

LA TITRISATION DU RISQUE DE CATASTROPHE

Karim Mimouni

Volume 70, Number 2, 2002

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/1106136ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/1106136ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (print)

2817-3465 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Mimouni, K. (2002). LA TITRISATION DU RISQUE DE CATASTROPHE. *Assurances*, 70(2), 263–293. <https://doi.org/10.7202/1106136ar>

Article abstract

This article explores the manner in which the assignment of risks associated with catastrophic events has evolved since the 1990s in the United States. In this regard, we discuss the conditions which have favoured the development of insurance and reinsurance markets and present a few structures which have emerged on the American market.

In implementing those structures, insurers quickly realized that these instruments were difficult to evaluate because of such things as the ambiguity of the factors affecting risk premiums. In this text, we borrow a simple model from Froot and Posner (2000) who adopt a portfolio approach to introduce the impact of uncertainty regarding the possibility of catastrophic events. Finally, we study the impact of certain events like those of September 11, 2001 on risk-management practices in the insurance sector.

LA TITRISATION DU RISQUE DE CATASTROPHE

par Karim Mimouni

RÉSUMÉ

Cet article explore l'évolution de la titrisation des risques de catastrophe depuis les années 1990 aux États-Unis. À cet égard, nous discutons des conditions qui ont favorisé le développement des marchés d'assurance et de réassurance et nous présentons quelques structures qui ont émergé sur le marché américain.

Dans l'implémentation de ces structures, les assureurs se sont vite rendu compte que ces instruments étaient difficiles à évaluer à cause, entre autres, de l'ambiguïté des facteurs qui affectent les primes de risque. Nous reprenons, dans ce texte, un modèle simple de Froot et Posner (2000), qui adoptent une approche portefeuille pour introduire l'impact de l'incertitude sur les possibilités de catastrophe. Finalement, nous étudions l'impact de certains événements comme ceux du 11 septembre 2001 sur les pratiques de gestion des risques dans le secteur de l'assurance.

ABSTRACT

This article explores the manner in which the assignment of risks associated with catastrophic events has evolved since the 1990s in the United States. In this regard, we discuss the conditions which have favoured the development of insurance and reinsurance markets and present a few structures which have emerged on the American market.

In implementing those structures, insurers quickly realized that these instruments were difficult to evaluate because of such things as the ambiguity of the factors affecting risk premiums. In this text, we borrow a simple model from Froot and Posner (2000) who adopt a portfolio approach to introduce the impact of uncertainty regarding the possibility of catastrophic events. Finally, we study the impact of certain events like those of September 11, 2001 on risk-management practices in the insurance sector.

L'auteur :

Karim Mimouni est étudiant au programme de M.Sc en finance à l'École des Hautes Études Commerciales.

Il remercie la Chaire de gestion des risques pour son support financier et Georges Dionne pour ses commentaires.

■ INTRODUCTION

Les marchés financiers ont su intégrer un certain nombre de risques, tel que le risque de contrepartie, pour les répartir entre plusieurs acteurs et ceci, grâce au phénomène de titrisation.

Aujourd'hui, les marchés financiers ont un grand défi à relever : titriser le risque de catastrophe. En effet, l'occurrence d'événements extrêmes a toujours alimenté les angoisses des particuliers qui peuvent être leurs victimes et des assureurs qui peuvent se voir obligés de payer des indemnités excessives et difficiles à estimer.

L'histoire montre que les catastrophes naturelles, par exemple, détruisent les infrastructures routières, les bâtiments, etc.; mais ces événements fragilisent également le système financier par les nombreuses faillites qu'ils peuvent provoquer dans le secteur de l'assurance.

La titrisation de ce genre de risques a donc été une priorité des autorités fédérales aux États-Unis, marché auquel nous allons nous intéresser dans cet article. En outre, l'ouragan Andrew et le tremblement de terre Northridge ont accéléré ce processus entraînant une flambée des produits dérivés qui se transigent sur le marché et dont le sous-jacent est un risque de catastrophe.

Dans une première partie, nous allons faire un survol de ces instruments en ayant recours à des exemples d'émissions de titres liés aux catastrophes sur le marché américain. Puis, dans une seconde étape, on démontrera, à l'aide d'un modèle simple, les difficultés relatives à l'évaluation de ces produits, en adoptant une approche portefeuille.

Finalement, nous analyserons les conséquences concrètes d'événements comme celui du 11 septembre 2001 sur la gestion des risques.

■ LA TITRISATION DU RISQUE DE CATASTROPHE ET LES INSTRUMENTS DE COUVERTURE

Le risque de catastrophe est celui rattaché à l'occurrence d'événements extrêmes, tels les incendies, les désastres naturels et industriels, les dégâts suite à des actes terroristes, etc.

Depuis 1992, les banques d'investissement, ainsi que les compagnies d'assurance et de réassurance, ont présenté sur les marchés le risque de catastrophe comme la nouvelle classe d'actifs prête pour la titrisation.

Jusqu'en 1996, ces prédictions ne se sont pas cependant réalisées. La plupart des titres conçus par les structures d'assurance ont échoué à atteindre le marché et celles qui ont réussi à le faire ne rencontraient pas de demande porteuse.

En 1998, le marché a connu une renaissance avec le succès de certaines formules jugées plus adaptées par les intervenants sur les marchés financiers. Deux affaires ont été largement médiatisées après avoir connu un essor remarquable : les USAA, aux États-Unis, avec 344 millions de dollars et les bons de catastrophe émis par Swiss Re pour un montant de 137 millions. Ces transactions ont nourri de nouveau les espoirs des institutions bancaires et poussé les assureurs à chercher d'autres produits pour financer le risque de catastrophe à moindre coût et, surtout, afin de trouver un véhicule permettant de diluer au maximum le risque entre les investisseurs.

Cette section s'intéresse à l'évolution de ces véhicules comme moyen de financer et de transférer le risque de catastrophe dans les marchés financiers. On commencera par présenter les forces qui ont poussé à la jonction entre le secteur d'assurance initialement financé par des participations directes et les marchés financiers. On analysera ensuite le rôle des structures utilisées pour diversifier le risque et on présentera quelques instruments ayant des *payoffs* liés aux désastres.

Les facteurs en faveur du marché

Il y a essentiellement deux facteurs : une augmentation de la fréquence des catastrophes et des désastres et une perturbation des marchés primaire et secondaire.

L'augmentation de la fréquence des catastrophes

- Les pertes qui ont fait l'objet d'une assurance aux États-Unis sur la période 1989-1995 étaient de l'ordre de 75 milliards de dollars en termes réels, ce qui représente plus que cinq fois la moyenne des pertes assurées durant les quatre décennies précédentes.
- Les pertes combinées suite à l'ouragan Andrew et au séisme Northridge ont totalisé à elles seules 40 milliards de dollars.

- L'augmentation des pertes sur les contrats d'assurance est due à une fréquence cyclique plus importante des désastres naturels et à une hausse des pertes sur chaque contrat, suite à des catastrophes de plus en plus sévères. Le tableau suivant donne les pertes dues à des catastrophes naturelles et industrielles aux États-Unis entre 1950 et 1995.

Événement	Date	Perte subie en milliards de \$
Hurricane Andrew	1992-08-24	18,4
Northridge Earthquake	1994-01-17	12,5
Northeast Winter Storm	1950-11-24	11,8
Hurricane Carol	1954-08-30	6,8
Hurricane Hugo	1989-09-17	6,3
Hurricane Hazel	1954-10-15	5,2
Hurricane Betsy	1965-09-07	4,6
Hurricane Cecilia	1970-08-03	3
Hurricane Donna	1960-09-09	2,5
California Fires	1991-10-20	2,3

Les pertes globales liées aux désastres naturels ont suivi la même tendance. Selon l'étude de la compagnie de réassurance Munich Re, le nombre des grandes catastrophes durant les dix dernières années a quadruplé par rapport à 1960. En fait, durant la dernière décennie, les pertes économiques en termes réels étaient huit fois plus élevées et celles qui faisaient l'objet d'une assurance étaient 15 fois plus élevées (Aldred, 1997).

Des perturbations dans les marchés primaire et secondaire

L'augmentation des pertes dans l'industrie de l'assurance des désastres et la reconnaissance d'une surexposition continue au risque ont créé de sérieuses perturbations dans l'industrie.

- Face à une flambée brusque de l'exposition aux désastres, les compagnies d'assurance ont constaté une augmentation sans précédent des taux d'assurance dans plusieurs régions aux

États-Unis. En même temps, et pour contrôler le risque inhérent, ces compagnies ont dû restreindre le nombre de nouvelles polices offertes et, dans plusieurs cas, elles étaient même réticentes à renouveler certains contrats.

- Concernés par l'impact sur les consommateurs, les organismes gouvernementaux ont fait pression pour contrôler l'augmentation des taux des compagnies d'assurance et empêcher qu'elles se désengagent de certains États jugés à haut risque, tels que la Floride et la Californie.

Avec cette situation de méfiance sur le marché primaire de l'assurance, les taux de réassurance ont rapidement augmenté, en réponse à la surexposition de l'industrie. Cependant, cette explosion du marché secondaire de réassurance a excédé de loin la demande et a mis des tensions considérables sur les contrats implicites de long terme négociés entre les compagnies d'assurance et de réassurance (Lewis et Murdock 1997b). Ceci a eu comme conséquence un effort de plus en plus important des compagnies d'assurance afin de trouver un nouveau moyen de financement plus flexible et, surtout, bon marché.

Le financement des risques de perte humaine et matérielle

Dans un monde idéal où l'information est disponible, un individu peut acheter directement certains actifs financiers qui paient le détenteur un certain montant en cas de réalisation d'un désastre et qui ne paient rien dans le cas contraire, sans être obligé de dépenser de l'argent pour l'acquérir. Mais, une fois ces hypothèses de marchés parfaits lâchées, ce même individu aurait probablement de la difficulté à diversifier son risque dans une économie où il y a des coûts de transaction.

Ainsi, le rôle des intermédiaires financiers comme réducteurs de ce genre de coûts devient crucial. Aujourd'hui, il y a deux possibilités d'intermédiation dans les marchés financiers : l'achat d'assurance et la gestion de titres et d'actifs financiers.

On peut assumer, à un certain point, que les marchés financiers aux États-Unis sont efficaces du moment qu'ils sont très liquides, qu'ils incorporent rapidement toute nouvelle information dans leurs prix et qu'ils ont relativement des coûts de transaction bas.

Cependant, dès qu'on suppose l'existence de coûts de transaction, même faibles, les intermédiaires financiers deviennent incontournables. Leur rôle est de fournir aux investisseurs des instruments

qui ne peuvent pas être directement transigés sur le marché et ceci à cause de la présence d'une asymétrie d'information à leur égard, ce qui nécessite la recherche, le contrôle et l'évaluation des risques individuels.

Les intermédiaires financiers vendent ce genre d'instruments, agrègent leurs positions, donc leurs expositions nettes, et se tournent vers les marchés secondaires pour couvrir le risque auquel ils s'exposent.

Ainsi, l'intermédiation sert de pont entre le marché tel qu'il est organisé et les besoins des investisseurs. En plus, elle permet de minimiser les distorsions créées par les coûts de transaction et elle accomplit une allocation plus efficace des ressources dans l'économie. La convergence de ces deux mécanismes, ainsi que leurs avantages et inconvénients, sont plus apparents, comme on va le voir, dans le financement des risques de perte humaine et matérielle.

Dans le financement des risques de perte humaine et matérielle, les compagnies d'assurance constituent le principal intermédiaire dans l'économie américaine. Les individus qui vivent dans des zones à haut risque achètent de l'assurance. En répondant aux besoins de ces individus, ces compagnies acceptent de supporter une part du risque du détenteur de l'assurance en cas de désastre en contrepartie d'une prime versée tout au long de la vie du contrat. Après avoir accumulé toutes les positions, les compagnies d'assurance procèdent à leur agrégation et obtiennent ainsi leur risque net ou leur exposition réelle.

Rendu à ce niveau, l'étape suivante consiste à essayer d'atténuer ce risque et à le gérer. Ainsi, les compagnies d'assurance servent à identifier, gérer, évaluer et contrôler les risques individuels afin de réduire les coûts de transaction : elles font donc de l'intermédiation financière.

Malheureusement, les assureurs ne peuvent pas diversifier tous les risques contenus dans leurs portefeuilles, surtout dans le cas de risques idiosyncratiques, comme ceux liés aux désastres et aux catastrophes, là où la diversification doit s'étaler dans le temps. C'est pour cette raison que les compagnies d'assurance doivent financer tout risque net résiduel en achetant de la réassurance ou en intervenant sur les marchés des actions et des obligations.

Historiquement, la réassurance a joué un rôle important comme source de capital pour les compagnies d'assurance locales et régionales aux États-Unis et dans le monde. Ainsi, elle avait un rôle dominant dans l'élargissement de l'étendue du marché primaire.

Son principal avantage est de permettre une meilleure diversification dans l'espace à travers l'agrégation (*pooling*) des différentes positions, mais cette diversification a lieu dans le temps également à travers le maintien de relations de long terme (contrats implicites) avec les compagnies d'assurance.

Cependant, vu la limite de leur propre capacité d'endettement, même les compagnies de réassurance n'ont parfois pas la capacité adéquate pour diversifier temporellement les pertes suite à d'importants désastres. Elles doivent donc se tourner vers les marchés financiers afin de couvrir leurs expositions résiduelles.

Le développement du marché des titres liés aux catastrophes

La tentation de trouver une autre source de financement à travers l'émission de titres et de produits dérivés ayant des *payoffs* liés aux désastres était très forte pour les compagnies d'assurance et de réassurance. En effet, si certains désastres, comme le tremblement de terre Northridge ou l'ouragan Andrew, étaient financés par les marchés financiers, les pertes occasionnées seraient intégrées dans la volatilité. En plus, après l'augmentation des taux de réassurance qui a suivi l'ouragan Andrew, les assureurs ont vu dans les marchés financiers une source de financement possiblement moins coûteuse.

D'un autre côté, les titres rattachés aux catastrophes étaient considérés comme avantageux pour les investisseurs institutionnels, puisqu'ils offraient la possibilité d'une meilleure diversification en permettant d'avoir des titres non redondants dans le portefeuille avec un rendement peu corrélé avec celui des actions et des obligations traditionnelles (Litzenberg et al., 1996). En plus, l'examen du marché de réassurance permet de constater qu'il y a un potentiel élevé des rendements associés à ce genre d'actifs. Une étude entreprise par J.P. Morgan a conclu que même si les rendements des investissements dans le marché de réassurance étaient reconnus comme très volatils, l'espérance du rendement était de l'ordre de 18 à 22 % par année, ce qui dépassait de loin ceux réalisés sur les marchés d'actions et d'obligations traditionnelles pour la même période (English, 1996).

Avant l'avènement des obligations liées aux risques de catastrophe, la seule possibilité pour un investisseur de détenir une position dans les risques catastrophiques était à travers la participation au capital d'une compagnie d'assurance ou de réassurance. Avec des taux de réassurance qui avaient doublé entre 1989 et 1995, plusieurs investisseurs ont continué à injecter de l'argent neuf dans l'indus-

trie à travers les participations directes aux capitaux de ces compagnies. Cependant, une telle pratique supposait que les investisseurs devaient, en plus du risque de catastrophe, supporter tous les risques liés au fonctionnement de l'entreprise, tel celui de l'insolvabilité. Les investisseurs exigeaient donc un rendement plus élevé. Le résultat était une tendance générale des compagnies d'assurance et de réassurance à la recherche de sources de financement moins coûteuses, notamment la titrisation.

Encore à cette époque, plusieurs énigmes restaient à résoudre : étant donné le cadre fiscal dans lequel fonctionnait l'économie, est-ce que les nouvelles structures introduites dans le marché pouvaient concurrencer la réassurance traditionnelle ? Est-ce que les investisseurs trouveraient un certain confort nécessaire au développement du marché avec les méthodes d'évaluation proposées ? Les assureurs utiliseront-ils les structures d'évaluation basées sur les indices de catastrophes et, si non, est-ce que les investisseurs accepteront les niveaux spécifiques définis par les compagnies d'assurance ? Enfin, puisque la création de titres rattachés aux catastrophes nécessite une couverture à 100 %, est-ce que les CAT bonds seront compétitifs avec un levier important offert par la réassurance traditionnelle ?

Pour répondre à ces questions, trois structures de base ont émergé dans le marché des titres liés aux catastrophes.

Les Contingent Surplus Notes

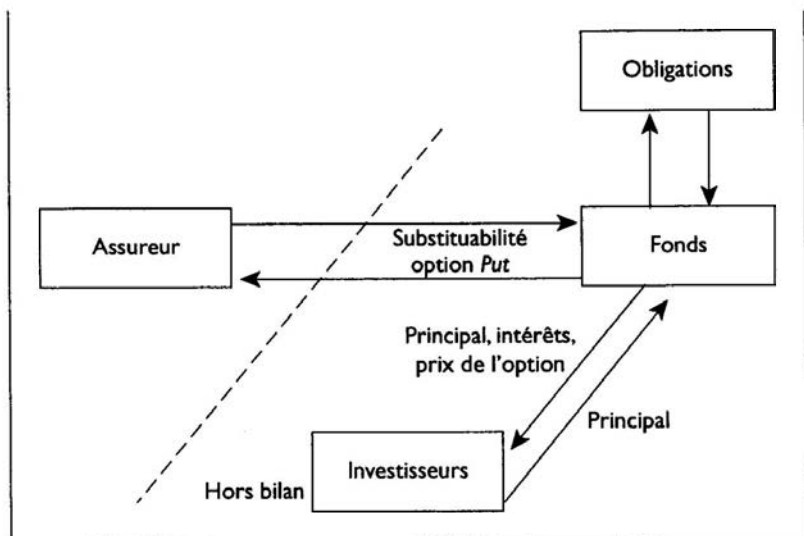
Avant même que l'ouragan Andrew n'ait frappé la côte Est de la Floride, les assureurs étaient en train d'examiner la faisabilité de la titrisation de ce genre de risque. En effet, AIG et Merrill Lynch ont travaillé sur une structure non réussie de près de 100 millions de dollars pendant la première période de l'année 1992 (Lane, 1996). Mais la perturbation induite dans le marché, suite à l'ouragan Andrew, a poussé les assureurs à concentrer leurs efforts dans le développement de solutions basées sur les marchés afin de financer le risque de désastre. La plupart de ces efforts ont été concentrés sur le Contingent Surplus Note Structure.

Grâce à ce véhicule, les investisseurs placent leur argent dans un fonds qui émet en contrepartie des titres à coupons. Afin de protéger le principal des investisseurs, le fonds est initialement couvert par des obligations de court terme. Cependant, une caractéristique importante de cette dette contingente est que l'assureur a l'option, en échange d'une prime plus grande pour les investisseurs, de remplacer les obligations par des Surplus Notes à tout moment durant

la longueur de vie de la transaction. Les Surplus Notes consistent à emprunter de l'argent par une compagnie d'assurance pour laquelle il n'y a pas de dette enregistrée dans le bilan de la société ciblée.

Alors que cette pratique est certainement avantageuse pour l'assureur, elle requiert cependant, dans la majorité des États américains, une approbation par l'autorité en place avant qu'un paiement du principal et intérêts ne soit effectué.

FIGURE I
CAPITAL CONTINGENT



En août 1995, la compagnie d'assurance Nationwide a émis 400 millions de dollars de Contingent Notes à travers un fonds spécial : Nationwide Contingent Surplus Notes (CSN) Trust (Niedieski, 1997).

Au lieu d'acheter des Surplus Notes de Nationwide, les investisseurs achetaient des obligations émises directement par le fonds. Les revenus de cette vente étaient ensuite placés dans des obligations de dix ans et les investisseurs recevaient des coupons de 220 points de base au-dessus du rendement obligataire.

De plus, dans ces titres, se trouve également incluse une option de substituabilité en faveur de l'assureur. En effet, étant donné un événement prédéfini, Nationwide pouvait substituer jusqu'à 400 millions de dollars de Surplus Notes aux obligations à n'importe quel moment, durant une période de 10 ans.

En utilisant ce genre de structure, les assureurs étaient capables de trouver une source stable de financement en cas de désastre et une grande flexibilité dans le financement de leurs dettes. L'objectif de Nationwide était, bien évidemment, d'obtenir une couverture initialement non offerte sur le marché de réassurance et ce, à un prix plus faible. Cependant, la structure montée par l'assureur lui a permis d'atteindre le premier objectif mais pas le second, puisque l'actif a été évalué à 250-300 points de base au-dessus du rendement obligataire, offrant à Nationwide une petite économie en comparaison avec le marché traditionnel de réassurance.

Les bons de catastrophe (les CAT bonds)

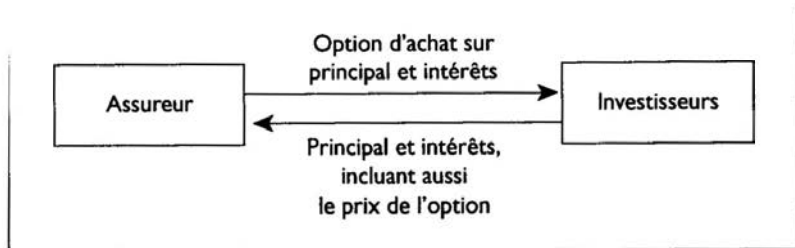
Malgré tout l'intérêt porté au développement d'un marché actif pour les titres rattachés à l'assurance des risques extrêmes, seuls les Surplus Notes émises par Nationwide et quelques autres titres ont été fermés avec succès avant 1996. Les assureurs ont rapidement compris que l'incertitude concernant ce genre de risque, le manque de données, l'absence de standardisation dans la mesure de l'exposition aux désastres et l'absence d'une structure institutionnelle pour les titres ayant des payoffs rattachés à l'occurrence des désastres constituent probablement les facteurs essentiels qui ont empêché le développement de ce marché. En plus, plusieurs experts croient que le désir des assureurs de trouver une réassurance en dehors du système traditionnel se dissipait rapidement lorsque le marché de réassurance offrait des avantages plus souples et lorsque la demande pour la réassurance s'affaiblissait.

Malgré tous ces problèmes, 1996 était considérée comme une année de course pour établir la première titrisation réussie du risque de catastrophe : les CAT bonds.

Dans sa structure la plus générale, les investisseurs achètent des obligations d'un assureur en contrepartie d'un intérêt nominal qui représente une compensation pour l'utilisation de leurs fonds et pour la vente d'une option implicite à l'assureur qui lui donne le droit de réduire leur rendement si jamais un désastre prédéterminé se produisait.

Dans l'implémentation d'une telle structure, les assureurs, ainsi que les investisseurs, préfèrent généralement faire participer une troisième partie au contrat : il s'agit du Special Purpose Reinsurer (SPR). Pour les assureurs, la présence d'un SPR lui permet de bénéficier d'avantages comptables et d'économies d'impôt, alors que pour les investisseurs, un SPR permet d'isoler le risque lié à l'actif en soi du risque opérationnel de l'assureur.

FIGURE 2 UN CAT BOND PUR



Que ce soit émis à travers un SPR ou directement de l'assureur, les paiements des CAT bonds doivent être liés à un certain sous-jacent. Le sous-jacent est soit les pertes spécifiques de l'assureur, soit un indice de l'industrie ou de la catastrophe. Pour l'assureur, lier les paiements à un indice spécifique à l'entreprise permet de s'assurer d'un moyen de financement qui répond à ses besoins réels, cela peut entraîner du risque moral.

Les indices indépendants qui reflètent les pertes suite à des catastrophes présentent donc un moyen efficace afin d'éliminer le risque moral et véhiculent une meilleure information indépendante pour les investisseurs. Mais ils augmentent en même temps le risque de base de l'émetteur. Plusieurs indices ont émergé durant les dernières années, tels que le PCS et le Guy Carpenter Index.

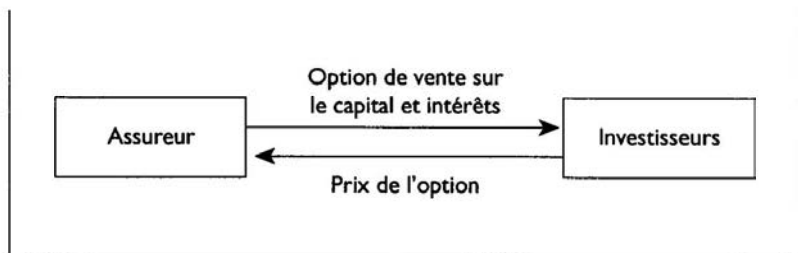
Les Contingent Equity Securities

La troisième grande source pour financer le risque de catastrophe est dans le domaine des Contingent Equity Securities. En effet, à la suite d'un grand désastre, les assureurs ont trouvé des difficultés à obtenir des nouvelles sources de financement à travers des dettes ou du capital action dans un marché où les investisseurs cherchent à connaître l'impact du désastre sur la solvabilité de l'assureur. Ainsi, sous la structure Contingent Debt, l'assureur obtient du nouveau financement à la date de l'émission en payant en contrepartie les investisseurs pour l'utilisation de leur capital et l'option de leur charger une partie des pertes à la suite d'un désastre.

Sous la structure Contingent Equity, par contre, l'assureur achète l'option d'appeler le capital souscrit par les investisseurs suite à l'occurrence d'événements prédéterminés. Ainsi, la compagnie n'a pas besoin d'émettre une nouvelle dette.

L'exemple le plus pertinent de ces structures est celui des Catastrophes Equity Puts ou CatEPuts options dont la configuration est la suivante :

FIGURE 3
CONTINGENT EQUITY CATEPUT OPTIONS



Les produits dérivés liés au risque de catastrophe

À la fin de 1992, le Chicago Board of Trade (CBOT) a lancé la première tentative de produits dérivés dont le sous-jacent est un risque de catastrophe naturelle. Dans les contrats futures et les options call-spread transigés d'habitude sur le CBOT, une couverture était offerte pour les désastres naturels qui se produisaient dans les six mois suivant l'accord du contrat.

Initialement, le CBOT a rattaché les payoffs à un indice de catastrophe établi par le Insurance Services Office (ISO). Les contrats futures et les options étaient disponibles pour cinq régions aux États-Unis.

Le ISO est basé sur les pertes de 25 compagnies représentant 23 % du total des compagnies des propriétés. La performance d'un tel indice est souvent mise en cause quand les compagnies représentatives ne reflètent pas les pertes de l'industrie. En conséquence, le CBOT a commencé à retenir d'autres indices utilisés de manière très répandue, tel le Property Claims Services (PCS) Claims.

Au printemps 1997, le Bermuda Commodities Exchange (BCE) a été établi comme le marché de swap lié aux désastres basé sur l'indice Guy Carpenter. Ces premiers produits étaient des contrats protégeant les assurés qui sont propriétaires de maisons des pertes résultant de catastrophes atmosphériques pour une période de six mois après la signature du contrat. Maintenant, ce marché connaît une forte activité et offre des couvertures et des instruments de couverture plus exotiques.

■ L'IMPACT DE L'ÉLÉMENT D'INCERTITUDE SUR L'ÉVALUATION DU RISQUE DE CATASTROPHE

Dans cette partie, on s'intéressera à l'évaluation des instruments ayant des payoffs liés aux désastres. En fait, les risques de catastrophe doivent être évalués à un degré qui couvre les chances de perte, les coûts engagés pour lancer le titre sur le marché et le profit que les investisseurs espèrent dégager. Si, par exemple, la probabilité de réalisation d'un désastre est de 1%, alors le risque sera évalué au-dessus de 1%. Alors qu'il y a unanimité sur ce fait, une divergence persiste sur la question de savoir quel doit être le niveau de la prime qui offre une compensation suffisante pour les investisseurs contre le risque de catastrophe ? Et quels sont les facteurs qui déterminent le profit, c'est-à-dire la prime supplémentaire au-delà de 1% ?

Pour certains analystes, la prime doit être faible, puisque les risques de catastrophe tendent à avoir une corrélation faible avec les rendements d'un portefeuille financier diversifié. Selon les modèles d'équilibre, cela devrait déboucher sur l'obtention d'un estimé sans biais des pertes espérées impliquant un facteur de profit quasiment nul. Cependant, cette théorie s'applique uniquement à des marchés qui ont atteint l'équilibre, de telle façon que les risques sont bien répartis entre les agents économiques, une caractéristique que les marchés de produits ayant des payoffs liés à l'occurrence des désastres n'ont certainement pas atteint.

Ainsi, les praticiens sont convaincus que ces produits doivent nécessairement offrir des primes excédentaires beaucoup plus grandes que les taux prévus par les pertes actuarielles.

Il y a cependant une grande divergence sur les déterminants de cette prime excédentaire. Pour certains, elle est fonction de la volatilité des pertes. Pour d'autres, elle dépend du troisième moment de la distribution, c'est-à-dire le coefficient d'asymétrie (*skewness*). Un autre groupe soutient que l'espérance des pertes conditionnelles à un événement particulier est la clé qui explique le niveau des rendements sur ces actifs (Morton Lane 1998). Des auteurs vont jusqu'à dire que le vrai facteur explicatif des primes est l'incertitude liée aux probabilités actuarielles.

Dans ce qui suit, on va démontrer, à l'aide d'un modèle simple élaboré par Froot et Posner (2000), que l'incertitude quant aux probabilités n'affecte pas les primes si leur estimation est non biaisée et si, en plus, elles ne sont pas corrélées avec l'événement en question.

□ Un modèle simple pour évaluer les risques de catastrophe

Le modèle qu'on va présenter va permettre de prendre en compte le paramètre d'incertitude sur l'évaluation des risques.

On suppose que l'investisseur veut maximiser l'espérance de son utilité et qu'il a le choix entre des actifs risqués dont celui liés à un désastre. Nous allons analyser comment cet investisseur évalue le risque sous différentes hypothèses concernant la distribution de ce risque et l'incertitude associée aux paramètres de la distribution.

L'approche portefeuille va permettre de comprendre comment une firme doit :

1- Évaluer un instrument dont les payoffs sont liés à l'occurrence de catastrophe sur le marché en sa qualité d'acheteuse ou de vendeuse de cet instrument.

2- Décider le montant qu'elle doit acquérir de l'instrument en question pour l'ajouter dans un portefeuille déjà existant.

On suppose également que l'investisseur peut choisir entre trois actifs dans l'économie : un actif sans risque, un portefeuille de marché composé d'actifs risqués et un titre dont le *payoff* est lié à la réalisation ou non d'une catastrophe.

On note l'actif de marché de fin de période M , où M est supposé suivre une loi lognormale :

$$\ln(M) \rightarrow N(\mu, \sigma).$$

En normalisant la valeur de début de période du portefeuille de marché à 1, alors l'espérance de rendement sur cet actif à la fin de période est :

$$E(M) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} = 1 + r + E(M_e).$$

où r est le taux d'intérêt annuel et $M_e = M - (1 + r)$ est l'excès de rendement annuel du portefeuille de marché par rapport au taux sans risque.

On suppose en plus que l'individu investit 1 dollar dans une obligation qui donne un rendement excédentaire annuel C_e qui prend une valeur s (l'écart promis) avec une probabilité $1 - P$ et $s - 1$ (la perte suite à une catastrophe) avec une probabilité P .

$$\Rightarrow E(C_e) = s - P.$$

La situation précédente peut être simplifiée en considérant une variable muette $B(P)$ qui prend 0 avec une probabilité $1 - P$ et 1 avec une probabilité P et tel que $B(P) = s - C_e$.

Le rendement stochastique sur le portefeuille composé des trois actifs est :

$$R_e = w_1 M_e + w_2 C_e, \quad (1)$$

où la proportion allouée au titre sans risque est $1 - w_1 - w_2$.

Nous avons ensuite besoin d'une pénalité pour subir le risque. Une façon très générale consisterait à maximiser l'espérance du rendement, tout en maintenant une certaine fonction de tous les autres moments de la distribution constante.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{\{w_1, w_2\}} E(R_e) \\ s.c f\left(\left(E[R_e]\right)^2, \left(E[R_e]\right)^3, \left(E[R_e]\right)^4, K\right) = \lambda \end{array} \right. \quad (2)$$

où λ est une constante.

Une condition pour résoudre l'équation (2) est de maximiser le rendement de telle façon que chacun des moments individuels soit constant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{\{w_1, w_2\}} E(R_e) \\ \left(E(R_e)\right)^2 = \lambda_2; \left(E(R_e)\right)^3 = \lambda_3; \left(E(R_e)\right)^4 = \lambda_4 \end{array} \right. \quad (3)$$

La fonction objectif dans les équations (2) et (3) est très générale. Cependant, et afin de pouvoir trouver des solutions fermées et/ou de faire parfois certaines simulations, il est nécessaire de considérer uniquement les deux premiers moments de la distribution. Ainsi, le problème reviendrait à maximiser le ratio de Sharpe, c'est-à-dire celui des rendements espérés divisés par l'écart type.

Proposition : L'excès de rendement par rapport au titre sans risque d'un actif dont le *payoff* est lié aux catastrophes à l'équilibre est nul si le risque associé à cet actif est indépendant du reste du portefeuille et si, au départ, la fraction détenue de cet actif est très faible (≈ 0).

Cette proposition est très générale et s'intéresse à l'évaluation des risques de catastrophe à l'équilibre. Ici, on considère une exposition de départ au risque de catastrophe très faible, en comparaison avec la richesse totale, de telle sorte que la fraction allouée au risque de catastrophe (CR) soit voisine de zéro. En plus, on suppose, pour

le moment, que le risque de catastrophe est indépendant des autres risques du portefeuille.

Sous ces conditions idéales, l'espérance de rendement de l'actif dont le *payoff* est lié aux catastrophes est égale à l'actif sans risque. La preuve vient du fait que des petits changements dans la proportion allouée au (CR) n'ont pas d'effet sur les moments des équations (2) et (3).

$$\begin{aligned} (E(w_1 M_e + w_2 C_e))^n &\Rightarrow \frac{d(E(w_1 M_e + w_2 C_e))^n}{dw_2} \\ &= n(E(w_1 M_e + w_2 C_e) C_e)^{n-1}. \end{aligned}$$

Or,

$$w_2 = 0 \Rightarrow \frac{d(E(w_1 M_e + w_2 C_e))^n}{dw_2} = nE(w_1 M_e)^{n-1} E(C_e),$$

puisque le risque de catastrophe et celui issu du portefeuille du marché sont indépendants.

Mais, cette quantité est égale à zéro (l'individu recherche une nouvelle position d'équilibre suite à la variation de w_2) si et seulement si $E(C_e) = 0$.

Parce que cette relation est vraie pour tout n , aucun des moments ne changera lorsque l'excès du rendement sur l'actif sans risque sera nul. Et s'il n'y a aucun changement dans les moments des équations (2) et (3), alors il n'y aura pas de changement non plus pour la fonction objectif. Ainsi, la forme de la distribution du risque de catastrophe, son indépendance et son infime fraction dans le portefeuille impliquent que l'excès de rendement de ce risque exigé par les investisseurs par rapport au titre sans risque est nul : $E(C_e) = 0$.

□ **Le paramètre d'incertitude dans un modèle d'équilibre pour des risques de catastrophe multiples**

Après avoir évalué la prime dans un cas très particulier : indépendance et exposition de départ nulle, on va maintenant procéder à certaines généralisations.

À ce niveau, deux cas sont envisageables.

Cas 1 : Événements indépendants et paramètres d'incertitude indépendants

On avait déjà établi que $B(P) = s - C_e \Rightarrow C_e = s - B(P)$. Nous introduisons maintenant le paramètre d'incertitude dans les probabi-

lités P de la façon suivante : $p = P + \varepsilon$ avec ε ayant une distribution arbitraire de moyenne nulle et où p est un estimateur non biaisé de la vraie probabilité P .

Il est facile de constater que les moments de l'excès du rendement sur le (CR) sont indépendants de la distribution de. En effet,

$$\begin{aligned} E(C_e^n) &= E[E(C_e^n / p)] = E[(1-p)s^n + p(s-1)^n] \\ &= (1-P)s^n + P(s-1)^n = \text{cte.} \end{aligned} \quad (4)$$

Cette logique simple, couplée avec l'hypothèse d'indépendance entre le risque de catastrophe et le risque de marché, démontre que la variabilité dans l'estimation de P n'est pas un facteur important à considérer lorsqu'on évalue le (CR). Ceci vient du fait que, conformément à l'équation (4), la variabilité de p n'affecte pas les moments des équations (2) et (3).

Il est important de noter que ce résultat tient, quelle que soit l'allocation de la richesse, entre les trois actifs (on ne suppose pas que $w_2 = 0$). Pour démontrer la logique de ce résultat, remarquons que chaque moment peut s'écrire sous la forme suivante :

$$E(w_1 M_e + w_2 C_e)^n = \sum_{i=0}^n a_{i,n} E[w_1 M_e]^{n-i} E[w_2 C_e]^i \quad (5)$$

où

$$a_{i,n} = \binom{n}{i}.$$

Comme tous les moments du portefeuille peuvent être exprimés comme une fonction des moments du risque de catastrophe et puisque le paramètre d'incertitude n'a pas d'effet sur l'évaluation du risque de marché, ce paramètre n'a pas d'effet sur le *pricing* du (CR), peu importe son importance dans le portefeuille.

S'il y a des risques de catastrophe multiples, alors ce résultat reste inchangé si ces risques sont indépendants. En effet, supposons qu'on divise l'excès de rendement sur le portefeuille lié au risque de catastrophe C_e en deux portefeuilles ayant des rendements $C_{e,1}$ et $C_{e,2}$.

$C_{e,i}$ avec $i = 1,2$ prend la valeur s_i avec une probabilité $1 - p$ et $s_i - 1$ avec une probabilité p . Comme précédemment, on peut écrire :

$$C_{e,i} = s_i - B_i(p_i) \quad i = 1,2 \quad (6)$$

où $B_i(p_i)$ est une variable binaire qui prend la valeur 1 avec une probabilité p_i et 0 avec une probabilité $1 - p_i$. On suppose, comme précédemment, que la vraie probabilité n'est pas connue et qu'on observe uniquement p_i avec $p_i = P_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2$.

Pour des raisons de simplification, on va supposer, en plus, que $P_1 = P_2 = P$. Pour le moment, on traite ε_1 et ε_2 comme deux variables aléatoires indépendantes. On suppose également que $C_{e,1}$ et $C_{e,2}$ sont indépendants (exemple : ouragan et tremblement de terre).

Étant donné ces hypothèses, l'équation (5) s'écrit :

$$\begin{aligned} E[w_2 C_e]^n &= g^n \sum_{i=0}^n a_{i,n} (-1)^i \sum a_{j,i} \hat{w}_{21}^{i-j} \hat{w}_{22}^j E[(B_1(p_1))^{i-j} (B_2(p_2))^j] \\ &= g^n E[(B_1(p_1))(B_2(p_2))] \sum_{i=0}^n a_{i,n} (-1)^i \sum a_{j,i} \hat{w}_{21}^{i-j} \hat{w}_{22}^j \end{aligned} \quad (7)$$

où w_{21} et w_{22} sont les poids donnés aux deux risques de catastrophe, $g = w_{21} \cdot s_1 + w_{22} \cdot s_2$ et $\hat{w}_{2i} = \frac{w_{2i}}{g}$.

L'équation (7) met en évidence le fait que le paramètre $E[(B_1(p_1))(B_2(p_2))]$ est le seul terme critique dans cette expression. Il est facile de démontrer que :

$$\begin{aligned} E[(B_1(p_1))(B_2(p_2))] &= E[B_1 B_2 / p_1, p_2] \\ &= E[B_1 / p_1, p_2] E[B_2 / p_1, p_2] = E[p_1 p_2] = P^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Ceci veut dire que les conditions sur les moments peuvent être écrites en fonction des vraies probabilités, mais pas en fonction de l'incertitude sur ces probabilités. Encore une fois, on trouve que le paramètre d'incertitude n'a pas d'incidence sur la fonction objectif à maximiser.

Bien évidemment, un investisseur demandera un écart de rendement plus élevé pour détenir une grande fraction d'un même actif lié aux catastrophes, mais cet écart est indépendant de l'incertitude sur la distribution de ce risque.

Cas 2 : Événements dépendants et paramètres d'incertitude dépendants

Ici, nous relâchons l'hypothèse que les désastres et les paramètres d'incertitude sont indépendants, le but étant de permettre deux genres de corrélation :

- Le premier est une sorte de corrélation entre les catastrophes, tels les effets d'un ouragan dans deux zones adjacentes. Mathématiquement, cela veut dire que la covariance entre les événements pour un ensemble de probabilités donné ex-ante est non nulle.
- Le second est entre les paramètres d'incertitude, telle l'utilisation d'un même modèle pour évaluer deux catastrophes ; une erreur dans le modèle se hisse dans les deux évaluations.

Avec ces deux genres de corrélation,

$$\begin{aligned}
 E[(B_1(p_1))(B_2(p_2))] &= E[B_1 B_2 / p_1, p_2] \\
 &= E[B_1 / p_1, p_2] E[B_2 / p_1, p_2] + E(\text{cov}(B_1, B_2 / p_1, p_2)) \quad (9) \\
 &= E[p_1 p_2] = P^2 + E(\text{cov}(B_1, B_2 / p_1, p_2)) + \text{cov}(p_1, p_2)
 \end{aligned}$$

En soustrayant P^2 des deux cotés, on obtient :

$$\text{cov}(B_1, B_2) = E(\text{cov}(B_1, B_2 / p_1, p_2)) + \text{cov}(p_1, p_2). \quad (10)$$

En utilisant l'hypothèse que le coefficient de corrélation linéaire ρ est indépendant de p , c'est-à-dire du paramètre d'incertitude, alors on peut réécrire le premier terme de la partie droite de l'équation (10) sous la forme suivante :

$$\text{cov}(B_1, B_2 / p_1, p_2) = \rho \sqrt{p_1(1-p_1)p_2(1-p_2)} \quad (11)$$

et donc

$$\text{cov}(B_1, B_2) = \rho E[\sqrt{p_1(1-p_1)p_2(1-p_2)}] + \text{cov}(p_1, p_2). \quad (12)$$

Encore une fois le premier terme de l'équation (12) peut être remplacé par une approximation d'ordre 2 de telle sorte que :

$$\text{cov}(B_1, B_2) = \rho P(1-P) - \rho P^2 - \rho(\sigma_p^2 - \sigma_{12}) \frac{(1-2P)^2}{4P(1-P)} + \sigma_{12} \quad (13)$$

avec

$$P = E(p_1) = E(p_2),$$

$$\sigma_{12} = \text{cov}(p_1, p_2),$$

$$\sigma_p^2 = \sigma_{p_1}^2 = \sigma_{p_2}^2 = \text{var}(p),$$

ρ étant la corrélation conditionnelle des paiements des deux obligations.

Pour des raisons de simplification, on définit également la corrélation entre les paramètres d'incertitude de la façon suivante : $\sigma_{12} = \alpha\sigma_p^2$. En d'autres termes, la covariance entre les deux paramètres d'incertitude est proportionnelle aux variances de ces paramètres ; elles sont aussi supposées égales entre elles.

L'équation (13) devient :

$$\text{cov}(B_1, B_2) = \rho P(1-P) + (\alpha - \rho)\sigma_p^2 - \rho\sigma_p^2(1-\alpha) \frac{(1-2P)^2}{4P(1-P)} \quad (14)$$

En constatant que $\sigma_B^2 = P(1-P)$, nous pouvons alors définir la corrélation inconditionnelle entre les deux obligations comme :

$$\rho_\alpha = \frac{\text{cov}(B_1, B_2)}{\sigma_B^2} = \rho + \frac{\sigma_p^2 [\alpha(1+a\rho) - \rho(1+a)]}{(1-P)P} \quad (15)$$

avec

$$a = \left[\frac{1-2P}{2P(1-P)} \right]^2$$

Cette dernière équation a certaines propriétés intuitives. En effet, la corrélation entre les paiements des obligations peut augmenter ou diminuer en fonction du paramètre d'incertitude. Une condition nécessaire pour que la corrélation décroisse en fonction du paramètre d'incertitude est que $\rho > \alpha$, c'est-à-dire que la corrélation conditionnelle des catastrophes soit plus grande que la corrélation des paramètres d'incertitude. Dans ce cas, ce paramètre a l'effet d'un bruit qui vient diminuer les paiements des obligations.

Finalement, en présence d'un paramètre d'incertitude, une certaine augmentation pour la corrélation conditionnelle des catastrophes entraîne une augmentation très faible des corrélations des paiements des obligations.

En conclusion, bien que le paramètre d'incertitude sur les probabilités d'occurrence d'une catastrophe est souvent désigné comme responsable des primes de risque excédentaires exigées par les investisseurs, on a démontré que, effectivement, ce paramètre peut parfois affecter l'écart de rendement, mais l'effet est dérisoire. Il reste aux praticiens de tester la pertinence des hypothèses utilisées pour obtenir ce résultat simple.

■ LES CONSÉQUENCES CONCRÈTES D'ÉVÉNEMENTS COMME CEUX DU 11 SEPTEMBRE 2001 SUR LA GESTION DES RISQUES

Dans cette section, on se propose de répondre aux questions suivantes :

1. Quels sont les facteurs qui déterminent si un risque est assurable ou non ?
2. Quel est le capital requis afin d'assurer une protection contre un risque extrême ?
3. Quel est le rôle des externalités (comportements respectifs des contractants) dans le calcul des primes d'assurance ?

On va présenter un résultat quelque peu différent de celui de la section précédente, à savoir que l'incertitude est un facteur important à considérer lors de la détermination des primes. Pour répondre à ces questions, Kunreuther (2002) considère deux exemples ou scénarios possibles.

Scénario 1

Durant les 10 dernières années, la compagnie d'assurance Allrisk (AR) a fourni une assurance de 500 millions de dollars à l'entreprise Big Business (BB) contre tout risque menaçant ses installations industrielles, y compris les dégâts suite à un acte terroriste. AR couvre elle-même 100 millions et a décidé d'acheter de la réassurance pour 400 millions auprès de la compagnie RE. Étant donné les événements du 11 septembre 2001, RE a décidé que le terrorisme ne sera plus inclus dans ses activités, à cause de l'incertitude qui caractérise le risque qui lui est associé.

BB doit obtenir nécessairement ce genre de couverture, car c'est l'une des conditions essentielles pour obtenir un prêt auprès de sa banque. AR doit décider si elle continuera à offrir ce type d'assurance à BB et du montant qu'elle est prête à assurer.

Scénario 2

La compagnie AR voudrait inciter sa clientèle à investir dans certains équipements de prévention de déclenchement d'incendie, tels les détecteurs de fumée, pour réduire les pertes éventuelles. Elle offre donc des primes réduites pour ceux qui utiliseraient ce genre

d'instruments. Son problème est de déterminer de combien faut-il réduire les primes.

Conditions requises pour qu'un risque soit assurable

On dit qu'un risque est assurable en ce sens que l'assureur est prêt à offrir une couverture à ses clients contre ce risque spécifique si deux conditions sont satisfaites :

1. Le risque de perte est identifiable, quantifiable et l'assureur est en mesure d'estimer les chances d'occurrence de l'événement en question et l'étendue des pertes en découlant.

2. La possibilité d'établir une prime pour chaque client ou pour chaque classe de clients.

Ces deux conditions sont nécessaires mais ne sont malheureusement pas suffisantes. En effet, il faut en plus qu'il y ait assez de demande pour que les revenus des primes d'assurance permettent d'absorber les dépenses de marketing, de développement ainsi que les autres coûts et de générer une marge nette positive.

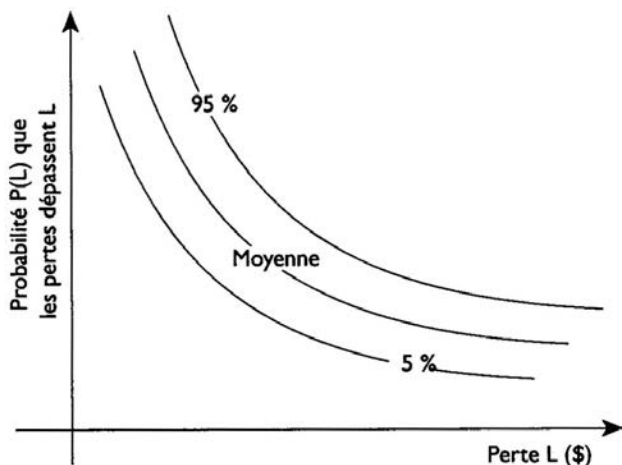
La condition 1 stipule que l'estimation du risque doit se faire à la même fréquence de réalisation d'un événement compte tenu de l'étendue des dommages à subir. Ces estimés utilisent des données historiques, ou des analyses scientifiques. Une manière pour refléter ce que les experts connaissent et ce qu'ils ignorent à propos d'un certain risque est de construire la courbe appelée : la courbe de probabilité excédentaire (EP).

Cette courbe met en évidence la probabilité qu'un certain niveau de perte sera dépassé sur une base annuelle. La perte peut être reportée en terme monétaire ou en terme de victimes, etc. On peut s'intéresser, par exemple, à la magnitude des pertes éventuelles suite à des inondations causées par la Seine avec la possibilité d'inclure des intervalles de confiance.

Généralement, cette courbe a l'allure présentée dans la figure 4.

Ce graphique constitue la clé dans l'évaluation des instruments de couverture. Mais quand il s'agit de risque extrême dont l'occurrence est rare et la sévérité triviale, le degré d'incertitude sur les probabilités et les conséquences d'un désastre sont des facteurs importants à considérer lors de l'évaluation d'un produit dérivé dont les *payoffs* sont liés à ce genre de risque.

FIGURE 4 EXEMPLE DE COURBE DE PROBABILITE EXCÉDENTAIRE



Même si les risques naturels et industriels sont plus faciles à prévoir que les conséquences d'une activité terroriste, il n'en reste pas moins que l'incertitude est toujours présente.

Revenons à notre exemple de débordement de la Seine. Il est certain que lorsqu'une compagnie d'assurance désire couvrir ce risque, elle doit être capable de fournir une réponse à la question suivante pour pouvoir fixer les primes requises : quelles sont les chances que Paris connaisse d'importantes inondations dans la prochaine année et quels sont les dommages prévus ?

La même question revient un peu partout et dans tous les domaines :

1. Quelle est la vraisemblance d'un accident nucléaire sévère quelque part en Allemagne et quel sera l'impact en résultant ?
2. Quelles sont les chances qu'un avion s'écrase dans le quartier industriel de Londres et quelles en seraient les conséquences ?
3. Quelle est la probabilité d'un nouvel acte terroriste aux États-Unis durant les trois prochaines années et quel en serait le degré de sévérité ?

La deuxième condition, quant à elle, stipule qu'une fois le risque identifié, l'assureur a besoin de déterminer quelle doit être la prime à demander au client afin de dégager un profit sans pour autant être exposé à des niveaux inacceptables d'incertitude. Il y a un certain nombre de facteurs qui déterminent quel montant la compagnie d'assurance devrait facturer à son client. Dans la discussion qui va suivre, nous supposons que l'assureur est libre de fixer le montant des primes, une hypothèse parfois inexistante en réalité à cause de la réglementation de ce secteur par les pouvoirs publics.

L'ambiguïté face au risque

Plus l'incertitude concernant les probabilités de réalisation d'un certain événement est grande, plus les primes sont élevées, soit un résultat tout à fait différent de ce qu'on a démontré dans la section précédente. En effet, plusieurs études empiriques ont démontré que les assureurs exigent des primes plus élevées quand le risque est ambigu.

Kunreuther et al. (1995) ont fait une étude qui a porté sur 896 vendeurs d'assurance dans 190 compagnies choisies aléatoirement afin de déterminer quelles sont les primes requises pour assurer une usine contre un tremblement de terre sévère.

Les résultats de l'étude examinent les changements dans les politiques de prix suite à un changement du degré d'incertitude dans les probabilités et/ou du niveau des pertes. Une probabilité est considérée comme étant bien spécifiée s'il y a suffisamment de données historiques permettant de la déterminer avec assez de précision et que tous les experts sont unanimes sur les chances de réalisation de l'événement, c'est-à-dire p . Quand il y a un désaccord concernant l'estimation de p , cette probabilité est alors notée A_p .

L représente une perte certaine si un événement E se réalise. Lorsque la perte est incertaine et que les experts estiment qu'elle doit se situer entre L_{min} et L_{max} , alors cette perte incertaine est notée UL .

En combinant le degré de probabilité et le niveau des pertes, on arrive à former quatre cases dont le résumé se trouve dans le tableau 1.

Pour voir comment les vendeurs d'assurance réagissent dans ces différentes situations, quatre scénarios ont été construits dans le tableau 2 où l'événement E est un séisme et le risque est considéré comme étant bien spécifié. La probabilité du séisme est soit 0,005, soit 0,01. La perte est soit 1 million, soit 10 millions de dollars. Finalement, la prime dans le cas non ambigu est standardisée à 1.

TABLEAU 1

Probabilité	Pertes connues	Pertes inconnues
Bien spécifiée	p, L assurance vie, automobile, feu	p, UL
Ambiguë	Ap, L	Ap, UL séismes, bio-terrorisme

TABLEAU 2

Scénario	Cas possibles			
	1 p, L	2 Ap, L	3 p, UL	4 Ap, UL
P=0,005 L=1 million \$ PL=5 000 \$	1	1,28	1,19	1,77
P=0,005 L=10 millions \$ PL=50 000 \$	1	1,31	1,29	1,59
P=0,01 L=1 million \$ PL=10 000 \$	1	1,19	1,21	1,50
P=0,01 L=10 millions \$ PL=100 000 \$	1	1,38	1,15	1,43

Source : Kunreuther et al., 1995.

On voit clairement dans ce tableau que plus il y a d'incertitude, plus la prime est élevée par rapport au cas certain.

La sélection adverse

L'assureur établit les primes à payer pour toute une population. Cependant, s'il est incapable de distinguer les clients qui présentent

un risque élevé de ceux dont le risque est faible, alors il s'expose au risque de sélection adverse et ce sont probablement les plus risqués qui achèteront l'assurance.

Le risque moral

Une personne qui a acheté de l'assurance peut avoir tendance à manifester moins de prévention par rapport au cas où elle ne serait pas assurée. Un conducteur automobile passera moins de temps à vérifier le bon verrouillage de sa voiture lorsqu'il est assuré contre le vol.

Les risques corrélés

Un assureur peut augmenter sensiblement les primes quand il s'aperçoit que les risques qu'il couvre sont très corrélés ; les dommages subis par des maisons suite à un tremblement de terre constituent un bon exemple.

Pour voir ce résultat, supposons qu'on est en présence de la réalisation d'un événement E avec une probabilité de 0,3. Si deux événements E et E' sont similaires (même probabilité de réalisation et mêmes pertes) et parfaitement corrélés, alors la probabilité de leur réalisation conjointe est 0,3. Par contre, si ces deux événements sont indépendants, alors la probabilité qu'ils se réalisent en même temps est $0,3 \times 0,3 = 0,09 \leq 0,3$. On s'attend donc à une prime moins élevée en cas d'indépendance.

La demande pour la couverture

Jusqu'à maintenant, on a vu que les assureurs vont offrir des produits de couverture s'ils peuvent identifier le risque pour lequel ils sont aptes à estimer la probabilité des pertes et leurs magnitudes et s'ils ont, en plus, la possibilité de définir le montant des primes sans aucune restriction dans l'économie. Cependant, à cause de problèmes d'ambiguïté, de sélection adverse, de risque moral et de risques très corrélés, ces assureurs ont tendance à établir des primes qui excèdent considérablement l'espérance des pertes. Pour certains risques, la prime ne permet pas de générer une demande capable de rentabiliser le projet et les assureurs préfèrent ne pas investir de temps et d'argent dans le développement d'un produit dont les chances de réussite sont faibles, voire minimales.

□ **Capital requis par les assureurs pour offrir de la couverture contre un risque spécifique**

Pour couvrir ce point, on va utiliser le scénario 1 défini précédemment et on va considérer deux périodes.

Situation avant le 11 septembre 2001

Rappelons-nous que pour ce scénario, les pertes potentielles de BB étaient de 500 millions de dollars, avec une probabilité de 0,01. Avant le 11 septembre dernier, AR était en mesure d'obtenir une couverture de 400 millions sur le marché de réassurance et supportait 100 millions si jamais un incident arrivait à BB. Le problème se présente comme suit.

Pertes de BB ($L = 500$)

Probabilité de la perte ($p = 0,01$)

Montant réassuré ($L_{RE} = 400$)

Espérance de perte de RE ($p L_{RE} = 0,01 (400) = 4$ millions)

Facteur de loading de RE ($\lambda_{RE} = 1$)

La prime de réassurance chargée par RE à AR est ($Z_{RE} = (1 + \lambda_{RE}) p \cdot L_{RE} = 8$ millions)

Supposons que AR a un facteur de loading de $\lambda_{AR} = 1$, alors la prime qu'elle va exiger à BB est de $Z_{AR} = (1 + \lambda_{AR}) p \cdot (L - L_{RE}) + Z_{RE} = 13,5$ millions pour 500 millions de couverture.

Situation après le 11 septembre 2001

Maintenant que RE a décidé de supprimer la couverture des risques liés aux activités terroristes, AR doit absolument déterminer le montant de la protection qu'elle est prête à offrir à BB et à quel prix.

Stone (1973) a formalisé le problème en considérant que le vendeur de l'assurance va, dans un premier temps, se concentrer sur le fait de garder la probabilité d'insolvabilité en-dessous d'un certain niveau α . En d'autres termes,

$$\Pr (\text{pertes} \geq \text{primes} + \text{surplus}) \leq \alpha.$$

Pour que AR offre une couverture de 500 millions de dollars à BB, il faut absolument qu'elle trouve du capital (400 millions) de différentes sources.

Une possibilité serait, par exemple, d'émettre des CAT bonds pour ce montant. Si les investisseurs sont riscophobes à cause de l'incertitude qui enveloppe ce genre d'événement (les attaques terroristes), alors ils demanderont un rendement plus élevé que ce qu'ils exigent normalement sur un autre investissement.

Supposons que le rendement requis par les investisseurs pour placer leur argent dans des CAT bonds est 20 % et que le rendement sur un investissement « normal » est de 8 %, alors le coût annuel supplémentaire de AR pour obtenir 400 millions est $(0,2 - 0,08) \times 400 = C = 48$ millions.

La prime exigée par AR pour offrir la couverture serait donc de $(p \cdot L_{AR} + C) \cdot (1 + \lambda_{AR}) = 73,5$ millions, ce qui est considérablement plus élevé que ce que BB souhaiterait payer pour couvrir 500 millions de pertes. Sous ces hypothèses, le risque lié au terrorisme est dit non assurable.

■ CONCLUSION

Durant les dernières années, les marchés financiers ont connu une flambée de produits dérivés ayant des payoffs liés à l'occurrence de certains désastres naturels et industriels. L'évaluation de ces produits est souvent difficile et imprécise. Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, cette imprécision se traduit par une plus grande prime exigée par les investisseurs.

L'émergence des CAT bonds et des produits dérivés liés à ce genre de catastrophes représente une expansion significative du marché de la réassurance en élargissant la panoplie de moyens de couverture déjà existants et dans certains cas en créant une protection des risques extrêmes, protection qui pouvait même ne pas exister précédemment.

Plusieurs questions se posent à ce niveau, dont celle-ci : qui achète ce genre de produit financier ?

Contrairement à d'autres innovations financières, les CAT bonds et les produits dérivés liés aux catastrophes n'offrent pas une couverture naturelle pour une certaine classe spécifique d'investisseurs. Dans ce cas, l'avantage de leur inclusion dans un portefeuille est de bénéficier de l'effet de diversification. En effet, Litzenberg, Beaglehole et Reynolds (1996) ont trouvé que ce genre d'actif constitue des investissements attrayants grâce à leur faible corrélation

avec les rendements des actions et des obligations (0,058 et 0,105 respectivement).

Quant à la question d'évaluation de ces actifs, J. Moore (2000) présente une opinion assez sceptique et pense qu'il reste beaucoup à apprendre dans ce domaine pour lequel les données historiques sont rares et souvent incomplètes.

En effet, l'estimation des queues de distribution basée sur une approche paramétrique montre des variations importantes quand les données sous-jacentes sont perturbées. Si le concepteur ou l'acheteur de ces actifs diffuse des a priori concernant la vraie distribution, alors l'incertitude quant à l'évaluation des actifs sera encore plus grande. Lorsqu'on tient compte de ces remarques lors de la détermination des prix, cela renforce le fait qu'on a peu de confiance dans l'estimation obtenue des pertes ou des prix.

Malgré que la différence entre les hypothèses quant à la distribution des pertes choisie ne génère pas de différences statistiquement significatives entre les estimés des pertes, la différence économique dans les prix que les différentes distributions génèrent est importante. Les réassureurs placent de grands paris sur la possibilité de réalisation de certaines catastrophes et les pertes qu'elles causeraient. Ces paris sont le plus souvent basés sur une quantité très limitée de données. Au fur et à mesure que ce risque sera véhiculé dans le marché, de plus en plus d'entités économiques le partageront.

Plus nous sommes capables de prédire le prix d'un actif financier, plus celui-ci deviendra un investissement attrayant pour différentes classes d'investisseurs et plus il sera considéré comme un bon investissement à la fois liquide et qui permet un partage du risque.

La clé de l'évaluation des titres liés aux catastrophes est la compréhension de la variabilité dans l'estimation des prix. Contrairement aux autres marchés traditionnels, il n'est pas possible de faire appel à l'argument d'arbitrage pour évaluer quel doit être le prix d'un actif. Pour ce faire, il faut étudier et comprendre les propriétés des erreurs d'estimations basées sur des petits échantillons. Dans l'estimation de la distribution des pertes, il faut se demander, par exemple, quelle est l'intervalle d'erreur permise par la méthode de jackknife ? Est-ce que la méthode de bootstrap est meilleure ? Et si oui, à quel prix ?

Bibliographie

Aldred, Carolyn, 1997, "Cats Show No Sign of Being Tamed", *Business Insurance*, Vol 5, # 19, p. 41.

- Bookstaber, Richard M. and James B. Mc Donald, 1987, "A General Distribution For Describing Security Price Returns," *Journal of Business* 60:3, p. 401-424.
- Borch, Karl, 1962, "Equilibrium in Reinsurance Market," *Econometrica* 30:3, reprinted in Georges Dionne and Scott E. Harrington, eds., *Foundations on Insurance Economics*, Boston : Kluwer Academic Publishers, 1992.
- Borden, Sara, and Asani Sakar, 1996, "Securitizing Property Catastrophe Risk," *Current Issues in Economics and Finance*, 2:9, Federal Reserve Bank of New York.
- Chicago Board of Trade, 1995. PCS Catastrophe Insurance Options : A User's Guide, Chicago.
- Cummins D., 2001, "Protecting Policyholders from Terrorism : Private Sector Solution", Testimony Before Subcommittee on Capital markets, *Insurance and Government Sponsored Enterprises US House of representatives*, oct. 24.
- D'Arcy, Stephen P., and Virginia Grace France, 1992. "Catastrophe Futures : A Better Hedge for Insurers," *Journal of Risk and Insurance* 59:4, p. 575-601.
- Dionne G., and Harrington, Scott ed., 1992, *Foundations of Insurance Economics (Kluwer : Boston)*.
- Dionne G. (ed), 1991, *Contributions to Insurance Economics (Kluwer : Boston)*.
- Doherty, Neil A., 1997, "Financial Innovation in Management Catastrophe Risk," *Unpublished Manuscript – University of Pennsylvania, August 1997*.
- Doherty, Neil A., 2000, "Innovation in Corporate Risk Management: the Case of Catastrophe Risk," in G. Dionne (Ed.), *Handbook of Insurance, Boston : Kluwer Academic Publishers*, 503-540.
- Dong, Weimin, Haresh Shah, and Felix Wong, 1996, "A Rational Approach to Pricing of Catastrophe Insurance" *Journal of Risk and Uncertainty* 12:2, p. 201-218.
- Embrechts, Paul, Claudia Klupperlberg, and Thomas Mikosch, 1997, "Modeling Extremal Events for Insurance and Finance," *Berlin : Springer-Verlag*.
- English, James, 1996, "Shareholders Return of Catastrophe Reinsurance", *Insurance Industry Analysis, J.P. Morgan Securities, Inc., New York*.
- Froot, Kenneth A., and Paul G., J O'Connell, 1997, "On the pricing of Intermediated Risks : Theory and Application to Catastrophe Reinsurance," in Kenneth Froot, ed., *Financing Catastrophic Risks, Chicago : University of Chicago Press*.
- Froot, Kenneth A., Steven Posner, May 2000, "Issues in The Pricing of Catastrophe Risk", *Special Report from Guy Carpenter and Company Inc*.
- Jaffee, Dwight M., and Thomas Russell, 1997, "Catastrophe Insurance, Capital Markets, and Uninsurable Risks," *Journal of Risk and Insurance* 64:2, p. 205-230.
- Kunreuther Howard, Meszaros Jacqueline, Hogarth Robin, and Spranca Mark, "Ambiguity and Underwriter Decision Processes, 1995," *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 26 p. 337-352.
- Kunreuther, Howard, 2000, "Linking Insurance and Mitigation to Manage Natural Disaster Risk," in G. Dionne (Ed.), *Handbook of Insurance, Boston : Kluwer Academic Publishers*, 593-618.

- Kunreuther Howard, 2002, "The Role of Insurance in Managing Extreme Events: Terrorism Coverage", à paraître dans *RISQUES*.
- Lane, Morton, 1997, "A year of Structuring Furiously", *Sedgwick Lane Financial L.L.C., Chicago, IL., p. 1-18*.
- Lewis, Christopher M., Murdock, 1996, "Alternative Means of Redistributing Catastrophic Risk in a National Risk Management System," in *Kenneth Froot (ed), Financing Property Casualty Insurance, National Bureau of Economic Research*.
- Lewis, Christopher M., and Peter O. Davis, 1997, "Capital Market Instruments for Financing Catastrophe Risk : New Directions" *Ernst & Young LLP, October 1997*.
- Lewis, Christopher M., Murdock, 1997, "The Role of Government Contracts in Discretionary Reinsurance Markets for Natural Disasters," *Journal of Risk and Insurance 63:4, p. 567-597*.
- Linzenberger, Robert H, David R., Beaglehole, and Craig E. Reynolds, 1996, "Assessing Catastrophe-Reinsurance-Linked Securities as a New Asset Class," *Working Paper-Goldman Sachs Fixed Income Research, July 1996*.
- Niedzielski J., 1997, "Nationwide Dons Several Cat Covers", *National Underwriter, Vol. 101, p. 6*.
- Reinebach, Adam, 1997, "Catastrophe Bonds, Anyone?," *Investment Dealer's Digest, July 28, 1997, p. 16-21*.
- Stipp, David, 1997, "New Way to Bet on Disasters," *Fortune, September 8, 1997, p. 124-134*.
- Stone J., 1973, "A Theory of Capacity and the Insurance of Catastrophe risks : Part I and Part II", *Journal of Risk and Insurance 40:231-243 (part I) and 40:339-355 (part II)*.