Philosophiques

Jean-Pierre Belna, *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege*, Paris, Vrin (coll. « Mathesis »), 1996, 376 p.

Yvon Gauthier

Volume 25, Number 1, Spring 1998

URI: https://id.erudit.org/iderudit/027477ar
DOI: https://doi.org/10.7202/027477ar

See table of contents

Publisher(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (print)
1492-1391 (digital)

Explore this journal

Cite this review

Gauthier, Y. (1998). Review of [Jean-Pierre Belna, *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege*, Paris, Vrin (coll. « Mathesis »), 1996, 376 p.] *Philosophiques*, *25*(1), 126–127. https://doi.org/10.7202/027477ar

Jean-Pierre Belna, *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege,* Paris, Vrin (coll. « Mathesis »), 1996, 376 p.

Cet ouvrage, issu d'une thèse de doctorat, peut être vu comme un volume compagnon ou complémentaire au recueil de F. Rivenc et P. de Rouilhan, *Logique et fondements des mathématiques. Anthologie* (1850-1914), Payot, Paris, 1992. Il en rajoute puisque l'A. propose de nouvelles traductions de Frege, quelques pages du tome II des *Grundgesetze der Arithmetik* et, en annexe, la traduction de la préface et de l'introduction de ces mêmes *Grundgesetze* (p. 315-344). Il s'agit, en effet, d'un commentaire scolaire des textes de Dedekind, Cantor et Frege dans une perspective acritique qui donne préséance à la reconstitution historique plutôt qu'à l'évaluation fondationnelle des acquis de la recherche. Peu de cas est fait des travaux contemporains et à part quelques références hâtives à Dummett, Kitcher ou Weiner pour Frege, on ne trouvera guère d'échos de la recherche actuelle sur la philosophie de la logique et des mathématiques dans le monde anglo-saxon et à peine davantage sur les (rares) travaux actuels en langue française. L'ouvrage d'un M. Hallett, par exemple, sur *Cantorian set theory and limitation of size* (Oxford, Clarendon Press, 1984) est totalement ignoré et on peut se demander si le projet de l'A. visait autre chose que la restitution historique d'une trinité pourtant en désaccord sur la notion de nombre.

De la constellation Dedekind, Cantor, Frege, l'A. exclut d'emblée Kronecker dont il nous dit qu'il lui servira de « contre-référence (sic) avec son opposition farouche à l'infini actuel » (p. 20). Peano et Russell sont aussi exclus, pour d'autres raisons. Ici encore l'A. fait preuve de peu d'originalité et il se contentera de répéter les inanités qu'une tradition d'ignorance a accumulées à propos de Kronecker. S'il note au passage que Cantor remercie Kronecker de son aide – plutôt deux fois qu'une, comme omet de le souligner l'A. –, il ne nous dit pas en quoi cette aide consistait, mais suppose qu'à l'époque les deux mathématiciens sont encore en bons termes (p. 102). Or, il importe de dire que la remarque de Kronecker communiquée verbalement à son élève Cantor visait l'arithmétisation de la preuve que Cantor avait donnée de la représentation canonique d'une fonction à variables réelles par une série trigonométrique : il s'agissait simplement de remplacer un argument x de valeur réelle par deux expressions arithmétiques $y + x$ et $y - x$ où y est une constante pour obtenir l'annulation des coefficients $\lim c_n = 0$ dans la formule

$$\lim (c_n \sin nx) = 0 \text{ pour } n \to \infty$$

(voir G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen,* hrsg. v., E. Zermelo, Georg Olms, Hildesheim, 1966, p. 84-91).

Malgré ces défauts et ces omissions, l'ouvrage peut prétendre au statut d'une introduction à la lecture de la triade Dedekind-Cantor-Frege. On sent que l'A. a fourni plus d'efforts dans la compréhension de Frege, aidé en cela par les travaux de chercheurs français comme J. Largeault, P. de Rouilhan et C. Imbert qui signe la préface de l'ouvrage. Pour Cantor, l'A. s'en remet essentiellement à Cavaillès et pour Dedekind, à P. Dugac. Toujours prudent, l'A. ne tente pas d'interprétation personnelle et s'il reste sur ses gardes philosophiques, il n'avance guère de visées fondationnelles sur le concept de nombre en mathématiques, se limitant aux *Abschattungen* ou ombrages du nombre que l'analyse de Largeault lui a suggérés. Un mathématicien plus exigeant lui rappellerait qu'une véritable fondation de la notion de nombre se trouve chez Kronecker, non pas tant dans le texte « Ueber den Zahlbegriff » trop souvent cité et trop mal lu, mais dans les *Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Grössen* ou *Fondements d'une théorie arithmétique des grandeurs algébriques* de 1882 qui passent à juste titre comme le texte fondateur de la théorie (algorithmique) des nombres. Cette théorie constructiviste du nombre aurait pu fournir le fondement unitaire du nombre dont parle l'A., eût-il jugé bon de l'étudier. On ne lui tiendra pas rigueur d'une telle carence dans un ouvrage qui est destiné davantage à la lecture fidèle et au commentaire littéral qu'à l'analyse critique et à la reconstruction originale d'une problématique. On ne trouvera pas de fautes majeures ou d'erreurs grossières dans un travail qui n'a pas, selon toute apparence, d'autres prétentions que le compte rendu analytique d'une syzygie historique, celle de Dedekind-Cantor-Frege.

Yvon Gauthier

Département de philosophie
Université de Montréal