L'Actualité économique

Note sur un ouvrage récent du professeur Luigi Solari

Camille Bronsard and Lise Salvas-Bronsard

Volume 47, Number 4, January–March 1972

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1003816ar
DOI: https://doi.org/10.7202/1003816ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Explore this journal

Cite this note

Bronsard, C. & Salvas-Bronsard, L. (1972). Note sur un ouvrage récent du professeur Luigi Solari. *L'Actualité économique*, *47*(4), 718–733. https://doi.org/10.7202/1003816ar

Notes

Note sur un ouvrage récent du professeur Luigi Solari [1]

Le professeur Luigi Solari vient de publier un livre élégant, succinct et magnifiquement conçu sur la théorie des choix et les fonctions de consommation semi-agrégées [2]. Cet ouvrage peut se diviser en trois parties : I. Fondements d'un système de fonctions de demande ; II. Deux spécifications opérationnelles ; III. Procédures d'estimation, estimation et analyse. Nous analyserons chacune de ces parties en les subdivisant selon les chapitres qui les composent. Cette nécessité de l'analyse risque de masquer l'unité de l'œuvre. Notons donc tout de suite, avec le professeur Richard Stone qui l'a préfacée, que c'est au contraire l'une de ses qualités dominantes : « Finalement, écrit-il, une étude économétrique complète, comme celle qui est contenue dans ce livre, suppose l'habileté de rassembler ensemble tous ces éléments que sont les données, la théorie économique, les méthodes de statistique et d'informatique. Toute attitude désinvolte envers l'un ou l'autre affaiblit l'ensemble de l'entreprise ou la rend impossible... Le professeur Solari en traite profondément et ses résultats reposent sur un fond solide et communicable de techniques et d'idées ».

---

1. *Théorie des choix et fonctions de consommation semi-agrégées*, Librairie Droz, 11 rue Massot, Genève, 1971. Les auteurs remercient le professeur Marcel Dagenais pour les discussions fructueuses qu'ils ont eues avec lui sur le sujet.
2. C'est-à-dire intermédiaires entre la fonction de dépense totale C et celle d'une dépense c_i sur un bien *i*.

I. FONDEMENTS D'UN SYSTÈME DE FONCTIONS DE DEMANDE

Dans cette section l'auteur expose, en 51 pages, a) les restrictions inhérentes aux fonctions de demande continûment dérivables, b) les restrictions additionnelles supportées par la théorie des choix, c) l'approche duale au problème du consommateur, d) les principes essentiels de l'agrégation sur les biens et sur les individus. Cette brièveté remarquable s'explique, d'une part, du fait que l'auteur utilise la notation matricielle (ce qui le conduit à n'utiliser qu'un symbole pour désigner des expressions couramment définies au moyen d'une dizaine d'hiéroglyphes) et, d'autre part, du fait que l'algèbre matricielle permet de simplifier la plupart des démonstrations.

Le problème fondamental soulevé et résolu dans ces pages peut se schématiser comme suit : soient q le vecteur-colonne à n composantes des quantités de bien consommées par un ménage et $\begin{bmatrix} p \\ \hline r \end{bmatrix}$ le vecteur à $n+1$ composantes des prix et de la dépense (de ce ménage) ; supposons que q soit la valeur prise par une fonction à valeur vectorielle continûment dérivable ; alors, on notera :

$$q = q(p,r) \tag{1}$$

le système complet de la demande et

$$dq = \frac{\partial q}{\partial p'} dp + \frac{\partial q}{\partial r} dr \tag{2}$$

la différentielle de ce système ; dans cette différentielle $\frac{\partial q}{\partial p}$ est la matrice jacobienne des effets-prix, $\frac{\partial q}{\partial r}$ est le vecteur des effets-revenus tandis que dq, dp et dr sont des variations des quantités de biens, des prix et de la dépense ; on se demande quelles sont les connaissances à priori dont on dispose pour analyser le système (2) et comment cette analyse peut se reporter au niveau agrégé.

a) *Les restrictions élémentaires*

Si

$$p'q \equiv r \tag{3}$$

on aura aussitôt, en différenciant (3) par rapport à p et par rapport à r :

$$p' \frac{\partial q}{\partial p'} \equiv - q' \tag{4}$$

$$p' \frac{\partial q}{\partial r} \equiv 1 \tag{5}$$

c'est-à-dire $n + 1$ liaisons sur les coefficients $\frac{\partial q}{\partial p}$ et $\frac{\partial q}{\partial r}$ de l'équation (2). En d'autres mots, si on estime le système (2) on peut s'attendre que les coefficients estimés respectent (4) et (5). Inversement, on peut substituer (4) et (5) en (2) avant la procédure d'estimation. Remarquons que les seules hypothèses faites pour utiliser les restrictions à priori (4) et (5) sont la différentiabilité de (1) et la définition (3). En d'autres mots, ces restrictions à priori sont préalables à la théorie des choix. Enfin, on peut les exprimer sous forme de liaisons entre les élasticités, ce qui est fait d'une manière on ne peut plus élégante par l'auteur.

b) *Autres restrictions à priori*

Supposons maintenant que les relations de demande (1) soient « issues du comportement optimisant d'une cellule de consommation ». En d'autres mots, soit $u = u(q)$ une fonction d'utilité et supposons que (1) soit la solution du problème

$$\text{Max}\, u(q) \tag{6}$$

sous réserve que $p'q = r$.

Alors, on peut s'attendre à trouver d'autres restrictions à priori sur les coefficients de (2). Pour expliciter ces dernières, substituons la différentielle de (3) en (2) et réarrangeons les termes :

$$dq = \left[\frac{\partial q}{\partial p'} + \frac{\partial q}{\partial r} q' \right] dp + \frac{\partial q}{\partial r} (p'dq) \tag{7}$$

Dans le cas où la fonction u est strictement quasi-concave, on trouve les relations célèbres de Slutsky

$$\left[\frac{\partial q}{\partial p'} + \frac{\partial q}{\partial r} q' \right] \equiv \left[\frac{\partial q}{\partial p'} + \frac{\partial q}{\partial r} q' \right]'^{\,3} \tag{8}$$

3. Le « prime » apposé à la matrice de droite symbolise la transposition.

c'est-à-dire $\frac{n}{2}(n-1)$ restrictions sur les coefficients de l'équation (7). On conçoit qu'un économètre puisse être alléché par ces $\frac{n}{2}(n-1)$ restrictions puisqu'elles lui épargnent l'estimation d'autant de coefficients.

Cependant, pour dériver les relations (8), le professeur Solari a été amené à considérer que l'hypothèse de stricte quasi-concavité impliquait que la matrice U, hessienne de la fonction d'utilité, était de rang maximal, c'est-à-dire de rang n [4]. Ceci ne peut être qu'un cas particulier comme le lecteur peut s'en convaincre à l'aide de la fonction

$$u = q_1 q_2 \tag{9}$$

et de sa transformation monotone

$$u' = \sqrt{q_1 q_2}\,. \tag{10}$$

On vérifie aisément que (9) et (10) projettent sur R^2 des courbes d'indifférence strictement convexes. Ce sont donc des fonctions strictement quasi-concaves. Pourtant, si (9) possède une hessienne de rang 2, il n'en est pas ainsi de (10) dont le hessien est toujours nul. En d'autres mots, même si U est de rang n pour une certaine fonction donnée u°, cette propriété n'est pas préservée nécessairement sous une transformation monotone. L'idée fondamentale, derrière ces détails ésotériques, c'est que l'hypothèse de stricte quasi-concavité est une hypothèse *sur le préordre de préférence* (elle implique des courbes d'indifférence strictement convexes) et non sur la fonction u elle-même, qui est largement arbitraire.

En fait, le professeur Solari n'a pas besoin de la non-singularité de U pour dériver (8). On peut faire apparaître les relations de Slutsky (avec, d'ailleurs, beaucoup d'autres propriétés) par une manipulation légèrement différente de la sienne des *relations fondamentales de la théorie des choix*. On écrit ces relations fondamentales sous la forme :

$$\begin{bmatrix} U & -p \\ -p' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial q}{\partial p'} & \frac{\partial q}{\partial r} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial p'} & \frac{\partial \lambda}{\partial r} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \lambda In, & 0 \\ q', & -1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

4. Page 19.

où λ est le multiplicateur de Lagrange associé au problème (6) et où In est la matrice identité d'ordre n. La stricte quasi-concavité de u implique que la hessienne bordée $\begin{bmatrix} U & -p \\ -p' & 0 \end{bmatrix}$ soit de rang $n+1$. Par ailleurs, la matrice de droite, en (11), s'inverse par inspection. On a donc :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial q}{\partial p'}, & \frac{\partial q}{\partial r} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial p'}, & \frac{\partial \lambda}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda} In, & 0 \\ \frac{1}{\lambda} q', & -1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} U, & -p \\ -p', & 0 \end{bmatrix}^{-1} \tag{12}$$

et, par suite,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda}\left[\frac{\partial q}{\partial p'} + \frac{\partial q}{\partial r} q'\right], & \frac{-\partial q}{\partial r} \\ \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial p'} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} q'}{\lambda}, & \frac{-\partial \lambda}{\partial r} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} U & -p \\ -p' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \tag{13}$$

La matrice de droite étant symétrique, on a aussitôt (8) et, en plus, une décomposition utile des effets-revenus :

$$-\frac{\partial q'}{\partial r} \equiv \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial p'} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} q'}{\lambda} \tag{14}$$

Par ailleurs, en manipulant (13), on démontre aisément (entre autres choses) que :

$$\left[\frac{\partial q}{\partial p'} + \frac{\partial q}{\partial r} q'\right] p \equiv 0 \tag{15}$$

$$p' \frac{\partial q}{\partial r} \equiv 1 \tag{16}$$

c'est-à-dire les autres restrictions à priori [5]. De (15) on peut aussi conclure à l'homogénéité de degré zéro des fonctions de demande.

5. On a aussi :

$$p' \left[\frac{\partial q}{\partial p} + \frac{\partial q}{\partial r} q'\right] \equiv 0$$

et, donc, par (16),

$$p' \frac{\partial q}{\partial p'} \equiv -q'$$

c'est-à-dire (4).

Bref, les restrictions additionnelles tirées de la théorie des choix ne dépendent pas de la non-singularité de U. La procédure du professeur Solari pourra cependant être utile (moyennant hypothèse supplémentaire) pour décomposer les effets de substitution en effets spécifiques et effets généraux. On a, en effet, par sa procédure,

$$\left[\frac{\partial q}{\partial p'} + \frac{\partial q}{\partial r} q'\right] \equiv \lambda U^{-1} - \frac{\lambda}{\frac{\partial \lambda}{\partial r}} \frac{\partial q}{\partial r} \frac{\partial q'}{\partial r} \tag{17}$$

c) *L'approche duale*

Au problème primal (6) correspond le problème dual

$$\text{Min}\, v(p,r) \tag{18}$$

sous réserve que $r - p'q = 0$, où, les quantités q étant fixées, on minimise l'indicateur

$$u(q(p,r)) \equiv v(p,r) \tag{19}$$

L'intérêt de ce problème, qui n'est que la transposition de (6) dans l'espace des valeurs, ne réside évidemment pas dans la recherche de nouvelles restrictions à priori, du moins sous la forme générale des restrictions (8), (15) et (16). Pour le professeur Solari, son intérêt est double : d'une part, par l'indicateur dual $v(p,r)$, on dispose d'une fonction représentant le niveau de vie d'un consommateur où les n variables p sont communes à tous les consommateurs — c'est donc le point de départ idéal dans la recherche d'indices fonctionnels du coût de la vie ; d'autre part, si l'on note que les conditions de premier ordre du problème (18) s'écrivent

$$\frac{\frac{\partial v}{\partial p}}{\frac{\partial v}{\partial r}} = -q \tag{20}$$

on voit que l'indicateur dual permet, dès qu'il est connu, d'expliciter directement les fonctions de demande. C'est à partir de cette considération que le système « indirect addilog » sera dérivé plus loin.

L'auteur note que les courbes d'indifférence duales sont strictement concaves et qu'ainsi la fonction d'utilité indirecte est strictement quasi-convexe. Le problème (18) correspond donc bien à la recherche d'un minimum.

Cette façon de voir est assez déroutante : par (19) l'indicateur v est de même signe que l'indicateur u. Logique avec lui-même, le professeur Solari conclut que, « pour un complexe q donné, on détermine ainsi les prix relatifs qui *minimisent la satisfaction* mesurée, à une transformation parétienne près, par l'indicateur dual ». Ceci nous paraît une interprétation faible. Rien n'empêche, en effet, qu'un concept négatif, comme celui de la dépense, soit exprimé positivement. Par exemple, en (3), on a l'égalité entre le revenu et la dépense, c'est-à-dire l'équivalence entre un concept positif et un concept négatif. De la même manière, rien n'empêche que la dissatisfaction provoquée par le coût de la vie soit mesurée positivement comme le niveau de vie lui-même. L'égalité (19) serait alors compatible avec l'interprétation suivante de (18) : pour un complexe q donné, rendons minimum la dissatisfaction provoquée par le coût de la vie.

d) *Principes d'agrégation*

Quoique les principes essentiels de l'agrégation sur les biens forment la trame de ce chapitre (théorème de Léontief, théorème de Hicks), on peut regretter que le professeur Solari n'ait pas mis à profit sa grande maîtrise de l'exposition pour faire une synthèse des idées concurrentes sur la faible séparabilité. L'auteur est également restrictif quand il traite de l'agrégation sur les individus : il conclut à la nécessité d'une fonction d'utilité définie sur les biens agrégés. Ceci est peut-être utile dans les spécifications qu'il considère par la suite. D'une manière générale, toutefois, la sommation des relations (7) sur N ménages d'indice s conduit à considérer la matrice agrégée

$$\left[\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial q^s}{\partial p'} + \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial q^s}{\partial r^s} q'^s \right] \tag{21}$$

Cette matrice est symétrique par (8) et, en général, différente de la matrice

$$\left[\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial q^s}{\partial p'} + \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial q^s}{\partial r^s} \sum_{s=1}^{n} q'^s \right] \tag{22}$$

dont la symétrie nous ferait conclure à l'existence d'une fonction d'utilité définie sur les quantités globales. On voit mal pourquoi le professeur Solari ne se contente pas de la symétrie de (21). Si, par ailleurs, la symétrie de (22) était nécessaire, on pourrait se demander pourquoi l'économètre s'intéresserait plus longtemps à la théorie des choix individuels et pourquoi il n'aborderait pas le problème directement sur les agrégats.

II. DEUX SPÉCIFICATIONS OPÉRATIONNELLES

Dès que le nombre de fonctions de demande que l'on veut estimer est un peu important, les observations dont on dispose ne suffisent pas, en général, pour bien estimer les coefficients de (7) et cela, même si leur puissance est singulièrement poussée par les informations à priori contenues dans (8), (15) et (16). En outre, le danger de multicolinéarité s'accroît avec le nombre d'indices de prix. Il faut donc se donner d'autres informations à priori. Dans l'état actuel de la science, ces dernières seront nécessairement plus arbitraires : une première procédure consiste à se fonder sur l'intuition pour déterminer certains coefficients de la matrice de substitution ; une seconde consiste à spécifier le système (1) du point de vue fonctionnel ; une troisième consiste à spécifier la fonction d'utilité indirecte (19) pour déterminer par ce biais les fonctions de demande (20).

Ce sont ces deux dernières procédures que retient le professeur Solari. Il choisit, alors, les spécifications conventionnelles du modèle de dépenses linéaires et du modèle « indirect-addilog » mais les généralise en y incorporant les conceptions de Roy sur la hiérarchie des besoins. Avec beaucoup de modestie, il présente ces synthèses comme des extensions conceptuelles.

a) *Le système linéaire de dépenses*

Soit $\check{p}$ la matrice diagonale dont les éléments non-nuls sont, dans l'ordre, ceux du vecteur p. On spécifie (1) de la manière suivante

$$q = \check{p}^{-1} \quad [rb + Bp] \tag{23}$$

où b et B sont indépendants des prix et du revenu. On en déduit que le vecteur des dépenses dépend linéairement des prix et du revenu :

$$\check{p}q = rb + Bp \tag{24}$$

et, enfin, on applique à (24) les restrictions (8), (15) et (16). On obtient

$$\check{p}q = \check{p}c + (r - p'c)b \tag{24bis}$$

où c est tenu généralement pour un vecteur non-négatif de quantités obligées. Le professeur Solari généralise la spécification (24bis) au cas d'un vecteur c quelconque.

Malgré cette généralisation, la matrice des coefficients de substitution ne peut contenir d'éléments hors-diagonaux qui soient négatifs. Il s'ensuit, comme le note d'ailleurs l'auteur, que le modèle linéaire de dépenses ne peut faire apparaître des complémentarités pures. Ceci est assez grave du point de vue de l'analyse économique mais peut être compensé par les performances économétriques du modèle, du moins dans certains cas.

b) *Le modèle « indirect addilog »*

Si on donne à (19) la spécification

$$v = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{b_i} \left(\frac{p_i}{r} \right)^{-b_i} \tag{25}$$

on obtient, par (20), les fonctions de consommation

$$q_i = \frac{a_i \left(\frac{p_i}{r} \right)^{-(b_i+1)}}{\sum_{j=1}^{n} a_j \left(\frac{p_j}{r} \right)^{-b_j}}, \qquad i = 1,2,...,n, \tag{26}$$

et on peut vérifier que, dans ce nouveau modèle, deux biens peuvent être compléments au sens pur. D'un point de vue théorique, ce modèle est donc préférable à priori.

Comme dans le modèle de dépenses linéaires, les nouvelles restrictions que l'on a par (26) sont obtenues de façon mécanique. On peut regretter ce manque de souplesse et préférer la première procédure de spécification définie plus haut et qui consiste à se fonder sur l'intuition pour déterminer certains coefficients de la matrice de substitution (façon de faire qui correspond aux travaux de Theil et Barten).

III. PROCÉDURES D'ESTIMATION, ESTIMATION ET ANALYSE

Dans cette section l'auteur expose : a) les méthodes d'estimation choisies, b) les résultats empiriques de l'estimation du système linéaire de dépense et du système « indirect addilog ».

a) *Les méthodes d'estimation*

Soit le modèle de dépenses

$$d_t = A(b,c)x_t + u_t \tag{27}$$

où :

d_t est le vecteur $nx1$ de dépenses sur les n biens

$A(b,c)$ est la matrice nxk des paramètres

x_t est le vecteur $kx1$ des variables exogènes, ce sont la dépense totale (r_t) et d'autres variables quelconques (z_t)

u_t est le vecteur $nx1$ des variables aléatoires.

Remarquons d'abord que ce système n'est pas explicitement simultané puisque toutes les variables explicatives y sont exogènes. On peut regretter que la dépense totale (r_t), qui doit satisfaire

$$r_t = \iota' d_t \tag{28}$$

où $\iota = (1,1,...,1)$,

soit considérée comme exogène. Cette hypothèse a évidemment l'avantage de la simplicité ; elle évite de nombreuses complications économétriques mais elle nous semble difficilement justifiable surtout si l'on songe à la démonstration bien connue d'Haavelmo (1943, 1953) dans le cas d'un modèle macroéconomique.

Le système (27) est cependant *estimé simultanément* par l'auteur. D'une part, comme on verra en (32), parce que certains coefficients apparaissent dans toutes les équations ; d'autre part, parce que les variables aléatoires des différentes équations sont reliées entre elles.

La simultanéité de (27) est explicitée par la matrice de variances-covariances des variables aléatoires :

$$E(u_t u_t') = \Omega \qquad \forall t \qquad (29)$$

$$= \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_{n1} & \omega_{n2} & \cdots & \omega_{nn} \end{bmatrix}$$

et $$E(u_t u_{t'}') = \Omega \otimes I \qquad t,t' = 1,2,\ldots,T \qquad (30)$$

$$= \begin{bmatrix} \omega_{11}I & \omega_{12}I & \cdots & \omega_{1n}I \\ \omega_{21}I & \omega_{22}I & \cdots & \omega_{2n}I \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_{n1}I & \omega_{n2}I & \cdots & \omega_{nn}I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_{n1} & \omega_{n2} & \cdots & \omega_{nn} \end{bmatrix} \otimes I \qquad (31)$$

Les équations (29) à (31) montrent que les variables aléatoires des différentes équations sont reliées entre elles.

Les méthodes d'estimation proposées par l'auteur sont : l'estimateur à S-distance minimale et l'estimateur du maximum de vraisemblance. L'estimateur à S-distance minimale est l'estimateur des moindres carrés pondérés où la matrice de variances-covariances des variables aléatoires $(\Omega \otimes I)$ est remplacée par une matricee définie positive quelconque $(S \otimes I)$.

Avant d'exposer en détail ces deux méthodes, l'auteur souligne une particularité du système de dépense (27) : la matrice Ω est singulière. En effet le système (27) peut s'écrire explicitement :

$$d_t = \check{p}_t c + b(r_t - p_t' c) + u_t \qquad (32)$$

où : $\check{p}$ est une matrice $n \times n$ diagonale,
c et b sont les coefficients.

Par la théorie microéconomique, nous avons

$$\iota' b = 1 \qquad (33)$$

ce qui implique

$$\iota' u_t = 0$$

et, par conséquent, la matrice de variances-covariances Ω est singulière.

La singularité de la matrice Ω complique les procédures d'estimation. Solari démontre, à la suite de Barten, qu'il est équivalent d'estimer tout le système en utilisant une inverse généralisée ou d'éliminer l'une quelconque des équations du système.

La méthode à S-distance minimale consiste alors à minimiser

$$\sum_t u_t' \Omega^+ u_t \quad \text{avec} \quad \iota' u_t = 0 \tag{35}$$

Ω^+ étant l'inverse généralisée de Ω, ou encore

$$\Sigma_t u_{*t}' \Lambda^{-1} u_{*t} \quad \text{avec} \quad \iota' u_{*t} + u_{nt} = 0 \tag{36}$$

u_{*t} représentant le vecteur u_t dont on a éliminé le *n*ième élément (u_{nt}) en éliminant la *n*ième équation, et Λ est la matrice Ω dont on a enlevé la *n*ième ligne et la *n*ième colonne.

La méthode du maximum de vraisemblance consiste à maximiser

$$L(\beta, \Lambda^{-1}) = K - \frac{T}{2} \log |\Lambda^{-1}| - \frac{1}{2} \Sigma_t u_{*t}' \Lambda^{-1} u_{*t}. \tag{37}$$

Enlevant une équation au système (27) on a

$$d_{*t} = A_*(b,c) x_{*t} + u_{*t} = f_*(x_{*t}\,;\, \beta) + u_{*t} \tag{38}$$

de sorte que (37) devient

$$\mathrm{L}(\beta, \Lambda^{-1}) = K - \frac{T}{2} \log |\Lambda^{-1}|$$

$$- \frac{1}{2} \sum_t (d_{*t} - A_* x_{*t})' \Lambda^{-1} (d_{*t} - A_* x_{*t}). \tag{39}$$

Évidemment, on retrouve ensuite les coefficients de la *n*ième équation en utilisant les $(n-1)$ autres et les restrictions économiques à priori.

Enfin, l'auteur donne une grande importance aux procédures numériques de résolution pour les problèmes (36), et (37) ou (39). La difficulté de ces problèmes d'estimation vient de la non-linéarité du système de dépenses dans ses paramètres. Cependant l'importance donnée aux procédures numériques est un peu exagérée, étant donné qu'il existe de nombreux algorithmes pour maximiser des fonctions non-linéaires sans contraintes.

b) *Expériences empiriques*

Les expériences empiriques comprennent l'estimation du système linéaire de dépenses pour plusieurs pays européens par la méthode à S-distance minimale et la méthode du maximum de vraisemblance et, pour la Suisse, l'estimation du système linéaire de dépenses et du système «indirect addilog ».

Du point de vue de la corrélation, ces expériences sont très satisfaisantes : les R^2 sont très élevés et les valeurs calculées diffèrent peu des valeurs observées.

De plus, les coefficients b_i et c_i ont les signes attendus. On regrette ici de ne pas disposer des écarts-types des coefficients de façon à pouvoir juger de leur valeur statistique.

Les b_i qui représentent les propensions marginales des consommations en valeur par rapport à la dépense totale sont toujours positifs et leur somme est toujours voisine de 1.

Les c_i qui représentent les quantités obligées quand elles sont supérieures à zéro indiquent comme biens nécessaires principaux : les « denrées alimentaires », le « loyer, entretien », « l'habillement », le « chauffage, éclairage ».

L'auteur fait alors des comparaisons entre consommation totale, consommation obligée et coût de la vie. De même les analyses sur les élasticités corroborent les autres analyses économiques sur les signes des coefficients et sont aussi d'un très grand intérêt.

Enfin, l'auteur a réalisé des expériences très intéressantes de simulation. Il a supposé deux séries : une série courte ($T = 20$) et une série longue ($T = 59$). Pour chaque série, il a simulé 500 échantillons et calculé des paramètres pour chacun de ces échantillons. On constate que les moyennes des estimations des moindres carrés sont plus éloignées des valeurs vraies que celles des estimateurs du maximum de vraisemblance. De plus, dans tous les cas sauf un, les écarts par rapport aux vraies valeurs sont de même signe pour les deux estimateurs. Ainsi qu'on pouvait s'y attendre les écarts relatifs baissent quand on passe de la série courte à la série longue. L'auteur fait alors des tests sur les coefficients et constate que les biais sont considérables. En particulier, l'estimateur c serait souvent biaisé et les biais ne disparaissent, dans le cas des estimateurs du maximum de vraisemblance seulement, que pour des séries longues dépassant l'étendue des séries habituellement disponibles.

IV. NOTE SUR L'ENSEMBLE DE LA PROCÉDURE

L'unité fondamentale, dans le livre du professeur Solari, réside dans la continuité qu'on y trouve entre une théorie relativement générale de la demande, ses implications empiriques et son pouvoir d'analyse au terme de l'estimation. Il s'agit, en fait, d'une construction magnifique. On pourrait objecter, toutefois, qu'elle est fragile et, dans cette tâche, un théoricien spécieux pourrait accumuler les découvertes des dernières années contre la théorie de la demande utilisée par les économètres : il s'agirait, fondamentalement, de remettre en cause l'existence même des fonctions de demande en tant que fonctions, c'est-à-dire de rejeter l'hypothèse de stricte convexité au nom de la généralité. On sait, en effet, que la notion de correspondance, plus générale et plus fondamentale que celle de la fonction, ne suppose que la seule convexité.

Ceci est tentant au premier abord mais il faut remarquer qu'une correspondance de demande *n'est pas observable*. En d'autres mots, les économètres qui utilisent la théorie de la demande pour spécifier leurs fonctions choisissent le niveau de généralité qui est compatible avec l'observation — la théorie doit demeurer assez spécifique pour être utilisable. De ce point de vue, l'hypothèse de stricte convexité des surfaces d'indifférence est à peu près nécessaire, du moins dans l'état actuel de la science, pour expliquer et représenter l'unicité des choix. Elle peut impliquer à toutes fins pratiques, que l'élasticité de la demande soit finie — mais une élasticité infinie *n'est pas observable*.

Le danger, nous semble-t-il, n'est pas de ce côté. Il se peut que la symétrie des matrices de substitution soit un gadget pour économètre mais ce n'est pas parce que les hypothèses qui régissent cette symétrie sont trop « pures ». Le danger, c'est que le problème du consommateur de nos économies avancées soit mal posé à l'intérieur des dites hypothèses. Par exemple, tout l'aspect monétaire n'y est pas incorporé. Or, il se peut très bien que les caractérisations des fonctions de demande d'un consommateur en économie monétaire soient très différentes des caractérisations classiques. L'utilisation de ces dernières dans une économie qui dans le réel, est monétaire, serait alors fort problématique.

V. NOTE FINALE

Tout autant qu'un événement scientifique, la parution d'un excellent livre d'économique, en langue française, est un événement culturel. En fait, sous ce dernier chef, le professeur Solari a écrit un pur chef-d'œuvre. Non seulement s'inspire-t-il de la terminologie et des techniques de ses prédécesseurs français (Roy et Nataf, principalement) mais encore trouve-t-il, dans la comparaison des points de vue français et anglo-saxons, sa plus grande originalité : il généralise le système linéaire de dépenses et le système « indirect addilog » en y appliquant, pour ainsi dire, les conceptions de René Roy sur la hiérarchie des besoins. Il s'inscrit, dès lors, dans un certain continuum culturel qu'il prolonge.

Réfléchissant sur la difficulté de faire une carrière scientifique en France, Maurice Allais écrivait, en 1952 : « Nous n'hésitons pas à dire que la culture française vit sur sa lancée, mais qu'elle est menacée de mort ». Aujourd'hui, même les hommes de lettres français commencent de percevoir que la langue française, à force d'être soustraite aux courants technologiques nouveaux, est, à toutes fins pratiques, une langue morte.

Ce n'est pas encore le cas en économique où, depuis quelques années, l'édition scientifique semble vouloir sortir de sa torpeur. C'est dans ce renouveau que se situe l'œuvre du professeur Solari. Si jamais la culture française survit à la tourmente technologique actuelle, ce sera grâce à de pareils chercheurs.

Camille BRONSARD
et
Lise SALVAS-BRONSARD,
Université de Montréal.

BIBLIOGRAPHIE

ALLAIS, M., *À la recherche d'une discipline économique*, Paris, 1943, 1951.

BARTEN, A.P., « Estimating Demand Equations », *Econometrica*, 36, 1968, pp. 213-251.

BARTEN, A.P., « Maximum Likelikood Estimation of a Complete System of Demand Equations », *European Economic Review*, 1, 1969, pp. 7-73.

BARTEN, A.P., « Evidence on the Slutsky Conditions for Demand Equations », *The Review of Economics and Statistics*, 1, 1967, pp. 77-84.

BARTEN, A.P., *The Econometrics of a Complete System of Demand Equations*. Cours polycopié, Université catholique de Louvain, 1966-1967.

BARTEN, A.P., T. Kloek, et F.B. Lempers, « A Note on a Class of Utility and Production Functions Yielding Everywhere Differentiable Demand Functions », *Review of Economic Studies*, 36, pp, 109-111.

FISK, P.R., *Stochastically Dependent Equations : an Introductory Text For Econometricians*, Griffin's Statistical Monographs & Courses, Hafner Publishing Co., N.Y., 1967.

HAAVELMO, T., « The Statistical Implications of a System of Simultaneous Equations », *Econometrica*, 11, 1943, pp. 1-12.

HAAVELMO, T., « Methods of Measuring the Marginal Propensity to Consume », dans W.C. Hood et T.C. Koopmans, *Studies in Econometric Methods*, 1953.

MALINVAUD, E., *Méthodes statistiques de l'économétrie*, Dunod, Paris, 1969.

NATAF, A., *Théorie des choix et fonctions de demande*, Monographies du Centre d'économétrie, Paris, 1964.

ROY, R., « La hiérarchie des besoins et la notion de groupes dans l'économie de choix », *Econometrica*, vol. 11, 1943, pp. 13-24.

SOLARI, L., *Théorie des choix et fonctions de consommation semi-agrégées*, Librairie Droz, Genève, 1971.

THEIL, H., « Introduction to Demand and Index Number Theory », *Center for Mathematical Studies in Business and Economics, report* 7126, Dept. of Economics & Graduate School of Business, University of Chicago, 1971.

ZELLNER, A., « An Efficient Method of Estimating Seemingly Related Regressions and Tests for Aggregation Bias », *Journal of the American Statistical Association*, 57, 1962, pp. 343-368.