 qui ne dispose pas des infrastructures nécessaires pour absorber l'augmentation de trafic sur son tronçon de voie ( $\bar{P}_1(Z, \bar{Z}) < 0$ ). Toutefois, cette opération accroît le produit marginal brut d'un investissement éventuel de la collectivité 2 ( $\bar{P}_{21}(Z, \bar{Z}) > 0$ ). Dans cet exemple, des stratégies d'investissements décentralisés conduisent au surinvestissement et il faut taxer les collectivités pour décentraliser l'optimum.

### 6.2 Équipements d'épuration de l'eau

Wildasin (1991) donne l'exemple de deux collectivités, situées autour d'un même lac et soucieuses de la qualité de l'eau, qui investissent dans des stations d'épuration. Dans chaque collectivité l'utilité de l'agent représentatif est définie sur un bien de consommation privée noté  $x$  et un bien public noté  $s$ . Dans la première collectivité par exemple, cette fonction d'utilité prend la forme :

$$W(x, s) = x + s \quad . \quad (9)$$

Le bien public  $s$ , défini comme un indice de la qualité de l'eau, est l'output d'un processus de production joint dont les inputs sont les niveaux d'infrastructures des deux collectivités :

$$s = F(Z, \bar{Z}) \quad . \quad (10)$$

Chaque input contribue de façon positive à l'épuration de l'eau :

$$F_1(Z, \bar{Z}) > 0, F_2(Z, \bar{Z}) > 0 \quad .$$

On suppose de plus que  $F(., .)$  est globalement concave et que la productivité marginale d'un input croît avec l'utilisation de l'autre :

$$F_{12}(Z, \bar{Z}) > 0 \quad .$$

À chaque instant les collectivités investissent pour modifier leur capital en infrastructures, sachant qu'une fraction  $b > 0$  de leur capital se déprécie. La loi d'évolution du capital est donc exactement celle décrite dans le modèle général.

En tout point du temps, les deux collectivités ont à leur disposition un revenu exogène  $y$  (et  $\bar{y}$ ), avec lequel elles financent la consommation du bien privé et le coût de leur investissement :

$$x + C(Q) = y \quad . \quad (11)$$

Après substitution de (10) et (11) dans (9) on obtient la fonction de produit net courante :

$$W(Z, \bar{Z}, Q) = y + F(Z, \bar{Z}) - C(Q) \quad . \quad (12)$$

De même, le bien-être courant de la seconde collectivité s'écrit :

$$\bar{W}(Z, \bar{Z}, Q) = \bar{y} + F(Z, \bar{Z}) - \bar{C}(Q) \quad . \quad (13)$$

En posant  $P(Z, \bar{Z}) = y + F(Z, \bar{Z})$  et  $\bar{P}(Z, \bar{Z}) = \bar{y} + F(Z, \bar{Z})$ , il est facile de voir que les hypothèses faites sur la fonction  $F(., .)$  nous placent dans un contexte d'externalités positives avec complémentarité stratégique. Sur la base de choix non concertés, les collectivités sous-investissent et une intervention centrale consisterait à offrir des subventions. Pour vérifier cette assertion, voyons un exemple numérique. Nous avons retenu les fonctions de produits nets courants suivantes<sup>14</sup> :

$$W(Z, \bar{Z}, Q) = -(2Z - \bar{Z})^2 + 100(Z + \bar{Z}) - \frac{1}{2} Q^2$$

$$\bar{W}(Z, \bar{Z}, Q) = -(2\bar{Z} - Z)^2 + 100(Z + \bar{Z}) - \frac{1}{2} Q^2 \quad .$$

On peut observer qu'il s'agit bien d'un modèle avec externalités positives (au moins sur certains intervalles pour les stocks). De plus, ces fonctions sont concaves en leur stock principal et globalement concaves. Enfin, il y a complémentarité stratégique,  $P_{12} = \bar{P}_{21} = 4 > 0$ . Les stocks initiaux sont :  $Z_0 = 5$  et  $\bar{Z}_0 = 0$ . Le graphique 1 illustre pour cet exemple la convergence et les propriétés établies dans les propositions 1 et 2.

Ce modèle peut aussi illustrer une situation d'externalités positives et de substituable stratégique. Il suffit pour cela de supposer que la productivité marginale d'un input décroît avec l'utilisation de l'autre input :

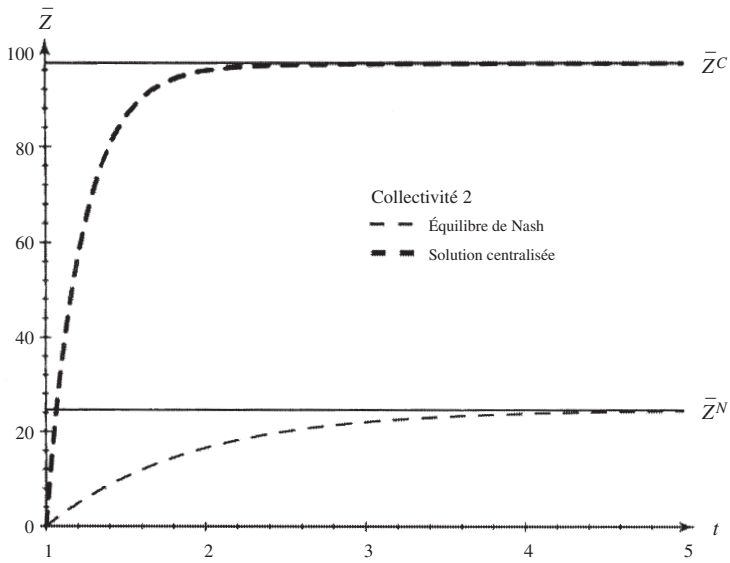
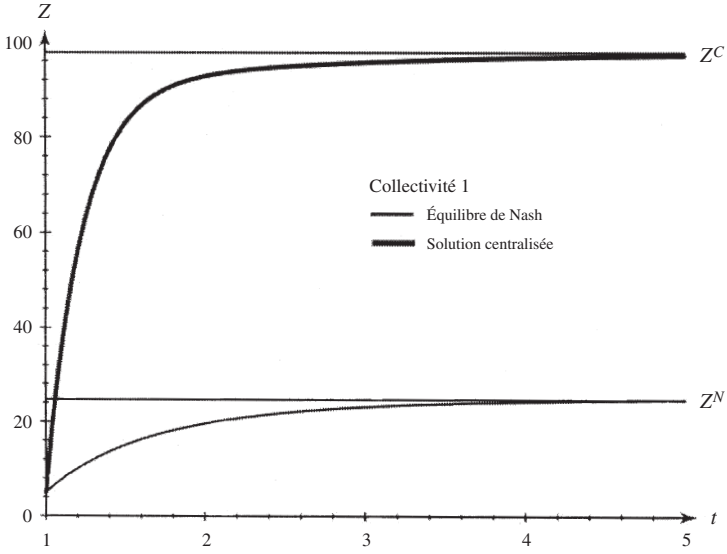
$$F_{12}(Z, \bar{Z}) < 0 \quad .$$

On sait alors (proposition 3) qu'une collectivité peut surinvestir alors que l'autre sous-investit. L'exemple suivant illustre aussi cette possibilité théorique.

14. Les revenus exogènes  $y$  et  $\bar{y}$  ont été normalisés à zéro sans perte de généralité.

GRAPHIQUE 1

EXTERNALITÉS POSITIVES, COMPLÉMENTARITÉ STRATÉGIQUE



### 6.3 *Les infrastructures publiques comme instrument d'attraction des ressources mobiles*

Considérons l'aménagement de zones d'activités (viabilisation de terrains, construction de bureaux...) qui permettent d'attirer les entreprises. Toutes choses égales par ailleurs, un investissement dans une collectivité diminue le produit brut de l'autre puisqu'une partie des entreprises quitte son territoire. Un modèle sous forme réduite qui illustrerait ces idées présenterait les fonctions de rendement net suivantes :

$$W(Z, \bar{Z}, Q) = (a - Z - \bar{Z}) - \frac{c}{2} Q^2 \quad (14)$$

$$\text{et } \bar{W}(Z, \bar{Z}, Q) = \bar{Z}(a - Z - \bar{Z}) - \frac{\bar{c}}{2} \bar{Q}^2 \quad (15)$$

Nous sommes en présence d'externalités négatives et de substituabilité stratégique. Notons que les collectivités se différencient par leur fonctions de coût.

Donnons les valeurs suivantes pour les paramètres et les conditions initiales :

$$r = b = 0,1, \quad a = 100, \quad Z_0 = 5 \quad \text{et } \bar{Z}_0 = 0 \quad .$$

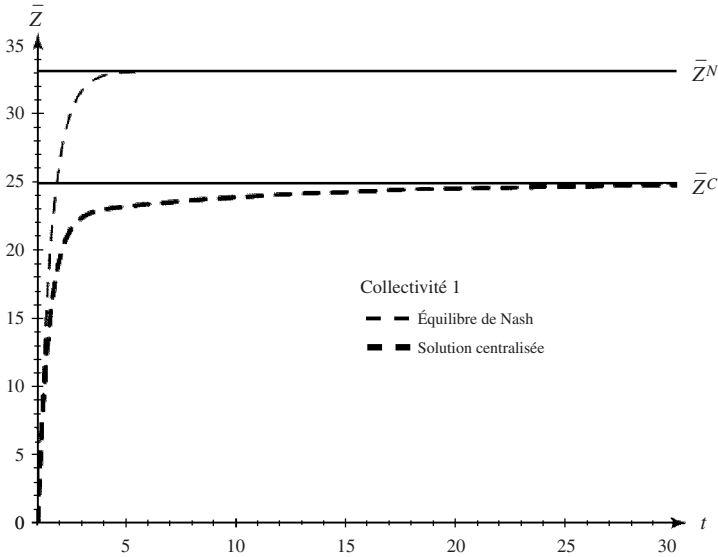
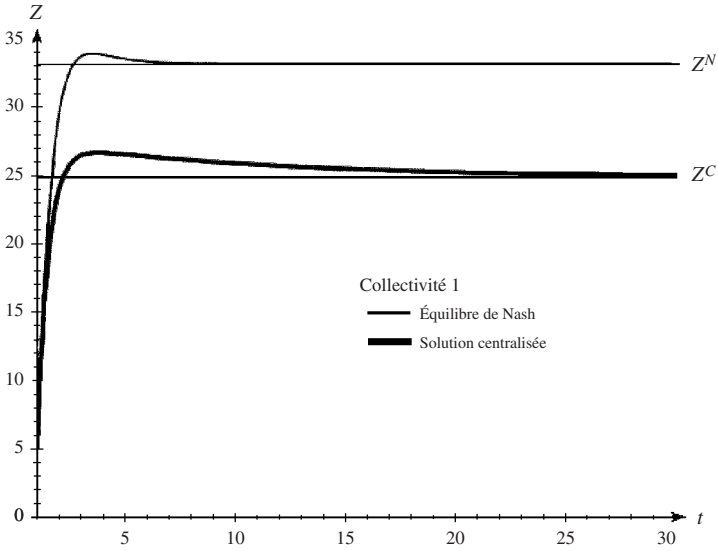
Voyons d'abord le cas symétrique où  $c = \bar{c} = 1$ . Les états stationnaires sont alors :

$$Z^N = \bar{Z}^N = 33,11 > Z^C = \bar{Z}^C = 24,88$$

Les deux collectivités surinvestissent (Proposition 1 et graphique 2).

GRAPHIQUE 2

EXTERNALITÉS NÉGATIVES, SUBSTITUABILITÉ STRATÉGIQUE – LE CAS SYMÉTRIQUE



Considérons maintenant des différences de coûts  $c = 4 > \bar{c} = 1$ . Notons  $\gamma = b(r + b) c$  et  $\bar{\gamma} = b(r + b) \bar{c}$ . Les calculs présentés en annexe C pour cet exemple permettent d'affirmer que si les coûts des deux collectivités sont sensiblement différents au sens où :

$$\bar{\gamma} < \frac{\gamma}{\gamma + 2} < \gamma \quad ,$$

les niveaux d'infrastructures à l'équilibre de Nash stationnaire et à la solution centralisée stationnaire peuvent alors être classés de la manière suivante :

$$Z^C < Z^N < \bar{Z}^N < \bar{Z}^C \quad .$$

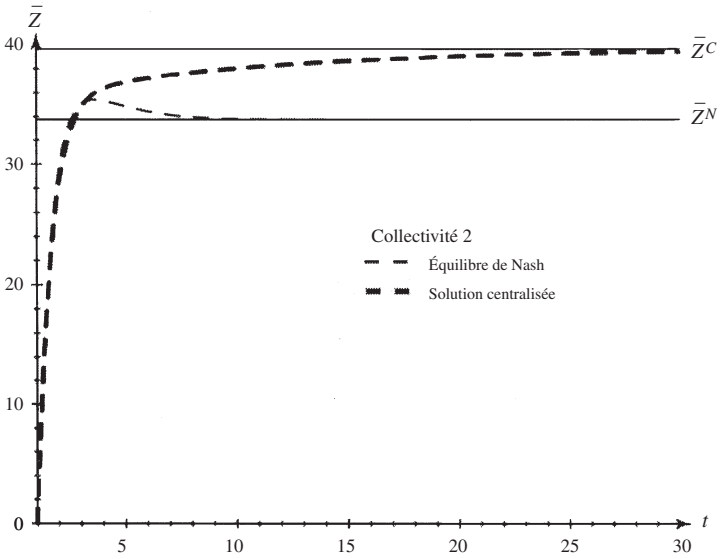
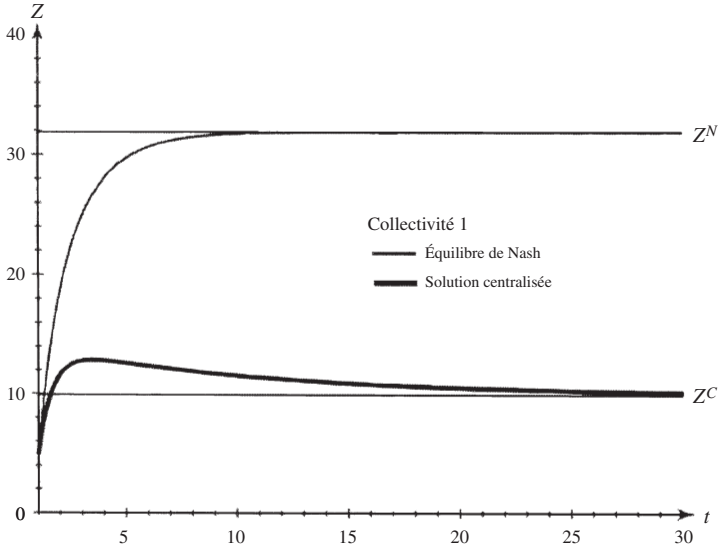
À l'équilibre de Nash, la collectivité qui a le coût le plus fort surinvestit tandis que l'autre sous-investit. La condition précédente est satisfaite dans notre exemple numérique et en effet, comme on peut le voir sur le graphique 3, les états stationnaires sont :

$$Z^C = 9,92 < Z^N = 31,86 < \bar{Z}^N = 33,73 < \bar{Z}^C = 39,68 \quad .$$

L'intuition de ce résultat (proposition 3) dans cet exemple peut se comprendre à partir du comportement de l'autorité centrale; les collectivités ont des fonctions de produit brut symétriques, l'effet externe  $-Z \bar{Z}$  est donc le même pour les deux collectivités; à effet externe donné, il est socialement plus efficace d'augmenter le capital en infrastructures là où les coûts sont les plus faibles et au contraire de baisser le niveau de capital là où les coûts sont les plus forts. Il est intéressant de remarquer que le gain d'efficacité se traduit par une diminution du paiement de la collectivité qui a des coûts forts. Sans transferts compensatoires, cette collectivité préfère l'équilibre de Nash à l'optimum centralisé.

GRAPHIQUE 3

EXTERNALITÉS NÉGATIVES, SUBSTITUABILITÉ STRATÉGIQUE – LE CAS ASYMÉTRIQUE



## CONCLUSION

Dans le but de clarifier le débat sur le sous-investissement en capitaux publics, cet article a présenté un modèle général d'accumulation stratégique d'infrastructures avec deux collectivités hétérogènes; ce modèle permet de comparer les politiques d'investissement décentralisées aux politiques centralisées utilitaristes et considère le sous-investissement (surinvestissement) comme une accumulation de capital public insuffisante (trop importante) du point de vue de l'efficacité.

Dans ce cadre général, les comportements non coopératifs, aussi bien que l'optimum centralisé, conduisent les stocks vers des niveaux stationnaires dont la comparaison produit les résultats suivants. Lorsque les collectivités sont identiques (symétriques), le sous-investissement en capitaux publics n'est possible que dans des situations de débordement (externalités positives). Des externalités négatives conduisent au contraire à du surinvestissement. Pour des collectivités hétérogènes les conclusions du cas symétrique restent vraies lorsque les agents sont dans des relations de complémentarité stratégique. Mais avec des relations de substituabilité stratégique, il est possible qu'une collectivité surinvestisse alors que l'autre sous-investit, quel que soit le signe des externalités.

La modélisation permet aussi des exercices de statique comparative qui portent sur les paramètres dynamiques du modèle : la préférence pour le présent et la dépréciation des stocks. Les modèles statiques peuvent se comprendre comme des cas limite où soit la préférence pour le présent est infinie, soit la dépréciation est totale. Avec une diminution de ces paramètres, on s'écarte de ces cas limite et on illustre donc comment la dimension intertemporelle enrichit les mécanismes de la concurrence : les externalités subies sont accrues, soit parce que la dépréciation n'étant pas totale les investissements d'aujourd'hui affectent les stocks de demain, soit parce que la préférence pour le présent n'étant pas infinie les paiements futurs ont une importance pour les collectivités. Ces informations sont utiles pour appréhender l'ampleur de problèmes éventuels de sous ou de surinvestissement et, par conséquent aussi pour la conception de mesures correctives comme par exemple les taxes pigouviennes (section 5).

De nombreuses questions restent ouvertes. L'extension la plus immédiate de ce travail consisterait à trouver comment modifier les différents instruments correctifs bien connus en économie publique de façon à les adapter à ce contexte intertemporel et à comparer leurs avantages respectifs (marchés de droits, quotas, problèmes de révélation de l'information, *etc.*). Ensuite, comme le montre le recours au critère utilitariste, le débat sur le niveau adéquat de capitaux publics peut s'ouvrir sur des interrogations quant au respect de la rationalité individuelle et à l'équité. Une modélisation plus réaliste avec plus de deux collectivités peut aussi faire apparaître des problèmes liés à la rationalité au sens des coalitions : les trajectoires efficaces doivent être dans le cœur du jeu, et c'est par rapport à ces trajectoires, qui possèdent des propriétés renforcées de stabilité stratégique, que doit s'appréhender l'inefficacité des stratégies décentralisées. Enfin, il serait intéressant d'utiliser le modèle de cet article, ou une version en temps discret de ce modèle, pour tester économétriquement s'il existe des interactions stratégiques entre les collectivités.



## ANNEXE

## A. DÉMONSTRATION DE LA PROPOSITION 1

Nous démontrons d'abord que dans le cas symétrique les solutions des systèmes d'équations (SN) et (SC) sont symétriques (sous-sections A.1 et A.2). Puis la démonstration de la proposition 1 est établie dans la sous-section A.3

A.1 *Unicité et symétrie de l'équilibre de Nash stationnaire*

Sous les hypothèses :

1. de concavité des fonctions  $P(., .)$  et  $\bar{P}(., .)$ ;
2. de convexité des fonctions de coût  $C(.)$  et  $\bar{C}(., .)$

et 3. de stabilité asymptotique :

$$P_{11}(Z, \bar{Z}) \bar{P}_{22}(Z, \bar{Z}) > P_{12}(Z, \bar{Z}) \bar{P}_{12}(Z, \bar{Z}) .$$

Fershtman et Muller (1984) ont montré l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash stationnaire, c'est-à-dire d'une solution au système (SN). Dans le cas particulier où le jeu est symétrique le système décrivant l'ensemble des états stationnaires associés à l'équilibre de Nash devient :

$$(SNs) \left\{ \begin{array}{l} (r + b) C'(bZ_{\infty}^n) = P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \\ \text{et } (r + b) C'(b\bar{Z}_{\infty}^n) = P_1(\bar{Z}_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) . \end{array} \right.$$

Dans ce cadre symétrique, il est possible de montrer que la solution, que nous savons être unique (Fershtman et Muller, 1984), ne peut être que symétrique, c'est-à-dire  $Z_{\infty}^n = \bar{Z}_{\infty}^n$ . Supposons que cette unique solution intérieure ( $Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n$ ) ne soit pas symétrique :  $Z_{\infty}^n \neq \bar{Z}_{\infty}^n$ . D'après le système (SNs), il est aussi vrai que ( $\bar{Z}_{\infty}^n, Z_{\infty}^n$ ) est solution, ce qui contredit l'unicité. *QED*.

A.2 *Unicité et symétrie de la solution centralisée*

La question est la suivante : on veut s'assurer que dans le cas symétrique il ne peut exister au plus qu'une solution au système (SC) et que cette solution est symétrique. Rappelons que le système (SC) dans le cas symétrique s'énonce :

$$(SCs) \left\{ \begin{array}{l} (r + b) C'(bZ_{\infty}^c) = P_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + P_2(\bar{Z}_{\infty}^c, Z_{\infty}^c) \\ \text{et } (r + b) C'(b\bar{Z}_{\infty}^c) = P_1(\bar{Z}_{\infty}^c, Z_{\infty}^c) + P_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) . \end{array} \right.$$

Remarquons que (SCs) donne les conditions du premier ordre du problème fictif suivant :

$$\max_{(Z, \bar{Z}) \in [0, Z^{sup}] \times [0, \bar{Z}^{sup}]} P(Z, \bar{Z}) + P(\bar{Z}, Z) - \frac{(r+b)}{b} C(bZ) - \frac{(r+b)}{b} C(b\bar{Z}) \quad .$$

Il s'agit d'un problème d'optimisation d'une fonction strictement concave<sup>15</sup> définie sur un ensemble compact : il existe une solution unique à ce problème, et toute solution intérieure satisfait le système (SCs), ce qui montre qu'une solution de (SCs) lorsqu'elle existe est unique. Ou en d'autres termes, s'il existait plusieurs solutions à (SCs), alors le problème fictif associé aurait plusieurs couples intérieurs candidats à l'optimum, ce qui est impossible dans un problème strictement concave. Pour montrer la symétrie d'une telle solution intérieure, on peut procéder comme pour l'équilibre de Nash; supposons que cette unique solution intérieure  $(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c)$  ne soit pas symétrique :  $Z_{\infty}^c \neq \bar{Z}_{\infty}^c$ . D'après le système (SCs) il est aussi vrai que  $(\bar{Z}_{\infty}^c, Z_{\infty}^c)$  est solution, ce qui contredit l'unicité. *QED.*

### A.3 Démonstration de la proposition

On veut montrer que : 1) en présence d'externalités négatives ( $P_2(., .) < 0$ ), il y a surinvestissement à l'équilibre de Nash ( $Z_{\infty}^c < Z_{\infty}^n$ ) et 2) en présence d'externalités positives ( $P_2(., .) > 0$ ) il y a sous-investissement à l'équilibre de Nash ( $Z_{\infty}^c > Z_{\infty}^n$ ).

- 1<sup>er</sup> cas : raisonnons par l'absurde et supposons que : a)  $P_2(., .) < 0$  et b)  $Z_{\infty}^c \geq Z_{\infty}^n$ . D'après b)  $(r+b) C'(bZ_{\infty}^c) \geq (r+b) C'(bZ_{\infty}^n)$  puisque  $C'' > 0$ . Avec (SNc) et (SCs) cela donne :

$$P_1(Z_{\infty}^c, Z_{\infty}^c) + P_2(Z_{\infty}^c, Z_{\infty}^c) \geq P_1(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) \quad .$$

Par concavité de  $P$  il est vérifié que

$$P_1(Z_{\infty}^c, Z_{\infty}^c) + P_2(Z_{\infty}^c, Z_{\infty}^c) \leq P_1(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) + P_2(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) \quad .$$

Ainsi  $P_1(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) + P_2(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) \geq P_1(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n)$ , ce qui n'est possible que si  $P_2(Z_{\infty}^n, Z_{\infty}^n) \geq 0$ . Contradiction. *QED.*

- 2<sup>e</sup> cas : la même logique que celle utilisée dans le cas 1 montre que a)  $P_2(., .) > 0$  et b)  $Z_{\infty}^c \leq Z_{\infty}^n$  aboutissent à une contradiction. *QED.*

---

15. En effet,  $P$  est strictement concave et  $C$  est strictement convexe.

## B. DÉMONSTRATION DE LA PROPOSITION 2

La démonstration de la proposition repose sur une méthode similaire pour traiter des cas d'externalités positives et négatives. Nous nous contenterons de présenter le raisonnement pour la situation d'externalités négatives. Établir que les deux joueurs surinvestissent revient à démontrer qu'ils ne peuvent simultanément et individuellement sous-investir. La méthode procède en trois étapes. Dans un premier temps, il est établi qu'il ne peut y avoir sous-investissement simultané (lemme 1). Ensuite, il est prouvé que la première collectivité ne peut sous-investir si l'autre collectivité surinvestit (lemme 2); enfin que la première collectivité ne peut surinvestir si l'autre sous-investit (lemme 3). La combinaison des trois lemmes permet de prouver l'assertion suivante :

$$[Z_{\infty}^n > Z_{\infty}^c \text{ et } \bar{Z}_{\infty}^n > \bar{Z}_{\infty}^c] \quad .$$

**Lemme 1 :** *sous les hypothèses  $\bar{P}_1(., .) < 0$ ,  $P_2(., .) < 0$ , et  $\bar{P}_{21}(., .) > 0$ ,  $P_{12}(., .) > 0$ , pour tout équilibre de Nash les joueurs 1 et 2 ne peuvent sous-investir simultanément.*

Preuve : Supposons que  $\bar{P}_1(., .) < 0$ ,  $P_2(., .) < 0$ ,  $Z_{\infty}^n \leq Z_{\infty}^c$  et  $\bar{Z}_{\infty}^n \leq \bar{Z}_{\infty}^c$ . Alors puisque  $C(.)$  est convexe :

$$(r + b) C'(bZ_{\infty}^c) \geq (r + b) C'(bZ_{\infty}^n)$$

$$\text{et } (r + b) \bar{C}'(b\bar{Z}_{\infty}^c) \geq (r + b) \bar{C}'(b\bar{Z}_{\infty}^n)$$

avec (SN) et (SC) cela donne

$$P_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + \bar{P}_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) \geq P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n)$$

$$\text{et } \bar{P}_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + P_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) \geq \bar{P}_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \quad .$$

Par addition de ces deux inégalités on obtient

$$\begin{aligned} & P_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + \bar{P}_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + \bar{P}_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + P_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) \\ & \geq P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + \bar{P}_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \quad . \end{aligned} \tag{16}$$

En raison de la concavité de  $P$  et de  $\bar{P}$ , il doit être vérifié que

$$P_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + P_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) \leq P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + P_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n)$$

$$\text{et } \bar{P}_1(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) + \bar{P}_2(Z_{\infty}^c, \bar{Z}_{\infty}^c) \leq \bar{P}_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + \bar{P}_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \quad .$$

Ainsi, en additionnant ces deux inégalités et en utilisant (16) il vient

$$\begin{aligned} & P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + \bar{P}_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + \bar{P}_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + P_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \\ & \geq P_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + \bar{P}_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \end{aligned}$$

et donc  $\bar{P}_1(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) + P_2(Z_{\infty}^n, \bar{Z}_{\infty}^n) \geq 0$ , ce qui est une contradiction. *QED.*

**Lemme 2 :** *sous les hypothèses  $\bar{P}_1(., .) < 0, P_2(., .) < 0, \text{ et } \bar{P}_{21}(., .) > 0, P_{12}(., .) > 0,$  pour tout équilibre de Nash le joueur 1 ne peut sous-investir si l'autre joueur surinvestit.*

Démonstration : il faut vérifier l'assertion suivante :

$$\text{Non}[Z_\infty^n \leq Z_\infty^c \text{ et } \bar{Z}_\infty^n > \bar{Z}_\infty^c] \text{ .}$$

Ce lemme se démontre par l'absurde. Supposons

$$[Z_\infty^n \leq Z_\infty^c \text{ et } \bar{Z}_\infty^n > \bar{Z}_\infty^c] \text{ .}$$

Nous avons par définition.

$$0 = P_1(Z_\infty^n, \bar{Z}_\infty^n) - (r + b) C'(bZ_\infty^n) \text{ .} \tag{17}$$

Puisque  $P_{11} < 0$  et  $C'' > 0$ , il est vérifié que

$$P_1(Z_\infty^n, \bar{Z}_\infty^n) - (r + b) C'(bZ_\infty^n) > P_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^n) - (r + b) C'(bZ_\infty^c) \text{ .} \tag{18}$$

Enfin, sous l'hypothèse  $P_{12} > 0$  on a

$$P_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^n) - (r + b) C'(bZ_\infty^c) > P_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) - (r + b) C'(bZ_\infty^c) \text{ .} \tag{19}$$

Donc par conjonction de (17), (18) et (19) on obtient  $P_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) - (r + b) C'(bZ_\infty^c) < 0$ . Or,  $P_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) - (r + b) C'(bZ_\infty^c) = -\bar{P}_1(Z_\infty^c, \bar{Z}_\infty^c) > 0$  sous l'hypothèse  $\bar{P}_1 < 0$ . Contradiction. *QED.*

**Lemme 3 :** *sous les hypothèses  $\bar{P}_1(., .) < 0, P_2(., .) < 0, \text{ et } \bar{P}_{21}(., .) > 0, P_{12}(., .) > 0,$  pour tout équilibre de Nash le joueur 1 ne peut surinvestir si l'autre joueur sous-investit.*

Démonstration : il faut établir

$$\text{Non}[Z_\infty^n > Z_\infty^c \text{ et } \bar{Z}_\infty^n \leq \bar{Z}_\infty^c] \text{ .}$$

La démonstration de ce lemme est symétrique à celle du lemme 2 et peut être laissée au lecteur.

## C. DÉMONSTRATION DE LA PROPOSITION 3

La première partie de la proposition a déjà été démontrée dans le lemme 1 de la proposition 2.

La seconde partie de la proposition s'obtient à partir d'un exemple quadratique dans lequel les produits nets courants des collectivités sont les suivants :

$$P(Z, \bar{Z}) - C(Q) = Z(a - Z - \bar{Z}) - \frac{c}{2} Q^2$$

$$\text{et } \bar{P}(Z, \bar{Z}) - C(\bar{Q}) = \bar{Z}(a - Z - \bar{Z}) - \frac{\bar{c}}{2} \bar{Q}^2 .$$

Pour obtenir l'équilibre de Nash stationnaire, utilisons le système (SN) qui donne ici :

$$\begin{cases} b(r+b)cZ = a - 2Z - \bar{Z} \\ \text{et } b(r+b)\bar{c}\bar{Z} = a - 2\bar{Z} - Z . \end{cases}$$

Posons :

$$\gamma = b(r+b)c$$

$$\text{et } \bar{\gamma} = b(r+b)\bar{c} .$$

L'équilibre de Nash stationnaire est :

$$Z_{\infty}^n = \frac{a(\bar{\gamma}+1)}{(\gamma+2)(\bar{\gamma}+2)-1}$$

$$\text{et } \bar{Z}_{\infty}^n = \frac{a(\gamma+1)}{(\gamma+2)(\bar{\gamma}+2)-1} .$$

Pour obtenir la solution centralisée utilisons le système (SC) qui s'énonce ici :

$$\begin{cases} \gamma Z = a - 2Z - 2\bar{Z} \\ \text{et } \bar{\gamma} \bar{Z} = a - 2\bar{Z} - 2Z . \end{cases}$$

La résolution de ce système donne :

$$Z_{\infty}^c = \frac{a\bar{\gamma}}{(\gamma+2)(\bar{\gamma}+2)-4}$$

$$\text{et } \bar{Z}_{\infty}^c = \frac{a\gamma}{(\gamma+2)(\bar{\gamma}+2)-4} .$$

Dans le cas symétrique  $c = \bar{c}$ , ce qui permet de vérifier que

$$Z_{\infty}^n = \bar{Z}_{\infty}^n = \frac{a}{\gamma + 3} > Z_{\infty}^c = \bar{Z}_{\infty}^c = \frac{a}{\gamma + 4} .$$

Dans ce problème avec externalités négatives les deux collectivités surinvestissent.

Dans le cas non symétrique, pour avoir sous-investissement de la seconde collectivité (par exemple) il faut que :

$$\bar{Z}_{\infty}^n = \frac{a(\gamma + 1)}{(\gamma + 2)(\bar{\gamma} + 2) - 1} < \bar{Z}_{\infty}^c = \frac{a\bar{\gamma}}{(\gamma + 2)(\bar{\gamma} + 2) - 4} ,$$

ce qui conduit à la condition sur les paramètres :

$$\bar{\gamma} < \frac{\gamma}{(\gamma + 2)} .$$

On vérifie aisément que cette dernière condition implique aussi le surinvestissement de la première collectivité. En effet si :

$$Z_{\infty}^n = \frac{a(\bar{\gamma} + 1)}{(\gamma + 2)(\bar{\gamma} + 2) - 1} > Z_{\infty}^c = \frac{a\bar{\gamma}}{(\gamma + 2)(\bar{\gamma} + 2) - 4} ,$$

alors

$$\gamma > \frac{\bar{\gamma}}{(\bar{\gamma} + 2)} ,$$

ce qui est toujours vérifié pour les configurations de paramètres plausibles telles que :

$$\frac{\bar{\gamma}}{(\bar{\gamma} + 2)} < \bar{\gamma} < \frac{\gamma}{(\gamma + 2)} < \gamma .$$

*Q.E.D.*

## BIBLIOGRAPHIE

- ARROW, K. J. et M. KURZ (1970), *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Johns Hopkins Press, Baltimore.
- ASCHAUER, D.A. (1989a), « Is Public Expenditure Productive? », *Journal of Monetary Economics*, 23(2) : 177-200.
- ASCHAUER, D.A. (1989b), « Public Investment and Productivity Growth in the Group of Seven », *Economic Perspectives*, 13(5) : 17-25.
- ASCHAUER, D.A. (1989c), « Does Public Capital Crowd Out Private Capital? », *Journal of Monetary Economics*, 24(2) : 171-188.
- ASCHAUER, D.A. (2000), « Do States Optimize? Public Capital and Economic Growth. », *Annals of Regional Science*, 34(3) : 343-363.
- BASAR, T. et G.J. OLSDER (1995), « *Dynamic Noncooperative Game Theory* », Second edition. Academic Press, Ltd., London.
- BERNDT, E.R. et B. HANSSON (1992), « Measuring the Contribution of Public Infrastructures Capital in Sweden », *Scandinavian Journal of Economics*, supplément : S151-S168.
- BULOW, J., J. GEANAKOLPOS et P. KEMPLERER (1985), « Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements », *Journal of Political Economy*, 93 : 488-511.
- BUTTON, K. (1998), « Infrastructure Investment, Endogenous Growth and Economic Convergence », *Annals of Regional Science*, 32(1) : 145-162.
- COOPER, R. et A. JOHN (1988), « Coordinating Coordination Failures in Keynesian Models », *Quarterly Journal of Economics*, 103 : 441-463.
- CRIFIELD, J.B. et M.P.H. PANGGABEAN (1996), « The Long-Run Economic Impacts of Federal, State, and Local Fiscal Policies in Metropolitan Areas », *Journal of Regional Science*, 36(2) : 197-215.
- FERSHTMAN, C. et E. MULLER (1984), « Capital Accumulation Game of Infinite Duration », *Journal of Economic Theory*, 33 : 322-339.
- FIGUÈRES, C., P. GARDÈRES, P. MICHEL et F. RYCHEN (1999a), « The Dynamics of the Strategic Capital Accumulation », *Annals of Operation Research*, 88 : 291-307.
- FIGUÈRES, C. (1999b), « Complementarity, Substitutability and the Strategic Accumulation of Capital », à paraître dans *International Game Theory Review*.
- FIGUÈRES, C. (2000), « Dynamic Concepts of Interactions in Long Run Investment Games », Dt, Greqam 00A01.
- GLOMM, G. et B. RAVIKUMAR (1994), « Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model », *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18 : 1 173-1 188.
- GLOMM, G. et B. RAVIKUMAR (1997), « Productive Government Expenditures and Long-run Growth », *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21 : 183-204.

- GRAMLICH, E.M (1994), « Infrastructure Investment: A Review Essay », *Journal of Economic Literature*, 32 : 1 176-1 196.
- HANSEN, N. (1965), « Unbalanced Growth and Regional Development », *Western Economic Journal*, 4 : 3-14.
- HARDIN, G. (1968), « The Tragedy of the Commons », *Science*, 162 : 1 243-1 248.
- HOLTZ-EAKIN, D. (1993), « State-Specific Estimates of State and Local Government Capital », *Regional Science and Urban Economics*, 23 : 185-209.
- HOLTZ-EAKIN, D. et A. E. SCHWARTZ (1995), « Spatial Productivity Spillovers from Public Infrastructures: Evidence from State Highways », *International Tax and Public Finance*, 2(3) : 459-468.
- HOLTZ-EAKIN, D. et A. E. SCHWARTZ (1995), « Infrastructure in a Structural Model of Economic Growth », *Regional Science and Urban Economics*, 25(2) : 131-151.
- HULTEN, C. R. et R. M. SCHWAB (1997), « A Fiscal Federalism Approach to Infrastructure Policy », *Regional Science and Urban Economics*, 27 : 139-159.
- KELEJIAN, H.H. et D.P. ROBINSON (1997), « Infrastructure Productivity Estimation and Its Underlying Econometric Specification: a Sensitivity Analysis », *Papers in Regional Science*, 76(1) : 115-131.
- MORRISON, C. et A.E. SCHWARTZ (1994), « Distinguishing External from Internal Effects: the Case of Public Infrastructure », *Journal of Productivity Analysis*, 5(3) : 249-270.
- MORRISON, C. et A.E. SCHWARTZ (1996a), « Public Infrastructure, Private Input Demand, and Economic Performance in New England Manufacturing », *Journal of Business and Economic Statistics*, 14(1) : 91-101.
- MORRISON, C. et A.E. SCHWARTZ (1996b), « State Infrastructure and Productive Performance », *American Economic Review*, 86(5) : 1 095-1 111.
- MUNNELL, A.H. (1990), « How Does Public Infrastructure Affect Regional Economic Performance? », *New England Economic Review (Federal Reserve Bank of Boston)*, Sept.-Oct. : 11-32.
- MUNNELL, A.H. (1992), « Infrastructure Investment and Economic Growth », *Journal of Economic Perspectives*, 6 : 189-198.
- REINGANUM, J. F. et N. L. STOKEY (1991) « Oligopoly Extraction of a Common Property Natural Resource: The Importance of the Period of Commitment in Dynamic Games », *International Economic Review*, 26(1) : 473-481.
- RYCHEN, F.(1998), « Infrastructures et développement économique local », Thèse de Doctorat nouveau régime, Université d'Aix-Marseille II, Greqam.
- SHAH, A. (1992), « Dynamics of Public Infrastructures, Industrial Productivity and Profitability », *Review of Economics and Statistics*, 74 : 28-36.
- TATOM, J. A. (1991), « Should Government Spending on Capital Goods be Raised? », *Review of the Federal Reserve Bank of St-Louis*, 73 : 3-15.
- TAYLOR, L. (1991), « Building Infrastructures to Accommodate Growth », *Eastern Economic Journal*, 17(4) : 473-81.



- TAYLOR, L. (1992), « Infrastructural Competition among Jurisdictions. », *Journal of Public Economics*, 49(2) : 241-259.
- TIROLE, J. (1993), *Théorie de l'organisation industrielle*, Economica, Paris.
- U. S. CONGRESSIONAL BUDGET OFFICE (1983), *Public Works Infrastructure : Policy Considerations for the 1980s*, Washington, DC : U.S. GPO.
- U. S. CONGRESSIONAL BUDGET OFFICE (1988), *New Directions for the Nation's Public Works*, Washington, DC : U.S. GPO.
- WILDASIN, D. E. (1988), « Nash Equilibria in Models of Fiscal Competition », *Journal of Public Economics*, 35 : 229-240.
- WILDASIN, D. E. (1991), « Some Rudimentary Duopoly Theory », *Regional Science and Urban Economics*, 21 : 393-421.
- ZODROW, G. R. et P.M. MIESZKOWSKY (1986), « Pigou, Property Taxation and the Under-provision of Local Public Goods », *Journal of Urban Economics*, 19 : 356-370.