

L'analyse de risque dans les décisions financières – partie 2

Jean-Pierre Frénois

Volume 73, Number 1, 2005

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/1107008ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/1107008ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Faculté des sciences de l'administration, Université Laval

ISSN

1705-7299 (print)

2371-4913 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this document

Frénois, J.-P. (2005). L'analyse de risque dans les décisions financières – partie 2. *Assurances et gestion des risques / Insurance and Risk Management*, 73(1), 89–103. <https://doi.org/10.7202/1107008ar>

Article abstract

In the first part of this article, we proposed a systematic method of using risk analysis in financial decision-making and we underlined the importance of problem formulation and simulation model building. In this second part, we insist on results analysis and interpretation: graphical representation, project ranking by use of stochastic dominance, sensitivity analysis, consequences of the presence of correlation between exogenous variables, proposition to simultaneously determine the discount rate and the probability distribution of the project net present value.

Assurances et gestion des risques, vol. 73(1), avril 2005, 89-103

Insurance and Risk Management, vol. 73(1), April 2005, 89-103

**L'analyse de risque
dans les décisions financières
- partie 2*
par Jean-Pierre Frénois**

RÉSUMÉ

La première partie de ce texte proposait une méthode systématique d'analyse du risque dans les décisions financières et mettait l'accent sur la formulation du problème et la conception d'un modèle de simulation. Dans cette deuxième partie, nous nous attachons à l'analyse et à l'interprétation des résultats obtenus : représentation graphique, classement du risque des projets par utilisation de la notion de dominance stochastique, analyses de sensibilité, conséquences de la corrélation entre variables exogènes, proposition d'une méthode de détermination simultanée du taux d'actualisation et de la distribution de probabilité de la valeur actuelle nette du projet.

Mots clés: analyse de risque, simulation, méthode de Monte-Carlo, dominance stochastique, corrélation, valeur actuelle nette.

ABSTRACT

In the first part of this article, we proposed a systematic method of using risk analysis in financial decision-making and we underlined the importance of problem formulation and simulation model building. In this second part, we insist on results analysis and interpretation: graphical representation, project ranking by use of stochastic dominance, sensitivity analysis, consequences of the presence of correlation between exogenous variables, proposition to simultaneously determine the discount rate and the probability distribution of the project net present value.

Keywords: risk analysis, simulation, Monte-Carlo method, stochastic dominance, correlation, net present value.

* La première partie a été publiée dans le volume 72(4), janvier 2005. Cet article est reproduit avec la permission de l'auteur, professeur agrégé à HEC Montréal, et de la revue *Gestion*.

8. SIMULATION

Dès lors que le décideur a fait ces diverses estimations, il ne reste plus qu'à faire les calculs, pour un grand nombre de scénarios. Le principe est simple. Pour chaque variable incertaine, on tire au hasard une valeur selon sa distribution de probabilités. Ceci détermine un scénario parmi la multiplicité des scénarios possibles. La valeur actuelle nette de chaque projet selon ce scénario est alors calculée. Et on recommence pour un deuxième scénario, puis un troisième... Au bout d'un assez grand nombre de scénarios, chaque variable incertaine a été reproduite, selon des fréquences qui ressemblent de plus en plus à la distribution de probabilités qu'on lui a spécifiée. Et on dispose également d'un grand nombre d'observations des flux monétaires correspondants, et des valeurs actuelles nettes de chaque projet. Il suffit d'arrêter les calculs quand des résultats, comme la moyenne et l'écart type des variables de sortie, commencent à se stabiliser. Inutile de dire que faire de tels calculs à la main serait extrêmement fastidieux, voire impossible dans des délais raisonnables. Il n'est pas rare de faire des simulations comportant des dizaines de variables aléatoires et des dizaines de milliers d'itérations !

9. ANALYSE DES RÉSULTATS

La puissance d'une étude de simulation est grande. On peut obtenir ainsi une foule de résultats. La difficulté est précisément de choisir, parmi ces résultats, ceux qui permettront de prendre des décisions éclairées.

Le premier résultat nous offre déjà une information surprenante. Regardez au tableau 9 la valeur actuelle nette et le taux de rendement interne de chaque projet.

Ils diffèrent considérablement de ceux du tableau 5 ! Les deux valeurs actuelles nettes sont maintenant très fortement positives, ce qui rend l'exploitation du nouveau gisement beaucoup plus intéressante. Mais surtout, celle du projet B est maintenant plus de deux fois plus grande que celle du projet A ! Qu'est-ce qui explique cet important changement ? La raison en est simple : tous les calculs ont été faits avec la valeur espérée (l'espérance mathématique) des variables aléatoires, alors que, dans le tableau 5, c'était les valeurs les plus probables qui avaient été utilisées. Ce n'est pas la même chose ! Prenons la durée de vie par exemple. Elle suit une loi normale triangulaire de valeur pessimiste 5, de valeur la plus probable 9 et de valeur optimiste 10. Dans le tableau 5, c'est donc la valeur 9 qui a été utilisée.

TABLEAU 9 – CALCULS DE LA VALEUR ACTUELLE NETTE (VAN) ET DU TAUX DE RENDEMENT INTERNE (TRI) À PARTIR DE L'ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE DE CHAQUE VARIABLE ALÉATOIRE

Projet	A	B
VAN	10 485 536 \$	22 037 797 \$
TRI	12,9%	14,4%

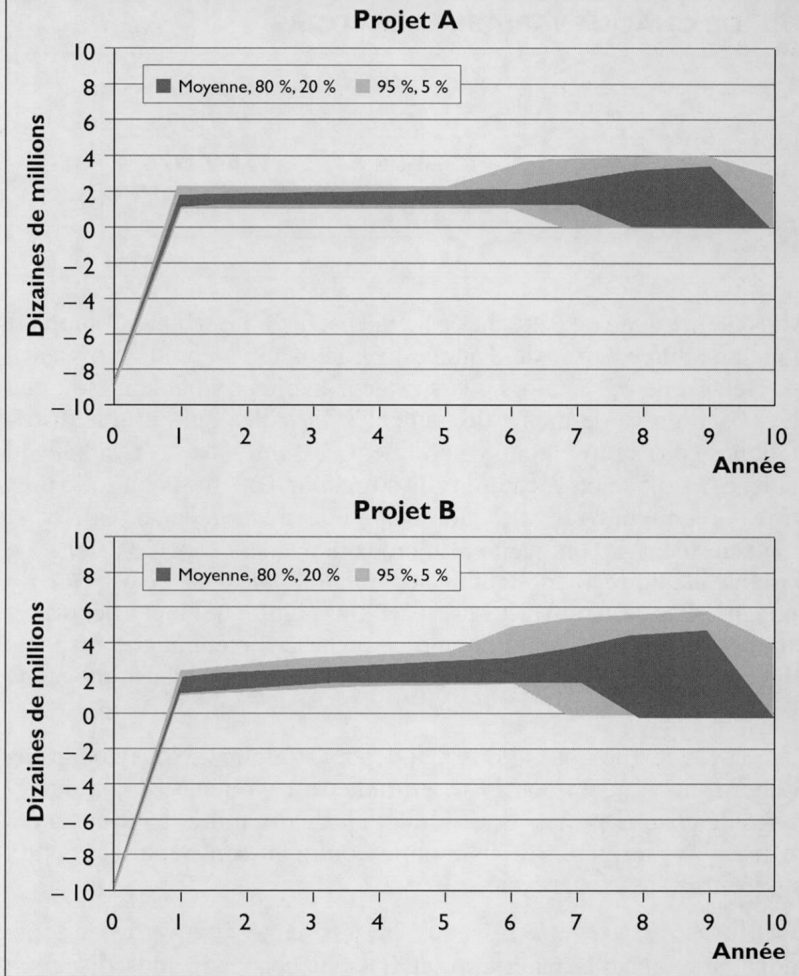
Mais la moyenne de cette durée de vie est de 8. Le tableau 9 suppose donc une durée de vie de 8 années. De la même façon, la croissance espérée est de 6,3 % alors que sa valeur la plus probable n'était que de 5 %. Il en va de même de toutes les variables qui ont une distribution de probabilité non symétrique. C'est dire que les résultats du tableau 5 sont sujets à caution. Ils correspondent au scénario le plus probable qui, au reste, n'a que très peu de chances de se réaliser, et non à un scénario « moyen ». En prenant la valeur espérée de chaque variable aléatoire, on obtient une estimation plus juste de ce scénario moyen. Mais, pour être plus précis et plus complet, il faut effectuer la simulation un grand nombre de fois, regarder l'étendue des résultats obtenus pour tous ces scénarios, et observer ou calculer la moyenne de tous ces scénarios.

C'est ce que nous allons maintenant examiner. Nous voudrions d'abord savoir quel impact l'incertitude peut avoir sur les flux monétaires de chaque projet. Une simulation de dix mille itérations a été réalisée.¹² La figure 3 nous montre comment sont répartis les flux monétaires, année par année.

Le contraste entre les deux projets saute aux yeux : les flux monétaires générés par le projet B, sont beaucoup plus dispersés que ceux du projet A. Ceci confirme que le projet B est plus risqué. Mais, chose remarquable, aucun des flux monétaires n'est négatif¹³, ni pour B ni pour A. Si les flux de B sont plus dispersés, c'est qu'ils peuvent atteindre des valeurs beaucoup plus grandes. Voilà une sorte de risque que bien du monde serait prêt à prendre ! C'est ce qu'on appelle une asymétrie positive. La figure 4, qui montre la distribution de probabilité des flux monétaires de B à l'année 5, illustre cela.

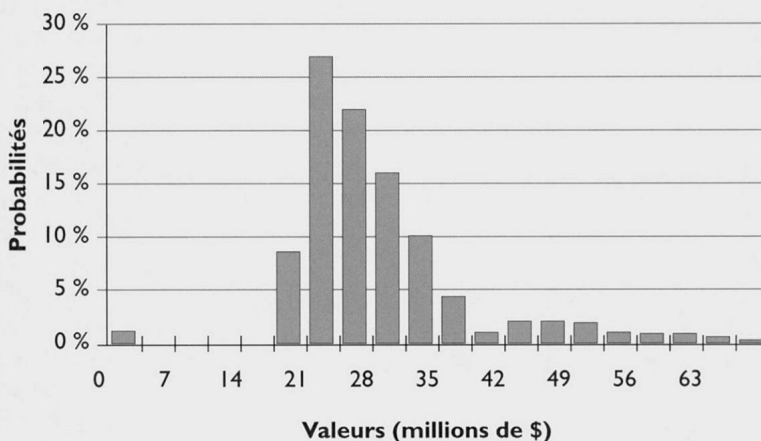
Vouloir examiner la forme de ces distributions de probabilité est une très bonne raison d'utiliser la simulation. Car il y a risque et risque ! Le risque de perdre de l'argent, qu'on peut par exemple

FIGURE 3
DISTRIBUTION DES FLUX MONÉTAIRES



mesurer par la probabilité que la VAN du projet soit négative, autrement dit les chances que ce projet détruise de la valeur plutôt que d'en créer. Et le risque de gagner de l'argent, un beau risque celui-là ! Il est bien évident que les décideurs vont vouloir éviter le premier et courir le deuxième. Malheureusement les mesures traditionnelles de risque, comme la variance ou l'écart type, amalgament ces deux sortes de risque. Examinons en effet les résultats statistiques de la simulation qui apparaissent au tableau 10.

**FIGURE 4 – DISTRIBUTION DES FLUX MONÉTAIRES
DU PROJET B À L'ANNÉE 5**



**TABLEAU 10
CARACTÉRISTIQUES DES DISTRIBUTIONS
DE PROBABILITÉ DE LA VAN DES DEUX PROJETS**

	VAN(A)	VAN(B)
	sans corrélation mais avec autocorrélation parfaite	
Minimum	-31 803 800 \$	-47 736 260 \$
Maximum	69 547 650 \$	112 296 100 \$
Moyenne	9 360 685 \$	19 762 480 \$
Écart type	17 108 340 \$	26 156 590 \$
Asymétrie	0,48	0,43
Aplatissement	2,76	2,84
VaR	15 035 560 \$	18 920 300 \$
Prob(VAN<0)	33%	24%

Le premier résultat qui attire notre regard, c'est la moyenne des valeurs actuelles nettes. Ces valeurs diffèrent et de celles du tableau 5 et de celles du tableau 9 ! Les deux valeurs actuelles nettes restent fortement positives et ressemblent à celles du tableau 9. La valeur actuelle nette du projet B demeure deux fois plus grande que celle du projet A. Mais n'est-ce pas au prix d'un risque plus élevé ? C'est ce que semblent nous dire les écarts types : celui de B est d'environ une fois et demie celui de A. S'agit-il d'un « beau » risque ou d'un mauvais risque ? L'asymétrie de la VAN de B est positive¹⁴, ce qui dénote donc que la VAN de B a des chances plus importantes de prendre des valeurs fortement positives. C'était bien ce que nous révélaiement les figures 3 et 4 à propos des flux monétaires. La dernière ligne du tableau 10 nous révèle aussi que la VAN de A est négative dans 33 cas sur 100, alors que celle de B ne l'est que dans 24 cas sur 100. De plus, quand B va mal, il va à peine plus mal que A. C'est ce que nous indique la valeur à risque¹⁵, (communément appelée VaR) : il y a 5 % des chances que le projet A provoque une destruction de valeur de 15 000 000 \$ ou plus. Cette destruction de valeur potentielle est de 19 000 000 \$ pour B.

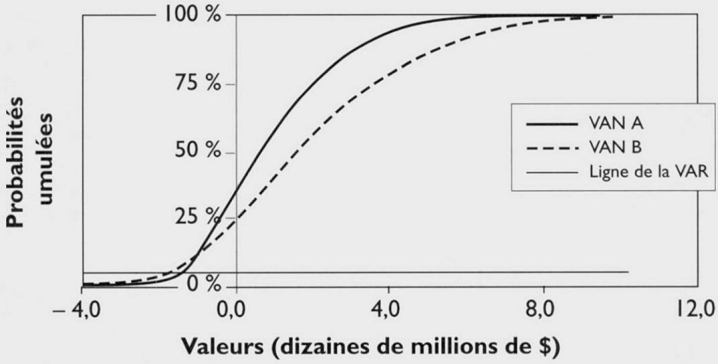
La figure 5 va nous offrir un moyen supplémentaire pour comparer nos deux projets et introduire en même temps le concept de dominance stochastique.

La figure 5A représente, pour chaque projet, la probabilité que sa valeur actuelle nette atteigne au moins un montant donné. Ainsi, en traçant une ligne horizontale au niveau de probabilité cumulée 50 %, on peut lire sur le graphique que la valeur actuelle nette de A a 50 % des chances d'être de 7 000 000 \$ ou plus, alors que celle de B a 50 % des chances d'être de 17 000 000 \$ ou plus. Fait remarquable, dans plus de 90% des cas, le projet B a une meilleure valeur actuelle nette que le projet A ! Seules des circonstances exceptionnelles rendraient le projet B moins bon. Bien sûr, si ces chances pouvaient être réduites à 0, le projet B serait toujours le meilleur. C'est dans un tel cas qu'on parlerait de dominance stochastique¹⁶. On dirait que le projet B domine le projet A. Notez que la figure 5A illustre aussi quelques résultats déjà commentés : la probabilité que la valeur actuelle nette d'un projet soit négative (33 % pour A et 24 % pour B), et la valeur à risque de chaque projet (15 000 000 \$ pour A et 19 000 000 \$ pour B).

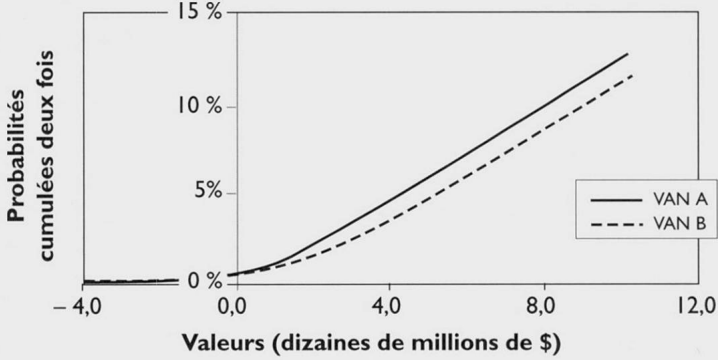
L'histoire ne s'arrête pas là. Les figures 5B et 5C illustrent les concepts de dominance stochastique d'ordres 2 et 3. On parle de dominance stochastique d'ordre 2 si la probabilité est cumulée une deuxième fois. Le projet dominant sera alors jugé meilleur par un décideur ayant de l'aversion pour le risque¹⁷. La dominance stochas-

FIGURE 5 – COMPARAISON DES PROJETS PAR DOMINANCE STOCHASTIQUE

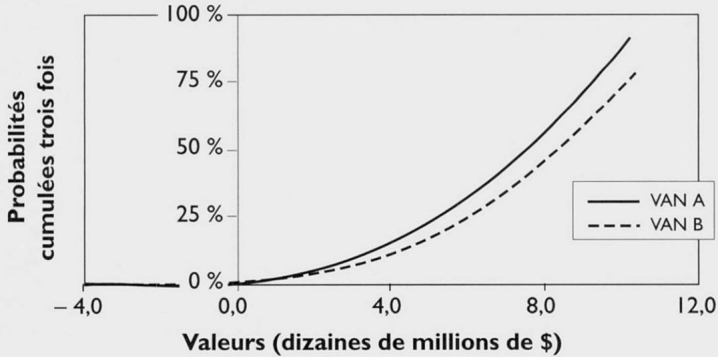
A. Dominance stochastique d'ordre 1



B. Dominance stochastique d'ordre 2



C. Dominance stochastique d'ordre 3



tique d'ordre 3 guide le choix d'un décideur avers au risque et préférant une asymétrie positive. Dans l'illustration, le projet B domine le projet A aux ordres 2 et 3. Cela ne devrait pas nous étonner, puisque le projet B, même s'il est plus risqué que A, présente justement une asymétrie positive, ce que nous avons appelé un « beau risque ».

Ce concept de dominance stochastique, qui permet ici de faire un choix parfaitement clair, n'est pas toujours aussi décisif. Si les courbes se croisent, on ne peut pas classer les projets correspondants.

De plus, il nous faut revenir sur le critère de la valeur actuelle nette. Nous avons jusqu'ici supposé, pour calculer cette VAN, que le degré de risque des projets A et B était le même. C'est ce qui justifiait le choix du même taux épreuve de 10 %. Dans la mesure où chacun des deux projets permet une création de valeur, cela permet en effet de choisir le meilleur projet, ici B. Mais il se serait pu que, en prenant un taux d'actualisation supérieur, on obtienne, pour l'un ou l'autre des deux projets, une valeur actuelle nette négative. Il nous faut absolument nous assurer que le projet choisi est rentable pour le taux d'actualisation correspondant à son degré de risque. Le tableau 11 résume les difficultés associées au choix d'un juste taux d'actualisation.

Ici, le projet B est plus risqué que le projet A. Il devrait donc être actualisé à un taux supérieur à 10 %. En pratique, on devrait adapter ce taux à la fois pour le degré de risque (l'écart type) et le degré d'asymétrie. Le projet B a un écart type plus grand que celui de A, ce qui devrait nous porter à majorer la prime de risque et donc à augmenter le taux d'actualisation. C'est par contre un « beau risque », puisque la probabilité d'une VAN négative est plus faible pour B et que le coefficient d'asymétrie de B est significativement positif. Au total il n'y a pas lieu de pénaliser B, dont la VAN à 10 % est de toutes façons très positive et dont le taux de rendement interne (14,4%) est très largement supérieur à 10 %¹⁸. Le projet B est donc rentable, il est meilleur que A, il faut donc l'entreprendre.

10. QUELQUES ANALYSES SUPPLÉMENTAIRES

Quelques questions se posent encore. En particulier celle de savoir si cette analyse est très sensible à l'estimation des variables incertaines. La figure 6 permet de vérifier l'influence de chacune de ces variables sur la valeur actuelle nette des deux projets.

TABLEAU II – LE CHOIX D'UN TAUX D'ACTUALISATION

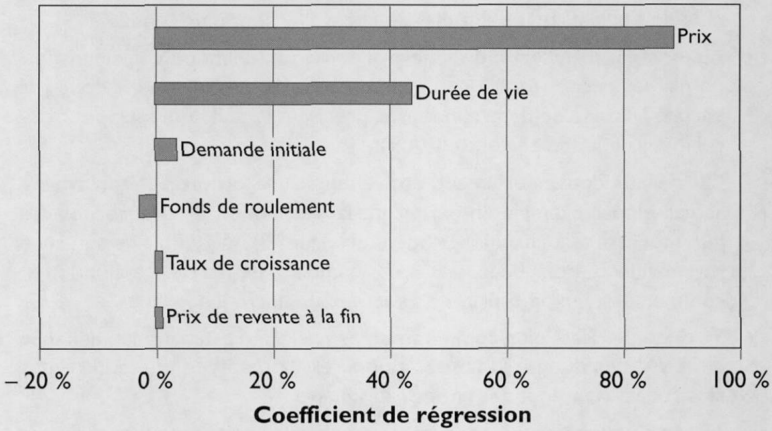
- Le taux d'actualisation, on le sait, est relié au degré de risque des flux monétaires qu'il sert à actualiser. Si ces flux sont des rentrées d'argent, le taux doit être d'autant plus élevé que ces flux sont plus risqués^(a).
- Au moment d'entreprendre une analyse de sensibilité ou une simulation, on n'a pas encore étudié en détail le risque du projet. Il n'est donc pas encore possible de déterminer avec précision le taux à utiliser pour calculer la valeur actuelle nette (VAN).
- On devrait donc, idéalement, étudier le risque du projet sans avoir à actualiser, par exemple en examinant la distribution de probabilités des flux monétaires à chaque période (voir figure 3). Mais il n'existe aucune règle évidente pour déduire de cela le choix d'un taux d'actualisation^(b), comme l'examen de la figure 3 peut en convaincre le lecteur.
- En pratique, il est plus commode de procéder à l'estimation simultanée de la VAN et du taux d'actualisation. C'est la méthode que nous avons illustrée ici. Reprenons ses principales étapes:
 - 1) actualisation des flux monétaires de chaque projet à un taux reflétant le risque moyen de l'entreprise ;
 - 2) établissement des distributions de probabilité des VAN à ce taux ;
 - 3) calcul des espérances mathématiques de VAN^(c) ;
 - 4) vérification de dominance stochastique ;
 - 5) s'il y a lieu, ajustement des taux d'actualisation, selon le classement de risque obtenu^(d) et par comparaison au risque de projets semblables, menés par l'entreprise ou par ses concurrents^(e) ;
 - 6) retour à l'étape 2, s'il y a eu changement des taux d'actualisation ;
 - 7) vérification que le projet dominant, s'il y en a un, a une VAN positive ;
 - 8) décision.

Cette méthode ne demande en général qu'un ou deux retours à l'étape 2 et n'alourdit pas sensiblement les calculs.

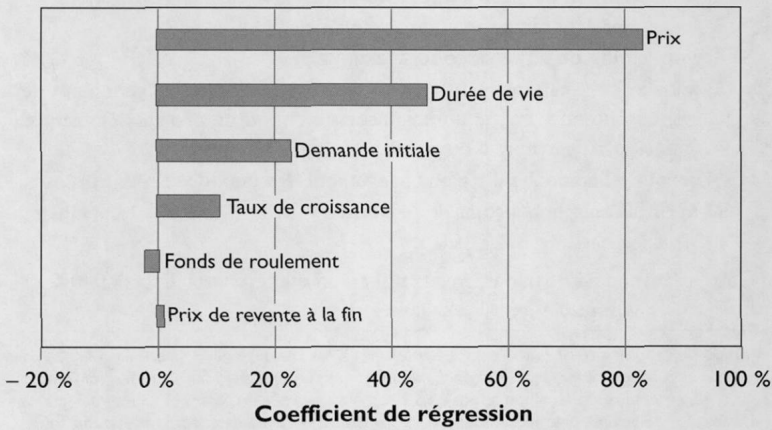
- (a) Un flux monétaire négatif devrait par contre, s'il est risqué, être actualisé à un taux plus bas qu'un flux non risqué. Imaginez, par exemple, qu'on doive faire un investissement supplémentaire de 1 million à l'année 5. Si on n'est pas sûr du montant exact qu'il faudra investir, le projet devra être pénalisé. Il faudra donc actualiser cette sortie de fonds risquée à un taux plus bas qu'on ne l'aurait fait si le montant avait été certain. Notez que, dans notre exemple, il n'y a pas de flux négatifs, sauf à l'instant initial pour lequel aucune actualisation n'est nécessaire. Il est donc possible, et souhaitable dans certains cas, d'utiliser plusieurs taux d'actualisation.
- (b) Tout au plus peut-on tenter un classement des projets par catégorie de risque. C'est ce que recommande Myers, 1976, sans toutefois donner de méthode pour établir ce classement. Il faut ensuite adopter un taux d'actualisation pour cette catégorie de projets, puis calculer la VAN de l'espérance mathématique des flux monétaires.
- (c) Qui coïncident avec les VAN des espérances mathématiques de flux monétaires.
- (d) En tenant compte de la dispersion et de l'asymétrie. Le lecteur intéressé peut consulter Frénois, Minville, 1992, pour une méthode d'estimation directe de ce taux d'actualisation.
- (e) Avoir une idée des primes de risque accordées par les marchés financiers à des projets de risque solidement, pour que leur classement soit fiable.

FIGURE 6
ANALYSE DE SENSIBILITÉ

Sensibilité par régression pour la VAN du projet A



Sensibilité par régression pour la VAN du projet B



Il est intéressant de constater que les deux projets sont également sensibles au prix et à la durée de vie. Ce sont véritablement ces deux variables qui causent le risque de l'exploitation de ce nouveau gisement. Il vaudrait la peine de vérifier si des mesures pourraient être prises pour atténuer le risque en cas de baisse des prix, une fermeture temporaire de la mine par exemple. Par ailleurs le projet B est également sensible à la demande initiale et à sa croissance ultérieure. C'est normal, étant donné la plus grande capacité du projet B, et cet effet s'accroît encore avec un projet de capacité plus élevée.

Un autre problème peut nous causer quelques soucis : le fait que les variables incertaines ne varient pas toujours indépendamment les unes des autres. Nous avons mentionné dès le départ que la demande était reliée négativement au prix, mais le modèle utilisé jusqu'ici n'en tenait pas compte. Il permettait seulement de tenir compte de l'autocorrélation parfaite de la demande¹⁹. Pour étudier ces deux phénomènes simultanément, quelques changements sont nécessaires au modèle²⁰, et le management doit estimer deux paramètres supplémentaires. Supposons ici que les dirigeants de Polymines inc. estiment à $-0,8$ la corrélation entre prix et demande et à $+1$ l'autocorrélation. Nous avons refait une simulation, et obtenu les distributions de probabilités cumulées des valeurs actuelles nettes de la figure 7.

Cette fois ci, il y a dominance stochastique d'ordre 1 : le projet B est meilleur que le projet A, quelles que soient les circonstances.

L'estimation de ces coefficients de corrélation apparaît peut-être difficile et quelque peu arbitraire. Mais on peut, là aussi, faire des analyses de sensibilité.

La figure 8A montre que la variance des valeurs actuelles nettes diminue quand la corrélation négative entre prix et demande est forte. Mais l'influence de l'autocorrélation est beaucoup plus forte, comme en témoignent les pentes beaucoup plus fortes des courbes de la figure 8B. L'estimation qui pèse donc le plus lourd sur notre décision, est celle du coefficient d'autocorrélation. En lui donnant la valeur maximale de $+1$, nous surestimons peut-être le risque, parti-

FIGURE 7 – DISTRIBUTION DES VALEURS ACTUELLES NETTES S'IL Y A CORRÉLATION

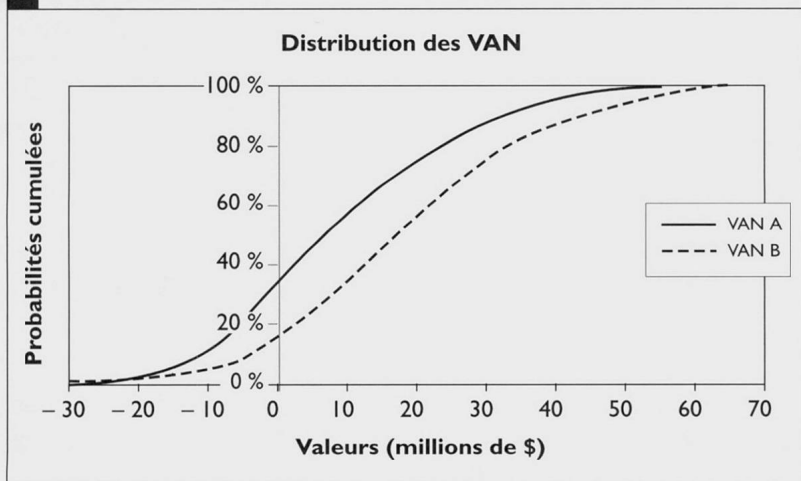
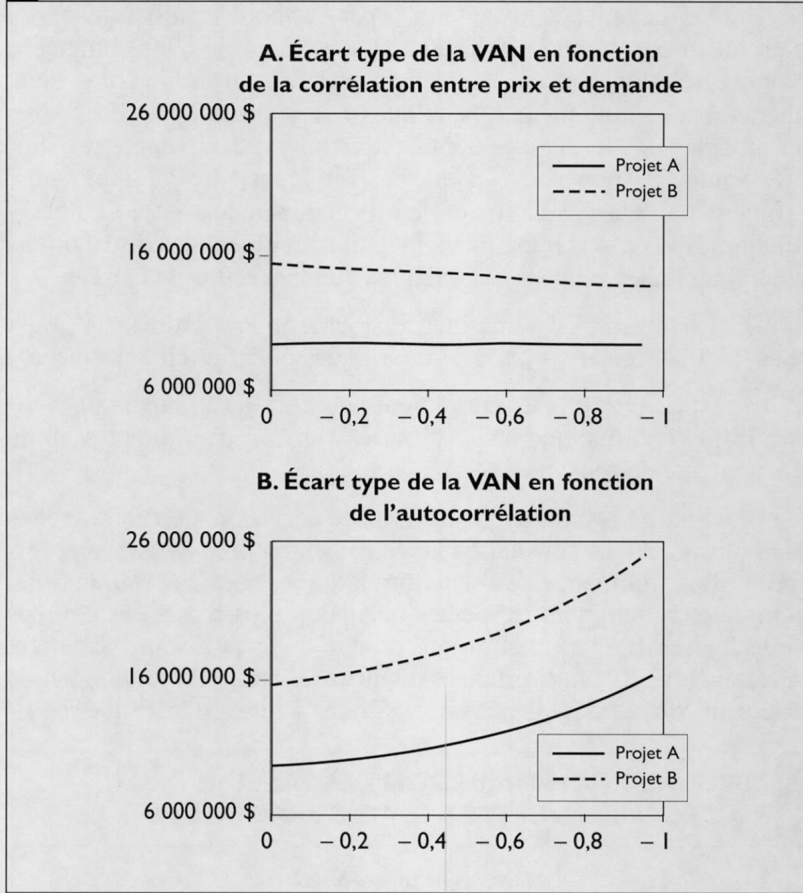


FIGURE 8
INFLUENCE DES COEFFICIENTS DE CORRÉLATION



culièrement celui du projet B. Ce qui ne fait que nous conforter dans notre décision !

II. EXTENSION DE LA MÉTHODE À D'AUTRES DÉCISIONS FINANCIÈRES

La plupart des décisions financières des entreprises ou des individus demandent l'estimation de flux monétaires, de rendements, de degrés de risque. La méthode, que nous venons d'illustrer pour une

décision d'investissement, peut donc aisément être adaptée. Prenons quelques exemples.

Quand une entreprise songe à se financer par une augmentation de sa dette, elle doit vérifier sa capacité d'assurer les paiements d'intérêt et les remboursements de capital. Elle doit donc comparer ces montants aux flux d'exploitation qu'elle prévoit générer. Dans les cas de détresse financière ou de restructuration du capital, ces estimations prennent une grande importance. Elles sont d'ailleurs faites non seulement par l'entreprise endettée, mais aussi par chacun des bailleurs de fonds.

Quand une entreprise veut établir sa politique de fonds de roulement, elle peut fixer son niveau de stocks, de comptes clients, de comptes fournisseurs ou de dette bancaire, de façon plus ou moins agressive. Par exemple une politique de crédit très restrictive va assurer moins de mauvaises créances, un montant moindre à emprunter, mais peut nous faire perdre certains clients. Là encore, il faut comparer rendement et risque. L'étude de divers scénarios, ou mieux une simulation, permet un choix plus éclairé de cette politique.

Quand un individu revoit ses décisions de placement, il désire évaluer le rendement potentiel et le risque de son portefeuille, et les conséquences de certains achats ou de certaines ventes de titres. Parmi les éléments difficiles à estimer, figurent les corrélations entre titres, donc le degré de diversification du portefeuille. Là encore divers scénarios peuvent être étudiés, une simulation effectuée.

12. CONCLUSION

L'analyse de risque dans les décisions financières est un thème de grande importance pratique. C'est un préalable à toute décision éclairée. C'est une condition nécessaire à toute politique de gestion du risque. Les compagnies d'assurance vivent de cela. Beaucoup d'instruments financiers dérivés ont vu le jour ces dernières années, pour permettre à l'entreprise prudente de se couvrir contre de nombreux risques de marché. L'établissement de contrats entre l'entreprise et ses créanciers, entre le promoteur d'un projet et ses bailleurs de fonds, ne peut pas être fait sans une analyse préalable du risque pour chacun.

L'établissement de valeurs à risque (VaR) pour les institutions financières, et maintenant aussi pour les sociétés non financières, demande souvent l'emploi de la simulation de Monte-Carlo. La

méthode décrite dans cet article permet d'entreprendre une telle analyse de risque en tirant parti de toute la puissance de la microinformatique moderne et de la théorie de la décision. Elle est à la portée de tout gestionnaire averti. Par rapport à des méthodes plus conventionnelles, elle permet :

- une pondération naturelle et complète des scénarios envisagés selon leur probabilité d'occurrence;
- un classement plus fiable des décisions selon leur degré de risque;
- la prise en compte naturelle des interdépendances entre facteurs aléatoires;
- la possibilité de tenir compte de toute forme de distribution de probabilité, en particulier des distributions asymétriques;
- la possibilité d'analyser la valeur d'options d'abandon ou d'expansion;
- la possibilité d'étudier la dépendance entre projets, entre moyens de financement, l'impact d'une décision sur la santé financière de l'entreprise, et d'établir ainsi un plan stratégique tenant compte de la rentabilité et du risque.

Ainsi l'analyse de risque devrait-elle devenir un véritable outil d'analyse financière et stratégique, à la portée de toutes les entreprises.

Références

- Bawa V.S., (1975) « Optimal Rules for Ordering Uncertain Projects », *Journal of Financial Economics*, 95-121.
- Bodily S.E. (1986) « Spreadsheet Modeling as a Stepping Stone », *Interfaces, The Institute of Management Science*, Vol. 16, no 5, 34-52.
- Clark J., (1999) « Simulation : a Tool for Common Use », *Financial Engineering News*.
- Clement R.T. (1996), *Making Hard Decisions : an Introduction to Decision Analysis*, Duxbury Press, 2ième édition.
- Dowd K.(1998), *Beyond Value at Risk : the new science of risk management*, Wiley.
- Esch L., Kieffer R., Lopez T. (1997), *Value at Risk : vers un Risk Management moderne*, De Boeck Université.
- Farragher E.J., Kleiman R.T., Sahu A.P.(1999) « Current Capital Investment Practices », *The Engineering Economist*, Vol. 44, no 2.

- Frénois J.-P., Minville P.(1992) *La conception d'un SIAD-expert pour analyser le risque de projets d'exploration pétrolière*, École des Hautes Études Commerciales, Monographie du CÉTAI no 92-05.
- Hertz D.B.(1964) « Risk Analysis in Capital Investment », *Harvard Business Review*, 3-14.
- Hertz D.B., Thomas H.(1983) *Risk Analysis and its Applications*, Wiley.
- Hertz D.B., Thomas H.(1984) *Practical Risk Analysis : an Approach Through Case Histories*, Wiley.
- Kim S.-H., Elsaïd H.H., Kim D.H.(1999) « Derivation of an Intertemporal Correlation Coefficient Model Based on Cash Flow Components And Probabilistic Evaluation of a Project's NPV », *The Engineering Economist*, Vol. 44, no 3, 276-294.
- Myers S.C., (1976) « Postscript : Using Simulation for Risk Analysis » dans S.C. Myers éditeur, *Modern Developments in Financial Management*, Praeger Publishers 457-463.
- Sprague R.H., Watson H.J.(1996) *Decision Support for Management*, Prentice Hall.

Notes

12. En utilisant le logiciel @Risk 3.5 (voir note3) sur un Pentium II 233 MHz, cela prend environ trente secondes.

13. Sauf, bien sûr la période initiale.

14. Comme d'ailleurs celle de la VAN de A.

15. La valeur à risque, mesure couramment utilisée par les institutions financières pour gérer le risque de leurs actifs, est un montant tel que les pertes actualisées, encourues pendant une période donnée, ne dépasseront pas cette valeur dans 95% des cas. Ici, puisque nous avons la distribution de probabilité de la VAN, il suffit de lire la valeur de la distribution cumulée à 5%.

16. Ou plus précisément dominance stochastique d'ordre 1, la probabilité ayant été cumulée une fois. Voir Bawa, 1975, pour les formules et démonstrations, Frénois et Minville, 1992, pour l'application au choix de projets d'exploration pétrolière.

17. Ces propriétés de la dominance stochastique d'ordres 2 et 3 sont démontrées avec rigueur dans Bawa, 1975.

18. On sait que, si la valeur actuelle nette et le taux de rendement interne donnaient des messages contradictoires, c'est à la valeur actuelle nette qu'il faudrait se fier, puisque c'est le seul critère qui mesure directement l'accroissement de richesse des actionnaires.

19. De façon très simple, en tirant une seule fois au hasard le taux de croissance de la demande et en appliquant ce taux unique de croissance à toutes les périodes. Ainsi une faible croissance de la demande à la période t entraîne une faible croissance à la période $t+1$.

20. Ces changements doivent être faits soigneusement, surtout en présence simultanée de corrélation et d'autocorrélation. Nous avons établi une matrice de corrélations à partir des estimés de -0,8 pour la corrélation entre prix et demande à chaque période, et de +1 pour le coefficient d'autocorrélation entre deux périodes consécutives, tant pour les prix que pour la demande. Cela peut être généralisé à n'importe quelle combinaison de ces coefficients. Voir Kim, Elsaïd et Kim pour les justifications théoriques.