

## Le conventionnalisme, conséquence de l'intuitionnisme

Éric Audureau

Volume 31, Number 1, Spring 2004

Poincaré et la théorie de la connaissance

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/008934ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/008934ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (print)

1492-1391 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Audureau, É. (2004). Le conventionnalisme, conséquence de l'intuitionnisme. *Philosophiques*, 31(1), 57–88. <https://doi.org/10.7202/008934ar>

Article abstract

Taking for granted that Poincaré's epistemology is consistent, I attempt to show that his geometrical and physical conventionalism is no more than a consequence of his intuitionism. After having rehearsed the issues defining intuitionism and describing what is particular to Poincaré's version in the first section of the paper, I show, in the second section, how Poincaré's intuitionism influenced his conception of space. In the last section, I apply these now established conclusions to a very contested issue, the discovery of the special theory of relativity. Rejecting the view of historians on both sides of the issue, I argue that Poincaré had everything he would have needed to discover the special theory of relativity, but that since this theory is incompatible with his intuitionism, he had no reason to adopt it.

# Le conventionnalisme, conséquence de l'intuitionnisme

ÉRIC AUDUREAU

CEPERC-CNRS, Aix-en-Provence

eric.audureau@wanadoo.fr

**RÉSUMÉ.** — Partant du principe que la philosophie de la connaissance de Poincaré est cohérente, j'essaie de faire voir que son conventionnalisme en géométrie et en physique n'est qu'une conséquence de son intuitionnisme. Après avoir rappelé, dans la première section, ce qu'est l'intuitionnisme et décrit ce que l'intuitionnisme de Poincaré a de spécifique, je montre, dans la deuxième section, comment celui-ci retentit sur la conception de l'espace. Dans la troisième section, j'applique les conclusions précédemment établies à la question très controversée de la découverte de la relativité restreinte en renvoyant dos à dos les historiens : il n'a rien manqué à Poincaré pour découvrir la relativité restreinte, car, cette théorie étant incompatible avec son intuitionnisme, il n'avait aucune raison d'y adhérer.

**ABSTRACT.** — Taking for granted that Poincaré's epistemology is consistent, I attempt to show that his geometrical and physical conventionalism is no more than a consequence of his intuitionism. After having rehearsed the issues defining intuitionism and describing what is particular to Poincaré's version in the first section of the paper, I show, in the second section, how Poincaré's intuitionism influenced his conception of space. In the last section, I apply these now established conclusions to a very contested issue, the discovery of the special theory of relativity. Rejecting the view of historians on both sides of the issue, I argue that Poincaré had everything he would have needed to discover the special theory of relativity, but that since this theory is incompatible with his intuitionism, he had no reason to adopt it.

Je me propose de faire voir que le conventionnalisme — il serait préférable de dire les conventionnalismes — de Poincaré n'est pas un trait essentiel de sa théorie de la connaissance géométrique et physique, mais un caractère dérivé conjointement : a) de son intuitionnisme ; b) des conditions propres à la nature de la géométrie et à la pratique de la physique mathématique. En d'autres mots, il y a une conception philosophique qui singularise la pensée de Poincaré, c'est l'intuitionnisme, et il y a des distinctions entre les sciences (arithmétique, analyse, géométrie, physique) qui sont étrangères à la volonté de Poincaré et indépendantes de toute conception philosophique. C'est de l'application de cette conception philosophique à ces distinctions, philosophiquement neutres, que résulte le soi-disant conventionnalisme de Poincaré, « soi-disant », car ce conventionnalisme ne relève pas d'un choix délibéré mais est imposé par les divisions dans l'ordre de la connaissance.

Deux types de raisons convergentes conduisent à retenir cette interprétation. La première tient à Poincaré, la seconde à la nature de la philosophie.

Avec Kant, je dirai que le premier devoir d'un philosophe est d'être conséquent avec lui-même. Or, dès l'instant où l'on a décidé que Poincaré était un philosophe — et si on en avait décidé autrement, il n'y aurait pas lieu d'en parler ici —, on se met en demeure de devoir concilier sa position sur les fondements de l'arithmétique et de l'analyse avec sa conception de la connaissance géométrique et physique. On pourrait faire voir que les interprètes qui étudient critiquement le conventionnalisme de Poincaré, « en lui-même et pour lui-même », d'une part, isolent soit sa philosophie de la géométrie, soit sa philosophie de la physique du reste de sa pensée et, d'autre part, ne se privent pas de s'appuyer sur des considérations d'analyse ou sur une idée du « progrès » de la physique, que la doctrine de la connaissance de Poincaré repousse tantôt explicitement, tantôt par implication. Voilà pour le premier type de raisons : comme pour tout philosophe, on ne peut comprendre Poincaré lorsqu'on n'en regarde qu'un morceau.

On voit souvent des scientifiques considérer avec dédain tous ces mots en *isme* qui abondent dans les propos des professionnels de la philosophie. En un sens, ils ont raison. Il y a beaucoup trop de mots en *isme* et, qui plus est, ceux-ci sont souvent mal choisis. Mais ils ont également tort. Si on est rebuté par ces mots, c'est par la philosophie tout court que l'on est rebuté. La philosophie a autant besoin des *ismes* que la physique des mots en *ique*. En toute rigueur, on pourrait se passer des uns et des autres, mais il est commode de pouvoir les employer. Et sans aller jusqu'à dire qu'il serait aussi difficile de faire de la philosophie, ou d'en parler, sans employer ces mots qu'il le serait d'exprimer, ou de résoudre, des équations algébriques sans employer des abréviations comme  $x$  ou  $a$ , ainsi que le faisaient les algébristes du xv<sup>e</sup> siècle, notons que cette analogie a sa petite part de vérité. Un traitement raisonnable, cohérent et correct du vocabulaire essentiel de la philosophie paraît possible. Il permet de délimiter un nombre restreint de positions philosophiques, un nombre restreint d'*ismes*. Poincaré, s'il est philosophe, tombe dans une des cases de la classification des conceptions philosophiques possibles. Cette case est celle qui convient également à Descartes, Kant ou Brouwer, et il y a de bonnes raisons d'appeler intuitionnistes ceux qu'on y range.

Voilà, pour commencer, ce que j'entends par l'« intuitionnisme de Poincaré » : il est philosophe et, en tant que tel, il doit être rangé avec ceux qui viennent d'être mentionnés. La première partie de cet article illustre rapidement ces deux idées.

Lorsqu'on a un peu lu Poincaré et réfléchi sur ce qu'est l'intuitionnisme mathématique, il n'est pas trop difficile d'admettre que celui-ci, en arithmétique, est intuitionniste. Il est moins aisé, car plus inhabituel, de comprendre comment cet intuitionnisme retentit sur la géométrie et la physique. Je poursuivrai cet article en rappelant la doctrine de Poincaré au sujet de l'espace et en faisant voir que celle-ci s'accorde en tous points avec son intuitionnisme arithmétique. Plus exactement, j'indiquerai pourquoi

l'espace *physique*, un terme qui, sauf erreur, n'apparaît jamais sous sa plume, est pour Poincaré à la fois inexistant (c'est son intuitionnisme) et nécessaire (c'est la physique).

Je terminerai en mettant à l'épreuve mes deux hypothèses (Poincaré est philosophe et sa philosophie est l'intuitionnisme), un peu comme on soumet une théorie à l'expérience. Cette épreuve, ce sera celle du rôle de Poincaré dans la découverte de la relativité restreinte. Cette question est un classique de l'histoire des sciences : qui, de Poincaré ou d'Einstein, a découvert la théorie de la relativité restreinte ? Personne ne peut nier, aujourd'hui, que Sommerfeld a commis une grave injustice en n'incorporant pas de texte de Poincaré dans son célèbre recueil sur le principe de relativité<sup>1</sup>. Cependant, aller en déduire que Poincaré fut un précurseur ignoré de la théorie de la relativité ou, opinion opposée, qu'il a été incapable de la découvrir, c'est remplacer une injustice par une autre, car, tout simplement, de cette théorie, Poincaré ne voulait pas. Il n'en voulait pas par fidélité à son intuitionnisme, qui exclut toute hypostase de la notion suprasensible d'espace. La nouvelle injustice consiste donc à vouloir écraser l'histoire de la philosophie, qui veut expliquer pourquoi Poincaré est un penseur cohérent, avec la chronologie des découvertes scientifiques<sup>2</sup>. Cette nouvelle injustice est double : à l'égard de Poincaré, dont on ignore les raisons, et à l'égard de la philosophie, dont on ne veut pas écrire correctement l'histoire.

## 1. Poincaré est intuitionniste

Qu'est-ce qu'être philosophe ? Qu'est-ce que l'intuitionnisme ? Qu'est-ce que l'intuitionnisme de Poincaré ? Voilà la matière des trois paragraphes qui suivent. Pour des raisons évidentes, les deux premières questions seront traitées de façon plutôt allusive et la réponse à la dernière ne sera qu'esquissée.

### 1.1 Être philosophe

Être philosophe, c'est avoir l'esprit de système. Construire une philosophie, c'est construire un système en partant d'un axiome qui énonce ce qui est et qui réponde aux deux questions : Comment la connaissance est-elle possible ? Comment dois-je me comporter ? Il y a très probablement une philosophie morale chez Poincaré, mais, comme il le dit : « La morale et la science ont leurs domaines propres qui se touchent mais ne se pénètrent pas [...] Elles ne peuvent donc jamais se contrarier puisqu'elles ne peuvent jamais se rencontrer<sup>3</sup>. » Je m'autoriserai de ce point de vue partial, et peut-

1. Arnold Sommerfeld, *Das Relativitätsprinzip*, Leipzig, Teubner, 1922.

2. Ces chronologies dont Paul Veyne nous dit qu'elles sont la forme la plus candide de l'histoire.

3. Henri Poincaré, *La Valeur de la science*, rééd., Paris, Flammarion, 1970, p. 20. Dorénavant j'utiliserai, pour mentionner cet ouvrage l'abréviation VS. J'emploierai de même les abréviations SH, SM et DP pour désigner respectivement *La Science et l'hypothèse*, rééd.,

être typique de l'intuitionnisme, pour introduire une simplification qui consistera à biffer la seconde question et à limiter les indications sommaires qui suivent aux « demi-systèmes » philosophiques, qui ne répondent qu'à la question de la possibilité de la connaissance. La valeur de ces constructions que sont les systèmes philosophiques se mesure par le succès avec lequel ils sont à même de rendre compte de l'état réel de la connaissance scientifique<sup>4</sup>. Pourquoi faut-il les classer ?

Je l'ai dit plus haut, la prolifération des dénominations embrouille l'esprit. Le premier intérêt d'une classification est de permettre de reconnaître ce qui doit être authentiquement considéré comme un système philosophique et de déceler les allotypes d'un même système. C'est pour pouvoir écrire l'histoire de la philosophie que l'idée de classification des systèmes a été conçue. Kant, comme on le sait, conclut la *Critique de la raison pure* en mentionnant une lacune « dans le système » qu'il vient d'élaborer « et qui doit être remplie plus tard » : rédiger une histoire de la raison pure. Dans l'innocence qui est la sienne, Kant croit que cette histoire est derrière lui. Aujourd'hui, nous savons que nous devons ajouter son cas à cette histoire *par définition interminable*. Mais il y a une suggestion décisive dans le projet kantien de cette histoire : il ne faut pas l'écrire comme la succession chronologique des œuvres : les luttes qui se sont déroulées sur le champ de bataille de la métaphysique doivent être décrites en fonction des *buts* de ces batailles, c'est-à-dire selon des oppositions concernant les objets, les origines et les méthodes de la connaissance. C'est l'embryon de la méthode structurale en histoire de la philosophie, et il n'y a que l'hétérogénéité des traits distinctifs retenus par Kant qui le prive du titre de père de cette méthode.

Une classification des systèmes philosophiques est le premier des outils méthodologiques des professionnels de la philosophie. Elle est indispensable pour déchiffrer l'histoire de la philosophie. Privé d'une classification, l'historien court sans cesse le risque de faire prévaloir les ressemblances thématiques sur les considérations architectoniques et de glisser sur la pente savonneuse qui, de l'histoire de la philosophie, fait tomber dans l'histoire des idées philosophiques. Dès l'instant où l'on adopte l'hypothèse que Poincaré est philosophe, on s'astreint à lui attribuer une étiquette, un *isme*. L'un ne peut aller sans l'autre.

---

Paris, Flammarion, 1968 ; *Science et méthode*, rééd., Paris, Kimé, 1999 ; *Dernières Pensées*, Paris, Flammarion, 1913.

4. Voilà une nouvelle simplification abusive conséquente à l'emploi des mots « science » et « philosophie » qui nous paraissent beaucoup plus clairs qu'ils ne le sont réellement. L'intuitionnisme de Brouwer n'essaie pas de rendre compte de la science telle qu'elle est, mais de la transformer en ce qu'elle devrait être. Le résultat est une modification radicale des mathématiques avec de nombreuses « mutilations ». De même, Poincaré rejette la théorie de la relativité, comme nous le verrons plus bas. J'emploie donc l'expression « rendre compte de l'état réel de la connaissance scientifique » simplement pour fixer les idées.

Pour illustrer les effets de la classification des systèmes philosophiques, considérons les positions qui étaient en présence, telles qu'on a l'habitude de les décrire, dans les controverses sur les fondements des mathématiques. On y distingue trois types d'attitudes: le logicisme, le formalisme et l'intuitionnisme. Le propre du logicisme est de soutenir que le concept de nombre peut être construit logiquement. Réduite à la seule circonstance des débats sur les fondements des mathématiques, cette caractérisation paraît correcte. Elle oppose le logicisme au formalisme, pour lequel le nombre et la logique sont construits parallèlement, et à l'intuitionnisme, pour lequel la logique est stérile et le nombre une création de notre esprit. Mais l'examen des doctrines logicistes, celles de Frege, de Russell et de Carnap<sup>5</sup>, laisse immédiatement voir qu'elles sont profondément distinctes et qu'elles n'ont été rassemblées sous une même étiquette qu'à cause de leur opposition circonstancielle au formalisme et à l'intuitionnisme. Si le sujet de la controverse avait été autre, si, par exemple, il avait porté sur la nature de la connaissance géométrique, la distribution des rassemblements et des oppositions aurait été différente.

Par conséquent, ce que recherche une classification des systèmes philosophiques c'est des invariants. Comment peut-on déterminer de tels invariants? Par l'analyse. On considère les problèmes éternels de la philosophie, par exemple celui du continu, et on examine les réponses réelles, historiquement attestées, qui ont été données à ces problèmes. Ensuite, on se demande si, dans cette liste des réponses réelles, certaines ne peuvent pas être apparentées. Pour comprendre comment on procède pour faire ces regroupements, on peut songer aux classifications naturelles.

- a) Les classifications naturelles mettent dans le même compartiment les chauves-souris, les girafes et les baleines; leurs critères classificatoires dépassent donc les apparences. Il ne faut pas reprocher à une classification des systèmes philosophiques d'en faire autant.
- b) Une classification naturelle n'est pas un animal; une classification des systèmes philosophiques n'est pas une philosophie.
- c) Une classification naturelle est indifférente à l'arrogance du chameau, à la fierté de l'aigle ou à la laideur du varan; elle n'a pas de choucou parmi les animaux. Une classification des systèmes philosophiques est neutre à l'égard des engagements philosophiques.
- d) Une classification naturelle récapitule l'histoire naturelle; une classification des systèmes philosophiques ne peut être indifférente aux phyla de l'histoire de la philosophie.

Voilà donc quatre conditions que doit satisfaire toute classification des systèmes philosophiques. La dernière d'entre elles doit cependant être

---

5. Pour Frege, les objets et les concepts existent; pour Russell, il n'y a que des individus et des relations sur ces individus; pour Carnap, seuls les noms des êtres existent.

nuancée, sinon sérieusement amendée. On ne peut négliger la réalité de la différence entre un être vivant, façonné par la nature, et un être abstrait, produit de la culture. Il faut comprendre cette condition sur les rapports de la philosophie et de l'histoire de la philosophie ainsi : L'histoire de la philosophie n'est pas la description de la succession temporelle de systèmes, mais l'histoire des conflits entre systèmes. Chaque système lutte pour la survie de son phylum en essayant de chasser du territoire de la philosophie les membres des autres espèces. Par conséquent, l'un des buts importants, pour ne pas dire le but principal, de l'histoire de la philosophie est l'anachronisme. Je veux dire que ce qui l'intéresse en premier lieu, c'est l'examen des différences et des ressemblances entre systèmes éléments d'une même classe. C'est comprendre comment un genre de philosophie résiste et évolue au milieu des épreuves auxquelles le soumettent les progrès de la science et les luttes incessantes avec les systèmes philosophiques adverses<sup>6</sup>.

### 1.2 Être intuitionniste

J'appelle intuitionnisme ce que l'on appelle parfois philosophie du sujet ou, plus souvent, idéalisme. Pourquoi changer d'appellation ? Notons d'abord que le terme idéalisme est mal choisi. Il s'est imposé sous l'influence de la philosophie de Kant, que l'on appelle usuellement idéalisme transcendantal. L'abréviation, consistant à supprimer le qualificatif transcendantal, prête à confusion puisque le propre de l'« idéalisme » kantien est de répudier les conceptions de la théorie de la connaissance qui sont construites à partir des idées. Le terme idéalisme a donc une signification, dans le vocabulaire usuel de la philosophie, opposée à celle indiquée par sa morphologie. Cet usage, typique de l'emploi des *ismes* qui dégoûte les scientifiques, serait cependant insuffisant pour tenter de s'opposer à des habitudes bien établies. La véritable raison pour changer de nomenclature est ailleurs. Elle réside dans le fait qu'il n'existe pas de langage plus clair que celui de la science pour exprimer la réalité des distinctions dont s'occupe la théorie de la connaissance.

La vivacité de l'idéalisme s'est manifestée à l'occasion des controverses sur les fondements des mathématiques au début du xx<sup>e</sup> siècle, où il a trouvé dans la doctrine de Brouwer une expression nouvelle et radicale. C'est à cause de cette double circonstance, à savoir la remise en cause des principes du domaine le plus certain de la connaissance, les mathématiques, et l'actualité de cette remise en cause, à laquelle aucune issue totalement satisfaisante n'a encore été trouvée, qui recommande la mise à jour termi-

---

6. La classification des systèmes philosophiques la moins insatisfaisante que je connaisse est celle de Jules Vuillemin, *What are Philosophical Systems*, Cambridge, Cambridge University Press, 1986. C'est à elle que je pense en écrivant ces remarques rapides. Cette classification prolonge les réflexions de Martial Gueroult, *Philosophie de l'histoire de la philosophie*, Paris Aubier, 1979.

nologique proposée. Celle-ci est comme un changement de système de coordonnées qui nous place à un point de vue nous permettant d'observer et d'embrasser une classe plus large d'événements de l'histoire du problème de la connaissance et de le décrire en termes à la fois plus généraux et plus précis. Ce changement terminologique accompagne donc un changement de perspective qui tient compte, en particulier, du renouvellement de la nature de la logique<sup>7</sup>. En posant que l'idéalisme est une catégorie fondamentale pour la classification des systèmes philosophiques, on échangerait un cas particulier, et restreint à un état obsolète de la science, contre un cas général.

Deux types de raisons plaident pour cet élargissement de l'intuitionnisme. Premièrement, l'appréciation de Brouwer lui-même. Celui-ci, après avoir d'abord appelé Poincaré post-intuitionniste, l'a ensuite qualifié de pré-intuitionniste<sup>8</sup>. Il y a donc, pour Brouwer, un phylum intuitionniste qui va d'un prédécesseur de Poincaré à lui-même et qui passe par Poincaré. Deuxièmement, et c'est surtout cela qui compte, les traits essentiels de la théorie de la connaissance brouwerienne sont partagés par tous les intuitionnistes :

- la connaissance est une faculté du moi ;
- il n'y a pas d'infini en acte ;
- la logique est stérile ;
- l'ordre de la succession préexiste à celui de la coexistence (priorité du temps sur l'espace).

Si ces principes sont partagés par Descartes, Kant et Poincaré, l'examen de leurs doctrines permet de voir en retour ce qu'il y a de lacunaire dans la pensée de Brouwer pour en dégager une description complète de la conception intuitionniste de la connaissance. Pour Brouwer, c'est commettre un péché que de vouloir connaître le monde matériel. Sa doctrine est donc muette sur la question de la possibilité de la physique mathématique, question qui est centrale dans celles de ses illustres prédécesseurs. Il faut donc, pour compléter la caractérisation de l'intuitionnisme, ajouter aux principes brouwériens :

- la connaissance physique est subordonnée à la connaissance mathématique, et la cosmologie dépasse les possibilités de la connaissance positive<sup>9</sup>.

---

7. Pour plus de précisions sur ce point, voir Éric Audureau et Gabriella Crocco, « Intuitionnisme et constructivisme chez Brouwer », *Formes et calcul* (sous la dir. de J. Boniface), Paris, Ellipses, 2003, p.188-215.

8. W. P. Van Stigt, *Brouwer's Intuitionism*, Amsterdam, North-Holland, 1990, p. 129.

9. La première proposition de cet énoncé est acceptée également par les réalistes ; c'est la proposition coordonnée qui les distingue des intuitionnistes.

Pour en terminer avec ces considérations sommaires sur la nature de l'intuitionnisme, il faut dissiper l'erreur de méthode qui consiste à chercher dans l'appel à l'intuition le critère de l'intuitionnisme<sup>10</sup>.

D'une part, le terme *intuition* est compris en de si nombreuses acceptions, et celles-ci peuvent être si vagues qu'on serait en peine d'en donner une définition unique. Poincaré tente parfois de clarifier cette situation tout en renchérissant ailleurs dans la confusion. Dans un texte bien connu de *La Valeur de la science*, il déclare :

Pour faire l'Arithmétique, comme pour faire la Géométrie, ou pour faire une science quelconque, il faut autre chose que la logique pure. Cette autre chose, nous n'avons pour la désigner d'autre mot que celui d'intuition. Mais combien d'idées différentes se cachent sous ces mêmes mots [*sic*] ?

Comparons ces quatre axiomes

- 1° Deux quantités égales à une même troisième sont égales entre elles ;
- 2° Si un théorème est vrai du nombre 1 et si l'on démontre qu'il est vrai de  $n + 1$ , pourvu qu'il le soit de  $n$ , il sera vrai de tous les nombres entiers ;
- 3° Si sur une droite le point C est entre A et B et le point D entre A et C, le point D sera entre A et B ;
- 4° Par un point on ne peut mener qu'une parallèle à une droite.

Tous quatre doivent être attribués à l'intuition, et cependant le premier est l'énoncé d'une des règles de la logique formelle ; le second est un véritable jugement synthétique *a priori*, c'est le fondement de l'induction mathématique rigoureuse ; le troisième est un appel à l'imagination ; le quatrième est une définition déguisée. [...]

Nous avons donc plusieurs sortes d'intuition ; d'abord l'appel aux sens et à l'imagination ; ensuite, la généralisation par induction, calquée, pour ainsi dire, sur les procédés des sciences expérimentales ; nous avons enfin l'intuition du nombre pur, celle d'où est sorti le second [...] axiome [...] et qui peut engendrer le véritable raisonnement mathématique<sup>11</sup>.

Aux côtés de cette analyse, on trouve d'autres textes où Poincaré ne s'exprime pas avec toute la clarté désirable, c'est là sans doute la rançon de son style si vivant, et il laisse parfois penser que ces différentes acceptions sont comme les modes différents d'une même faculté. Dans *L'Invention mathématique*, par exemple, on le voit prêter simultanément plusieurs acceptions à une seule occurrence du mot intuition :

Une démonstration mathématique n'est pas une simple juxtaposition de syllogismes, ce sont des syllogismes *placés dans un certain ordre*, et l'ordre

10. Par exemple, van Stigt, dans l'ouvrage cité précédemment, tente d'établir que Poincaré n'est pas réellement intuitionniste en montrant que sa notion de l'intuition est différente de celle de Brouwer.

11. *VS*, p. 32-33.

dans lequel ces éléments sont placés est beaucoup plus important que ne le sont ces éléments eux-mêmes. Si j'ai le sentiment, l'intuition pour ainsi dire de cet ordre, de façon à percevoir d'un coup d'œil l'ensemble du raisonnement, je ne dois plus craindre d'oublier l'un des éléments, chacun d'eux viendra se placer lui-même dans le cadre qui lui est préparé, et sans que j'aie à faire aucun effort de mémoire<sup>12</sup>.

Ici nous avons un élément épistémologique réel, l'ordre comme substitut de la mémoire, et un élément psychologique, la vision, qui sont communément désignés par « intuition ».

D'autre part, le terme intuition peut être employé *a contrario* de façon trompeuse dans le contexte d'une épistémologie qui n'est pas intuitionniste. Descartes est intuitionniste. Cependant, cet intuitionnisme est absent des *Règles pour la direction de l'esprit*. Dans cette œuvre, qu'il a renoncé à mener à son terme, Descartes reste tributaire de l'épistémologie aristotélicienne. C'est-à-dire que pour considérer l'« étendue réelle du corps », l'entendement doit se tourner vers l'image installée dans l'imagination puisque c'est l'imagination qui « forge une véritable idée corporelle » et que l'idée de l'étendue détachée de la figure réelle dans l'imagination est un « être philosophique et abstrait » que l'entendement ne peut avoir pour objet que par le moyen de l'abstraction<sup>13</sup>. Or le terme intuition appartient de façon exclusive au vocabulaire des *Règles*. Dès *Le Monde*, dès que sa philosophie est constituée, dès que son intuitionnisme est achevé, Descartes n'emploie plus ce terme<sup>14</sup>.

### 1.3 L'intuitionnisme de Poincaré

Poincaré n'a pas professé de philosophie systématique. Ses ouvrages philosophiques sont des recueils en apparence hétéroclites, et la visée de ces livres est ambiguë ou, plus exactement, multiple : vulgarisation pour des publics très différents, controverses avec des savants, interrogation face aux bouleversements de la science de son temps, etc. Cet aspect de ses écrits est sans aucun doute responsable des interprétations si différentes que son œuvre a suscitées. La question préjudicielle qu'il faut résoudre est donc de savoir s'il y a une réelle unité de sa pensée ou si celle-ci se ramène à un ensemble de critiques, certes perspicaces, mais hétérogènes.

Dans l'introduction de *La Science et l'hypothèse*, Poincaré nous annonce qu'il faut repousser le nominalisme, le scepticisme et le dogmatisme

12. SM, p. 45-6

13. Doctrine identique à celle d'Aristote dans *De anima* 428 b10.

14. On peut cependant trouver parfois des exceptions dans la *Correspondance*, comme la lettre à Mersenne du 16 octobre 1639 : « [...] je distingue deux sortes d'instincts : l'un est en nous en tant qu'hommes et est purement intellectuel ; c'est la lumière naturelle ou *intuitus mentis*, auquel seul je tiens qu'on doit se fier. » Mais on doit remarquer qu'on ne peut se fier à cet « instinct » qu'une fois démontrée l'existence de l'âme. Cette subordination des raisons est absente des *Règles* où l'intuition, à elle seule, permet de connaître les natures simples.

naïf. Dans celle de *La Valeur de la science*, ainsi que dans le premier chapitre de *Science et méthode*, il condamne le pragmatisme qui identifie la vérité au succès dans l'action. Enfin, il repousse l'anti-intellectualisme<sup>15</sup>. Ces indications nous aident à circonscrire ses positions philosophiques. Si on doit lui prêter une doctrine, lui attribuer un *isme*, le choix devient très limité.

Pour les raisons qui viennent d'être énoncées, il est difficile de déceler une architectonique dans l'œuvre philosophique de Poincaré. Mais, ici encore, nous trouvons des suggestions précieuses dans l'introduction de *La Science et l'hypothèse*. Après avoir énuméré les doctrines qu'il rejette, Poincaré en vient aux considérations positives: ce que la science atteint

ce ne sont pas les choses elles-mêmes, comme le pensent les dogmatistes naïfs, ce sont seulement les rapports entre les choses; en dehors de ces rapports, il n'y a pas de réalité connaissable.

Telle est la conclusion à laquelle nous parviendrons, mais pour cela il nous faudra parcourir la série des sciences depuis l'arithmétique et la géométrie jusqu'à la mécanique et la physique expérimentale.

Selon l'interprétation ici défendue, ce texte est capital à deux titres. D'abord, cette série des sciences correspond aux quatre parties de *La Science et l'hypothèse*: «Le nombre», «L'espace», «La force» et «La nature». Ce plan n'est pas que celui de l'ouvrage, c'est également celui que doit, pour Poincaré, suivre toute explication de la nature réelle et objective de la science (de la physique mathématique). Dans ses livres ultérieurs, Poincaré ne fait qu'approfondir, éclaircir et consolider les thèses qui déterminent cette progression de l'examen des matières, et les plans de *La Valeur de la science* et de *Science et méthode*, on le vérifie facilement, n'obéissent, contrairement à celui de *La Science et l'hypothèse*, qu'à des motifs circonstanciels<sup>16</sup>. On peut dire qu'il s'agit sans doute du seul document donnant des indications d'ordre architectonique sur la philosophie de la connaissance de Poincaré: le Moi qui est seul responsable de la mathématique pure à une extrémité, le Monde avec les faits bruts que nous livre l'expérience de la Nature à l'autre extrémité. Montrer que Poincaré est intuitionniste, c'est montrer que les strates intermédiaires entre ces deux extrémités, c'est-à-dire les conventions de la grandeur, du temps, de l'espace, des principes et, finalement, des lois de la physique, ne proviennent que des différents compromis que la faculté intellectuelle que nous voyons à l'œuvre en arithmétique doit faire avec les faits bruts, ainsi qu'avec les exigences de la communication et les legs du patrimoine de la science constituée. Ensuite, nous voyons que Poincaré paraît défendre un dogmatisme «non naïf» en plaidant pour l'existence des relations, et ce n'est pas

15. VS, p. 152.

16. Si le plan de *La Science et l'hypothèse* n'avait pas organisé le choix des textes, on verrait mal pourquoi Poincaré n'aurait pas inclus «La mesure du temps» dans ce premier recueil.

le seul texte où il affirme qu'il y a une connaissance objective de la réalité qui se ramène à la connaissance des rapports entre les choses<sup>17</sup>. Si tel était réellement le cas, Poincaré défendrait un réalisme de la relation qui serait strictement incompatible avec l'intuitionnisme. Il faut donc expliquer comment son intuitionnisme s'accorde avec cette affirmation.

Concernant l'intuitionnisme propre au nombre (première partie de *La Science et l'hypothèse*), je me bornerai, faute de place, à rapporter les thèses essentielles de l'intuitionnisme de Poincaré et les conclusions principales qu'il en tire quant à la fonction des mathématiques dans la connaissance.

L'infini en acte n'existe pas<sup>18</sup>. Ces nombres cardinaux transfinis que Cantor « s'est amusé à comparer<sup>19</sup> » « sont de purs néants<sup>20</sup> ». La logique ne mène qu'à des tautologies, et pour construire l'arithmétique, la géométrie ou une science quelconque, « il faut autre chose que la logique pure<sup>21</sup> ».

Quelle est cette « autre chose » ? C'est ce par quoi les deux définitions suivantes :

- 1) « un nombre entier fini est celui qui peut être obtenu par additions successives, c'est celui qui est tel que  $n$  n'est pas égal à  $n - 1$  ;
- 2) un nombre entier est celui sur lequel on peut raisonner par récurrence, qui ne sont pas identiques, sont équivalentes en vertu d'un jugement synthétique *a priori*; on ne peut pas passer de l'une à l'autre par des procédés purement logiques<sup>22</sup> ». Aussi, dire que Russell et Hilbert « ont définitivement tranché le débat entre Kant et Leibniz et ruiné la théorie kantienne des mathématiques, c'est évidemment inexact. Je ne sais si réellement ils ont cru l'avoir fait, mais s'ils l'ont cru, ils se sont trompés<sup>23</sup> ».

On voit facilement la parenté de ces vues avec celles de Brouwer. Mais ce qui singularise l'intuitionnisme de Poincaré, c'est le fait que ce que nous voyons à l'œuvre dans les synthèses de l'arithmétique n'est qu'une manifestation particulière d'une faculté générale dont il souligne constamment la portée dans *La Science et l'hypothèse*, qui est, répétons-le, le seul de ces ouvrages qui soit un peu composé. La première référence à cette faculté apparaît dans le premier chapitre de *La Science et l'hypothèse*. Après s'être demandé pourquoi le jugement sur lequel repose le raisonnement par récurrence s'impose à nous « avec une irrésistible évidence », Poincaré répond :

---

17. Par exemple *SH*, p. 49 et 176.

18. *DP*, p. 104.

19. *SM*, p. 126.

20. *DP*, p. 132.

21. *VS*, p. 32. Avant la publication des *Principles of Mathematics* de Russell, Poincaré estimait que la logique se réduisait à la syllogistique. Après avoir pris connaissance des travaux de Russell, il dira : « La logique n'est plus stérile, elle engendre l'antinomie ! »

22. *SH*, p. 39-41 ; *SM*, p. 149-150.

23. *SM*, p. 152.

C'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. L'esprit a de cette puissance une intuition directe et l'expérience ne peut être pour lui qu'une occasion de s'en servir et par là d'en prendre conscience<sup>24</sup>.

Dans ce contexte, cette explication ne présente rien d'inattendu. Les jugements synthétiques *a priori* de l'arithmétique sont le produit d'un acte réflexif du moi. Tous les intuitionnistes pourraient en dire autant. Aussi l'important n'est-il pas là. Ce qui compte, c'est les faits de connaissance que Poincaré associe à cette faculté que l'esprit a « de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible ». Or nous trouvons, dans des contextes très différents, deux autres passages de *La Science et l'hypothèse* où Poincaré s'exprime dans des termes similaires et où il renvoie explicitement au texte juste cité du premier chapitre sur « La nature du raisonnement mathématique ».

Le premier passage se trouve au terme de l'exposé de ce qui fait l'objet de la géométrie<sup>25</sup>. Nous entrerons dans cet exposé plus bas. Il s'agit seulement de noter qu'après avoir présenté la première loi de la géométrie, la loi de l'homogénéité de l'espace qui est fondée, comme le sont, pour Poincaré, toutes les lois de la géométrie, sur l'entité <corps rigide, sensibilité du sujet réfléchissant>, Poincaré remarque à propos de cette loi :

On peut dire aussi qu'un mouvement qui s'est produit une fois peut se répéter une seconde fois, une troisième fois, et ainsi de suite, sans que ses propriétés varient.

Dans le chapitre premier, où nous avons étudié la nature du raisonnement mathématique, nous avons vu l'importance qu'on doit attribuer à la possibilité de répéter indéfiniment une même opération.

C'est de cette répétition que le raisonnement mathématique tire sa vertu ; c'est donc grâce à la loi d'homogénéité qu'il a prise sur les faits géométriques.

Pour être complet, il conviendrait d'adjoindre à la loi d'homogénéité une foule d'autres lois analogues dans le détail desquelles je ne veux pas entrer, mais que les mathématiciens résumant d'un mot en disant que les déplacements forment « un groupe ».

Le second passage vient en conclusion de la discussion sur les origines épistémologiques de la physique mathématique. Poincaré y a expliqué com-

24. *SH*, p. 41.

25. *SH*, p. 88. Jules Vuillemin, dans sa préface à *La Science et l'hypothèse*, p. 15-16, fait ce rapprochement mais, curieusement, il estime que « si Poincaré n'a pas poursuivi son analyse dans cette direction, il semble que ce soit à cause de son conventionnalisme géométrique ». Selon l'interprétation que je propose, le conventionnalisme est, au contraire, une conséquence de la doctrine de la répétition indéfinie de l'opération élémentaire. Gabriella Crocco, dans l'article « Intuition, construction et convention dans la théorie de la connaissance de Poincaré » paraissant dans ce numéro, propose une interprétation identique.

ment « les efforts des savants ont toujours tendu à résoudre le phénomène complexe donné directement par l'expérience en un nombre très grand de phénomènes élémentaires<sup>26</sup> », et il conclut ainsi<sup>27</sup> :

La connaissance du fait élémentaire nous permet de mettre le problème en équation; il ne reste plus qu'à en déduire par combinaison le fait complexe observable et vérifiable. C'est ce qu'on appelle *l'intégration*; c'est l'affaire du mathématicien.

On peut se demander pourquoi, dans les sciences physiques, la généralisation prend volontiers la forme mathématique. La raison est maintenant facile à voir; ce n'est pas seulement parce que l'on a à exprimer des lois numériques; c'est parce que le phénomène observable est dû à la superposition d'un grand nombre de phénomènes élémentaires *tous semblables entre eux*; ainsi s'introduisent tout naturellement les équations différentielles.

[...] les mathématiques nous apprennent en effet à combiner le semblable au semblable. Leur but est de deviner le résultat d'une combinaison sans avoir à faire cette combinaison pièce à pièce. Si l'on a à répéter plusieurs fois une même opération, elles nous permettent d'éviter cette répétition en faisant connaître d'avance le résultat par une sorte d'induction. Je l'ai expliqué plus haut dans le chapitre sur le raisonnement mathématique.

Nous pouvons donc tirer trois conclusions au sujet de l'intuitionnisme de Poincaré. Premièrement, cet intuitionnisme déborde le cadre de l'arithmétique puisque la faculté à l'origine de cette science s'applique tout également à la géométrie et à la physique mathématique. Deuxièmement, le principe d'induction arithmétique n'est qu'un cas particulier de cette faculté générale, la possibilité de répéter indéfiniment une opération élémentaire, que Poincaré met au principe de toute connaissance mathématique. Troisièmement, les mathématiques ont un rôle directeur et constitutif pour la physique. Le contenu réel des propositions de la physique est réduit aux relations exprimées par les opérations d'intégration et de différentiation. La nature relationnelle des équations différentielles explique donc l'affirmation de Poincaré selon laquelle ce que nous connaissons « ce sont seulement les rapports entre les choses » et qu'« en dehors de ces rapports il n'y a pas de réalité connaissable ». Et lorsque Poincaré souligne, dans la citation ci-dessus, que le caractère numérique des lois de la physique ne suffit pas à expliquer leur généralité, il veut souligner, contre Duhem dont il partage l'opposition au dogmatisme naïf, que si la physique mathématique peut atteindre la généralité, c'est grâce à cette sorte d'induction qui est une faculté de notre esprit.

Toute doctrine philosophique comporte une part critique qui s'adresse aux assumptions essentielles des philosophies adverses et une partie positive qui propose de nouvelles solutions aux problèmes résolus par les philosophies adverses. Concernant les fondements de l'analyse, la partie critique

26. SH, p. 167-168.

27. SH, p. 171. C'est Poincaré qui souligne.

de l'intuitionnisme de Poincaré est correcte, si on entend par là qu'elle porte sur le point qui permet d'identifier et de réidentifier l'intuitionnisme au cours de l'histoire de la raison pure: l'infini n'existe pas. La partie positive, en revanche, est inaccomplie. L'expédient adopté par Poincaré pour résoudre les paralogismes du continu physique, c'est-à-dire la notion de prédictivité, est insatisfaisant, car il ne tranche pas une question préjudicielle: qu'est-ce qu'une fonction? Ou, en termes plus prosaïques, les mathématiques sont-elles un fait dont la raison doit rendre compte, ou est-ce à la raison de dire ce qu'elles peuvent être? L'intuitionnisme de Poincaré est inaccompli, car contrairement à celui de Brouwer, il n'a pas tranché cette question. La trancher revient à rejeter l'usage inconditionné du principe de démonstration par l'absurde, et donc à adopter un nouveau concept de négation avec le cortège de conséquences que cette révolution impose à l'architecture des mathématiques<sup>28</sup>. Constatant que les acteurs du débat sur les fondements de l'analyse campaient irrémédiablement sur leurs positions, Poincaré a essayé de décrire d'« un point de vue purement objectif, comme si nous étions nous-mêmes placés en dehors de ces écoles, comme si nous décrivions une guerre entre deux fourmilières<sup>29</sup> », les positions en présence. Il a discerné deux écoles, les cantoriciens et les pragmatistes, au nombre desquels il s'est compté. Il faut comprendre cette attitude ainsi: « Pour continuer à faire de la physique j'ai besoin de théorèmes d'analyse que mon opposition légitime au réalisme des cantoriciens ne me permet pas de démontrer; c'est cet usage à la fois injustifié et indispensable du concept de continuité qui est pragmatique. » Mais si l'on croyait que cet acte classificatoire tardif venait s'opposer à l'idée que Poincaré est intuitionniste, il n'y aurait qu'à lui donner la parole pour dissiper ce malentendu:

Et pourquoi les Pragmatistes refusent-ils d'admettre des objets qui ne pourraient être définis par un nombre fini de mots? C'est parce qu'ils considèrent qu'un objet n'existe que quand il est pensé, et qu'on ne saurait concevoir un objet pensé indépendamment d'un sujet pensant. C'est bien là de l'idéalisme. Et comme un sujet pensant c'est un homme, ou quelque chose qui ressemble à l'homme, que c'est par conséquent un être fini, l'infini ne peut avoir d'autre sens que la possibilité de créer autant d'objets finis qu'on le veut<sup>30</sup>.

## 2. Connaissance de l'espace et conventionnalisme

Dans l'*Introduction de la Valeur de la science*, Poincaré nous dit de ces cadres que nous nommons l'espace et du temps, et « dans lesquels la nature

---

28. Descartes, par exemple, a été, sur ce plan, beaucoup plus conséquent que Poincaré. Il a délibérément mutilé les mathématiques pour ne conserver que celles qui étaient conformes à son intuitionnisme. Sur ce point, voir Jules Vuillemin, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris, PUF, 1960.

29. *DP*, p. 144.

30. *DP*, p. 158-159; c'est moi qui souligne.

nous paraît enfermée », que « ce n'est pas la nature qui nous les impose, [mais que] c'est nous qui les imposons à la nature parce que nous les trouvons commodes ». Les discussions du conventionnalisme de Poincaré ont surtout été provoquées par cet appel à la commodité. Elles supposent ainsi un renversement des raisons : c'est la recherche de la commodité qui nous aurait conduits à imposer l'espace qui nous convient à la Nature plutôt que de laisser celle-ci nous l'imposer. On a oublié la condition préliminaire : nous *devons* imposer espace et temps à la nature, car ceux-ci n'existent pas. Typiquement, Reichenbach salue en Poincaré un promoteur du conventionnalisme géométrique, conventionnalisme grâce auquel Helmholtz a montré définitivement que la théorie kantienne de l'espace était indéfendable. Mais, précise Reichenbach, Poincaré « néglige la possibilité de formuler des propositions objectives au sujet de l'espace réel et estime qu'il est impossible de "découvrir à l'empirisme géométrique un sens raisonnable"<sup>31</sup> ». On voit donc que les méprises sur le conventionnalisme géométrique ont leur origine dans l'ignorance de l'antidogmatisme radical de Poincaré, qui s'étend à toutes les notions suprasensibles et auquel l'espace et le temps n'échappent pas.

Bien entendu, Poincaré, en déclarant que la nature ne nous impose pas les cadres du temps et de l'espace, ne défend pas un point de vue original. Pratiquement aucun théoricien de la physique, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, n'est disposé à défendre la conception « absolutiste » de l'espace et du temps. Mach ou Maxwell, pour ne citer que deux auteurs parmi les plus célèbres, partagent avec Poincaré ce rejet des concepts newtoniens. Ce que, d'ailleurs, Poincaré confirme : « Quiconque parle d'espace absolu, emploie un terme vide de sens. C'est là une vérité qui a été proclamée depuis longtemps par tous ceux qui ont réfléchi à la question, mais qu'on est trop souvent porté à oublier<sup>32</sup>. » En d'autres termes, il ne suffit pas de déclarer que l'espace absolu n'existe pas, il faut aussi en tirer toutes les conséquences. Reichenbach, qui paraît assimiler la position de Poincaré à une variante de celle de Helmholtz ou de Mach, néglige les deux aspects essentiels qui distinguent cette doctrine de toute autre : son caractère anti-empiriste et tout le parti qu'elle tire de la distinction entre géométrie pure et géométrie physique.

L'espace est donc un cadre que nous imposons à la nature, car, contre Newton, on ne peut prétendre que l'espace existe. D'où vient ce cadre et comment le concevons-nous ?

L'espace peut être considéré selon trois aspects : comme une notion mathématique lorsqu'il est l'objet de la géométrie pure ; comme une notion physique, c'est alors le réceptacle dans lequel se situent et se meuvent les

---

31. Hans Reichenbach, *The Philosophy of Space and Time*, New York, Dover, 1958, p. 36.

32. *SM*, p. 97

objets matériels; enfin comme une notion psychologique, c'est-à-dire comme la représentation que l'homme, comme tout être animé, se fait de l'environnement dans lequel il évolue.

Lorsque Poincaré écarte d'emblée « l'idée d'un prétendu sens de l'espace qui nous ferait localiser nos sensations dans un espace tout fait, dont la notion préexisterait à toute expérience, et qui avant toute expérience aurait toutes les propriétés de l'espace du géomètre<sup>33</sup> », il parle évidemment de cet espace qui est une « forme flasque, sans rigidité, qui peut s'appliquer à tout<sup>34</sup> », c'est-à-dire de l'espace physique<sup>35</sup>. En niant qu'il existe un espace physique, Poincaré rejette l'idée que l'on puisse trouver dans la nature :

- a) les grandeurs spatiales, au sens de la dimension physique, c'est-à-dire ces entités que dans le langage des dimensions on nomme longueur (L), surface (L<sup>2</sup>) et volume (L<sup>3</sup>);
- b) la grandeur au sens mathématique du terme, c'est-à-dire le nombre qui mesure la distance entre deux objets;
- c) la forme de l'espace, c'est-à-dire des propriétés telles que l'indice de sa courbure (constante) ou le nombre de ses dimensions.

Il en résulte que le cadre spatial que nous imposons à la nature ne peut trouver que son origine soit dans la notion mathématique d'espace, soit dans la notion psychologique, soit, encore, dans la combinaison de ces deux notions. Le problème de l'origine de l'espace est donc de savoir comment nous parvenons à imaginer un cadre où se déroulent les phénomènes physiques et qui soit continu, infini, tridimensionnel, homogène et isotrope comme l'est l'espace relatif de la géométrie physique.

### 2.1 Théorie de l'espace représentatif

Ce cadre, les empiristes « disent que c'est l'expérience qui nous l'impose » tandis que pour les kantien, « nous naissons avec notre espace tout fait ». Poincaré nous dit que sa conception revient à accorder une part de vérité et une part d'erreur à chacune de ces deux positions<sup>36</sup>.

Voyons d'abord la part d'erreur des kantien.

La géométrie pure ne peut, à elle seule, nous faire connaître ce qu'est l'espace, car elle nous livre plusieurs concepts d'espace. Les axiomes de la

33. *DP*, p. 36.

34. *Ibid.*, p.40.

35. On ne trouvera pas sous la plume de Poincaré d'expressions telles que « l'espace physique n'existe pas ». C'est cependant le sens qu'il faut prêter, par exemple, à une expression telle que « le principe de la relativité de l'espace » (*SM*, p. 97). Une complication supplémentaire provient du laxisme dont fait preuve Poincaré dans l'emploi de sa terminologie. Ainsi, il parle parfois de « l'espace géométrique » (*SH*, p. 77) pour désigner les propriétés géométriques prêtées à l'espace de la physique.

36. *SM*, p. 101.

géométrie, contrairement à ceux de l'arithmétique, peuvent être niés<sup>37</sup>. Cette possibilité, qui exprime le caractère indéterminé de la connaissance géométrique, l'oppose à l'arithmétique sans pour autant altérer la certitude de la connaissance géométrique. Mais elle fait voir que celle-ci ne s'impose pas à notre esprit avec la même force que le principe arithmétique d'induction et que les axiomes de la géométrie ne sont pas synthétiques *a priori*. Cette différence s'explique par le fait que ces derniers ont un contenu : ce sont des définitions déguisées<sup>38</sup>. Chacune de ces définitions stipule une convention qui, au critère de la seule possibilité logique, équivalent, en mathématiques, à l'existence, associe une image des êtres géométriques suprasensibles<sup>39</sup>. La convention, conséquence de la définition déguisée, remplit le rôle d'un être au sens où elle permet de passer de l'existence (logiquement) possible à une forme d'existence réelle. Mais cette existence n'est pas celle d'une chose dans la nature, sa réalité est celle du dessin d'une chose. Ce caractère fictif n'est pas en soi un obstacle pour imposer une géométrie à la nature puisque, nous l'avons vu, une telle fiction est inévitable. La difficulté vient du pluralisme géométrique. En droit, du point de vue de la déduction mathématique, toutes les géométries synthétiques se valent car toutes sont cohérentes, pour autant que la géométrie euclidienne le soit. L'équivalence logique des géométries suffit

---

37. *SH*, p. 74. Qu'on essaye de se soustraire au principe d'induction, dit Poincaré, « et de fonder en niant cette proposition, une fausse arithmétique analogue à la géométrie non euclidienne, — on n'y pourra pas parvenir ». La crédulité des zélotes de la méthode axiomatique est telle que, comme leur maître Hilbert, ils en viennent parfois à voir dans la remarque de bon sens de Poincaré une prise de position philosophique. Frege, qui n'est pas intuitionniste, on en conviendra, fait la même remarque à Hilbert. Ce qui unit les réalistes et les intuitionnistes contre l'hilbertisme, c'est que face au constat de cette opposition catégorielle entre arithmétique et géométrie, l'hilbertisme prétend résoudre l'opposition dans une espèce de méthode universelle (la méthode axiomatique) tandis que la clairvoyance philosophique exige une explication de cette opposition et, surtout, sa prise en compte dans l'examen des possibilités de l'application des mathématiques à la connaissance du monde sensible de la physique. La distinction entre arithmétique et géométrie est réelle. Il est illusoire d'imaginer une méthode qui ne la rende qu'apparente et il est désastreux, pour les progrès de la connaissance, de procéder comme si cette illusion était réalité.

38. Il faut réserver toutefois le cas des axiomes de l'ordre, comme le souligne Poincaré dans *DP*. Ceux-ci, d'une part, sont constitutifs de la succession avec laquelle nous formons le temps, lequel est logiquement antérieur à l'espace, et, d'autre part, requis par l'*analysis situs* qui permet de déterminer sans arbitraire les dimensions d'un continuum amorphe.

39. Je rapproche, avec cette interprétation, Poincaré de Descartes (sans délibérer sur l'intention de Poincaré). Pour la géométrie comme science de l'imagination, voir par exemple *SM*, p. 101-102 avec la généralisation de l'expérience du miroir déformant. Dans les passages de *SH* (p. 66-69) ou de *VS* (p. 55-57) où Poincaré discute de la même question, le terme « image » n'est pas employé. Si on admet que lorsque Poincaré revient sur un exposé, c'est pour en améliorer la précision, et puisque le texte de *SM* (1907) est postérieur à celui de *VS* (1903) et qu'il traite du problème de la relativité de l'espace dans la perspective d'une réponse à la relativité restreinte, qui, comme nous allons le voir, hypostasie une géométrie pure, on peut tenir cette modification terminologique pour significative.

pour rejeter l'idée que nous naissons avec notre espace tout fait puisqu'elles s'imposent toutes avec la même force à notre esprit. En fait, les géométries sont logiquement équivalentes, et aucune expérience ne peut nous permettre de vérifier si la courbure de l'espace est nulle, négative ou positive. C'est une première part d'erreur de l'empirisme. L'autre part d'erreur de l'empirisme, nous allons le voir dans un instant, réside dans la croyance que les associations de sensations, à elles seules, puissent nous permettre de connaître le nombre de dimensions de l'espace.

À toutes les géométries caractérisées par la méthode axiomatique correspond un groupe. Choisir la géométrie la plus commode, c'est donc choisir le groupe qui convient le mieux pour la pratique de la géométrie physique. Trois circonstances distinctes concourent, bien qu'à des degrés divers, à la sélection du groupe correspondant à la géométrie euclidienne en imposant, chacune pour leur compte, une nouvelle convention :

- 1) La physique est faite par des hommes. Ceux-ci, en tant que membres de l'espèce humaine, partagent le même cadre de représentation de leurs sensations.
- 2) Les postulats opérationnels s'appuient sur les instruments de mesure adoptés par les physiciens.
- 3) L'héritage de la physique mathématique nous presse de conserver certains principes que l'expérience a imposés, mais qu'elle ne peut révoquer.

L'espace représentatif<sup>40</sup>, propre à notre espèce, correspond à l'organisation que nous imposons à la totalité de nos sensations dans le but d'assurer notre survie<sup>41</sup>. Aucun de nos sens, à lui seul, ne peut nous permettre de construire l'espace requis pour la géométrie physique. Par exemple, l'espace visuel pur n'a que deux dimensions et n'est pas homogène. L'espace visuel complet, obtenu lorsqu'on adjoint au précédent les sensations musculaires associées à l'effort d'accommodation et à la convergence des deux yeux, possède bien trois dimensions, mais il n'est pas isotrope et, surtout, la coordination de la convergence et de l'accommodation est contingente. Elle dépend des propriétés optiques de notre milieu ambiant. Celui-ci eût-il été différent, l'espace visuel complet aurait pu avoir quatre dimensions. Cet exemple montre que même un espace rudimentaire, comme l'est l'espace visuel complet, est organisé par l'association de différentes formes de la sensibilité (visuelle et musculaire). L'espace représentatif

---

40. Je me limite, dans cette présentation, à quelques indications sommaires. Pour une analyse des conceptions de Poincaré sur l'espace représentatif, recommandons Jules Vuillemin, « Poincaré's philosophy of space », *Space, Time and Geometry* (sous la dir. de P. Suppes), Dordrecht, Reidel, 1973, ainsi que, pour une synthèse moins technique, du même auteur, « L'espace représentatif selon Poincaré », *Henri Poincaré. Wissenschaft und Philosophie* (sous la dir. de J. L. Greffe et coll.), Berlin et Paris, Akademie Verlag et Blanchard, 1996.

41. SM, p.105-108.

est constitué de telles associations, ainsi que de suites d'associations et de représentations de ces suites d'associations<sup>42</sup>. Leur contingence, le fait que vivant dans un monde où la propagation des rayons lumineux suivrait une loi différente où nous pourrions avoir un espace visuel à quatre dimensions, montre que l'espace représentatif est acquis. C'est la part de vérité de l'empirisme.

Cependant, les associations de sensations ne procèdent pas toutes du même principe. Parmi nos impressions sensorielles, nous pouvons distinguer celles qui sont dues à des changements externes (involontaires) de celles qui proviennent des changements internes (mouvements volontaires de notre corps). Cette opposition permet à Poincaré de formuler sa célèbre distinction entre changement d'état et changement de position. Dans chacune des catégories des changements externes et internes, nous pouvons trouver certains changements qui ont un corrélat dans l'autre catégorie, au sens où ils compensent l'effet du changement pour l'annuler. Les changements de position qui peuvent ainsi être compensés définissent « une classe particulière de phénomènes que nous appelons déplacements. *Ce sont les lois de ces phénomènes qui font l'objet de la géométrie*<sup>43</sup> ». Ces lois d'associations de déplacements de certains corps, que nous percevons comme rigides, forment un groupe. Ce groupe n'est pas nécessairement le groupe euclidien, bien qu'il le soit de fait. Il pourrait être celui d'une autre géométrie, puisque la constitution de l'espace représentatif présuppose « l'ensemble de l'objet et de l'être sentant considéré comme formant un seul corps<sup>44</sup> », et donc l'assujettissement de la représentation de l'espace à la nature physique des choses externes qui provoquent les sensations. C'est cependant la géométrie euclidienne qui ressemble le plus à notre espace représentatif, et c'est là un résultat de l'évolution de notre espèce. Nous nous conformons donc à notre nature lorsque nous employons la géométrie euclidienne, et c'est une première raison pour la juger commode.

La nature de notre espace représentatif livre un premier critère de sélection pour choisir le cadre spatial que nous imposerons à la Nature. Ce critère est formellement justifié par le fait qu'il s'appuie sur le concept de groupe qui fonde la classification des géométries synthétiques. Epistémologiquement, le concept de groupe repose sur une faculté de l'esprit. Par conséquent, la théorie de l'espace représentatif, en elle-même et comme critère de sélection de la géométrie physique, reste subordonnée à l'intuitionnisme. Mais l'espace représentatif n'est qu'une approximation grossière de l'espace géométrique. Ce que, dans ce dernier, nous appelons un point correspond, dans le premier, à une sensation. Les éléments de l'espace représentatif sont à ceux de l'espace géométrique ce que les nébuleuses sont aux étoiles<sup>45</sup>. Or la mesure des sensations induit un ordre qui viole la notion commune de la transitivité de l'égalité<sup>46</sup>. De sorte que l'étape suivante que doit franchir l'intuitionnisme consiste à identifier la sensation, à partir de laquelle est construit l'espace représentatif et le point

mathématique, à partir duquel sont construits les espaces mathématiques. L'objectif ultime étant, évidemment, d'imposer à la Nature l'espace mathématique servant les besoins de la physique mathématique, c'est-à-dire permettant de mesurer les distances. Le passage de l'espace représentatif à l'espace de la géométrie physique se dédouble donc en deux problèmes: comment légitimer la transition de la sensation au point? Cette transition joue-t-elle, au sein des géométries synthétiques, un rôle discriminant? En d'autres termes, la commodité subjective de la simplicité associée à notre nature rencontre-t-elle, avec ces deux problèmes, des obstacles réels?

Qu'on réalise un cercle matériel, qu'on en mesure le rayon et la circonférence, et qu'on cherche à voir si le rapport de ces deux longueurs est égal à  $p$  qu'aura-t-on fait? On aura fait une expérience, non sur les propriétés de l'espace, mais sur celle de la matière avec laquelle on a réalisé ce rond, et de celle dont est fait le mètre qui a servi aux mesures<sup>47</sup>.

Évidemment, le résultat de la mesure ne sera pas égal à  $p$ . Il faut donc « expliquer comment on a été conduit à [...] attribuer une sorte d'existence concrète<sup>48</sup> » à de tels symboles. Le passage de la mesure physique à son expression mathématique, qui implique une analyse du continu mathématique, est l'objet d'une construction de l'esprit<sup>49</sup> que Poincaré décrit au second chapitre de *La Science et l'hypothèse*.

Les grandeurs de la géométrie physique, comme toutes celles de la mécanique classique, sont continues et mesurables. La géométrie est née quand on a voulu introduire la mesure dans le continu mathématique à plusieurs dimensions décrit par cette géométrie purement qualitative qu'est l'*analysis situs*<sup>50</sup>. Le passage de l'espace représentatif à l'espace géométrique comporte donc deux étapes: la création du continu mathématique et l'application des règles de la mesure à ce continu qualitatif.

Puisque l'espace représentatif est construit à partir de la théorie des groupes de déplacements appliquée à la sensation, l'indiscernabilité du changement de la position  $A$  à la position  $B$  et l'indiscernabilité du changement de la position  $B$  à la position  $C$ , combinées à la discernabilité du changement de la position  $A$  à la position  $C$ , conduisent également à la violation de la

---

42. Par exemple la représentation des suites de sensations musculaires que je sentirais si je voulais atteindre un objet donné.

43. *SH*, p. 87.

44. *SH*, p. 90.

45. *SH*, p. 59.

46. En vertu de la loi de Fechner, l'intensité de la sensation est égale au logarithme de l'excitation. Soit trois sensations  $A$ ,  $B$  et  $C$ .  $A$  peut être indiscernable de  $B$ ,  $B$  indiscernable de  $C$  et  $A$  discernable de  $C$ , d'où  $A = B$ ,  $B = C$  et  $A < C$ .

47. *SH*, p. 95.

48. *SH*, p. 50.

49. *SH*, p. 55: « [...] l'esprit a la faculté de construire des symboles, et c'est ainsi qu'il a construit le continu mathématique, qui n'est qu'un système particulier de symboles. »

50. *SH*, p. 60.

notion commune de la transitivité de l'identité. C'est pour lever ces contradictions qu'il faut passer du continu physique, qui tombe sous la sensation, au continu mathématique, qui est une création de l'esprit. La création d'un continu consiste à intercaler indéfiniment des termes entre deux termes donnés. « Tout se passe comme pour la suite des nombres<sup>51</sup> », nous dit Poincaré, rappelant ainsi que pour lui, la création du continu mathématique repose sur son principe épistémologique fondamental, c'est-à-dire, derechef, le pouvoir qu'a l'esprit de répéter indéfiniment une opération une fois que celle-ci a été possible. Poincaré a une conception singulière du continu, car pour lui, les nombres rationnels forment déjà un continu. Celui-ci est insuffisant pour les besoins de la géométrie puisqu'il ne permet pas de définir le point d'intersection du cercle inscrit dans un carré avec la diagonale du carré; il faut, pour définir le continu mathématique proprement dit, considérer un continu du second ordre où on intercale entre deux termes donnés des échelons construits selon la loi de formation des nombres incommensurables<sup>52</sup>. Mais l'essentiel demeure, ce continu, ainsi que tous ceux d'ordre supérieur, est obtenu par des procédés qui n'excèdent pas ceux à l'œuvre dans les jugements synthétiques *a priori* de l'arithmétique. Sa construction n'impose aucun critère de sélection parmi les géométries possibles

En définissant un continu par l'intercalage de termes, on ne fait que ranger des termes dans un certain ordre et on ne livre aucun élément permettant de comparer les intervalles entre termes de ce continu. Pour les applications de la géométrie, « il faut apprendre à comparer l'intervalle qui sépare deux termes quelconques<sup>53</sup> ». Les grandeurs mesurables sont définies par des conditions très générales, comme celles de l'additivité, qui laissent inspecifiée la définition de la distance. C'est donc au prix d'une convention que nous décrétons que deux intervalles sont de même mesure. C'est une convention analogue que doit faire le physicien lorsque, transportant sa règle d'un corps à un autre, il décrète que les longueurs de ces corps sont égales ou inégales. En effet, l'expérience ne nous conduit ni à penser, ni à vérifier qu'une règle conserve sa longueur lorsque nous la déplaçons d'un lieu à un autre. Pour comparer des longueurs, nous devons donc postuler

---

51. *SH*, p. 53.

52. Le caractère générique de la notion de continu chez Poincaré (on peut définir des continus du troisième ordre, etc.) s'explique par le fait que chez lui le concept de continu est lié à celui de dimension. Sa célèbre définition inductive de la dimension s'appuie sur le concept de coupure dont l'origine est psychophysique, et non pas analytique, comme chez Dedekind. Le fait que cette conception de la coupure puisse s'appliquer à un ensemble de rationnels explique que Poincaré considère que de tels ensembles sont des continus. Enfin, il faut également noter que si Poincaré reçoit la définition des incommensurables de Dedekind, c'est probablement au prix d'une équivoque. Dedekind « démontre » son théorème d'existence de l'infini à l'aide du procédé de l'adjonction d'une pensée à l'ensemble de ses pensées. Ce procédé est tout à fait conforme aux conceptions de Poincaré et, bien entendu, ne permet pas de démontrer l'existence de l'infini actuel.

53. *SH*, p. 56.

que la règle est rigide. La géométrie associée au déplacement de la règle rigide est identique à celle associée à « l'ensemble de l'objet et de l'être sentant considéré comme formant un seul corps », bien qu'elle soit construite à partir d'une entité plus simple puisque l'être sentant de l'espace représentatif est supprimé de la caractérisation de l'espace de la géométrie physique. Pour celui-ci les conditions de mesurabilité les plus commodes sont aussi les plus naturelles: on pose que les instruments de mesure des grandeurs physiques se comportent de façon identique en tout lieu et de tout temps. La pratique de la physique mathématique conduit donc, elle aussi, à retenir l'espace euclidien comme cadre de description de la Nature.

Il reste à voir comment les principes hérités de l'histoire de la physique nous conduisent, à leur tour, à choisir la géométrie euclidienne. L'attitude de Poincaré à l'égard de la théorie de la relativité va nous en livrer l'occasion.

### 3. Poincaré et la Relativité restreinte

C'est un lieu commun de dire que la pensée de Poincaré a été discréditée à deux reprises par la Théorie de la Relativité. D'abord, bien que disposant de tous les éléments permettant de construire la « mécanique nouvelle », non seulement Poincaré n'en a pas formulé les principes, mais, de plus, une fois la relativité restreinte découverte par Einstein, il en a obstinément refusé les conclusions. Le second discrédit est beaucoup plus grave. La doctrine du conventionnalisme géométrique repose sur la prise en considération des seules géométries synthétiques, Poincaré ayant écarté, dans la discussion du problème de l'espace, la possibilité de tenir compte des géométries analytiques de Riemann, car la plupart d'entre elles donnent une définition de la longueur incompatible avec le mouvement d'une figure invariable. Par conséquent, le domaine de validité du conventionnalisme, s'il en est un, est limité à la considération des espaces à courbure constante. Mais puisque Einstein a montré, avec la Relativité Générale, que l'espace avait la forme d'un « mollusque » et que le concept riemannien de distance était nécessaire pour décrire cette forme, la doctrine de Poincaré peut être rangée dans le musée des curiosités de l'histoire des sciences.

Cette belle histoire préjuge de plusieurs décisions.

Lorsqu'on limite son propos à la comparaison du conventionnalisme et de la Relativité restreinte pour faire voir que Poincaré était fondé à maintenir sa conception, il semble qu'on ne fasse que différer la véritable épreuve pour l'intuitionnisme, celle de la Relativité Générale. Cependant, paradoxalement, c'est plutôt Poincaré qui serait victime de la décision arbitraire de séparer la Relativité restreinte de la Relativité Générale. Je ne traiterai pas, faute de place, cette question que j'ai abordée ailleurs<sup>54</sup> mais je donnerai quelques indications sur les termes dans lesquels elle se pose.

54. Éric Audureau, « Cosmologie et classification des systèmes philosophiques », dans les actes du colloque *L'Œuvre de Jules Vuillemin*, Paris 26-29 juin 2002, à paraître.

### 3.1 Poincaré et la relativité générale

La doctrine de Poincaré est arrêtée dès le milieu des années 1890. L'article sur « La nature du raisonnement mathématique » est de 1894, celui sur le continu de 1893, son premier article sur la géométrie de 1892, et nous avons vu à quel point les différents éléments de doctrine présents dans ces essais sont solidaires. De cette philosophie qui subordonne la connaissance physique à la connaissance mathématique et la connaissance mathématique à une faculté du moi, Poincaré n'a, à partir de la publication de *La Science et l'hypothèse*, si ce n'est avant, fait que préciser la forme et tirer les conséquences, notamment celles qui s'imposaient face à des objections en puissance comme celles que fournira la théorie de la relativité. Lorsqu'il l'a modifiée<sup>55</sup>, ces modifications n'ont atteint aucun point essentiel de cette philosophie.

La situation est tout autre pour Einstein. D'abord, celui-ci est-il philosophe ? Son meilleur biographe, Abraham Pais<sup>56</sup>, dit qu'il l'était comme il était violoniste. Quant à Einstein, il nous livre lui-même les éléments suivants : 1° il a procédé à la manière des physiciens en prenant les questions de la théorie de la relativité les unes après les autres et sans plan établi ni doctrine philosophique à défendre ; 2° il a décrit cette démarche dans sa réponse à Northrop avec ses célèbres remarques sur l'opportunisme épistémologique du physicien qui peut être tantôt idéaliste, tantôt réaliste, tantôt positiviste et même pythagoricien<sup>57</sup> ; 3° il a changé de convictions philosophiques avec le temps. Dans une lettre de 1938, il déclare : « J'ai commencé par un empirisme sceptique qui se rapprochait plus ou moins de celui de Mach. Mais le problème de la pesanteur m'a converti à un rationalisme qui conduit à rechercher la seule source crédible de la vérité dans la simplicité mathématique<sup>58</sup>. » Mais qui pourrait nier que « le problème de la pesanteur » est la question centrale affrontée par la relativité générale ? Pour Einstein, par conséquent, la théorie développée dans le mémoire de 1916, avec son extension cosmologique de 1917, est loin d'avoir mis un point final aux interrogations qui ont présidé à l'élaboration de la théorie de la relativité. Ces remarques montrent suffisamment à quelles simplifications abusives on aboutirait en comparant une doctrine

---

55. Deux exemples de modifications : la reconnaissance du fait que les logiques nouvelles ne se réduisaient pas à la syllogistique et l'atténuation des effets de l'expérience de pensée de Delbœuf, dont Poincaré dit, dans *DP*, qu'elle ne concerne que la relativité psychologique de l'espace (espace représentatif) mais pas la relativité physique de l'espace (espace de la physique géométrique). Cette rétraction est importante, car elle est conduite dans le cadre d'une discussion du principe d'équivalence de la relativité générale.

56. Abraham Pais, *Subtle is the Lord*, Oxford, Oxford University Press, 1982 ; je cite la traduction française, *Albert Einstein, La Vie et l'œuvre*, Paris, InterÉditions, 1996.

57. Paul Arthur Schilpp, dir., *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, La Salle, Open Court, 1949, p. 683-684.

58. Albert Einstein, *Correspondance*, présentée par H. Dukas et B. Hoffmann, Paris, InterÉditions, 1980, p.86

59. Au sens où elle considère d'emblée toutes les questions qu'on doit se poser à son sujet : quelle est l'origine de la connaissance mathématique ? Comment les mathématiques, qui

*complète*<sup>59</sup> de la connaissance, comme l'est celle de Poincaré, à l'état passager d'une pensée qui s'est transformée peu à peu en doctrine philosophique parce qu'elle a entraîné de façon spectaculaire, en créant la théorie de la relativité, la physique dans le domaine de la spéculation cosmologique, tandis que la philosophie de Poincaré avait pour objectif explicite de mettre la physique à l'abri de la contamination philosophique.

La relativité générale, c'est une classe d'un nombre indéfini de cosmologies qui ont en commun d'améliorer la loi de la gravitation de Newton au prix de la destruction du langage des équations de dimension. Il faut être grand géomètre, après Einstein, pour pouvoir entrer en philosophie pure<sup>60</sup>. Au XVII<sup>e</sup> siècle, on se disputait sur les questions cosmologiques avec des mots; aujourd'hui, on doit le faire avec les interprétations géométriques (il y en a, répètons-le, un nombre indéfini) de la théorie de la relativité<sup>61</sup>. Cela, si l'on croit que cette théorie est « vraie ». Si l'on croit que la physique produit des « théories » qui sont vraies.

Ce sont là deux croyances que Poincaré n'admet pas. On peut montrer que son conventionnalisme dispose de la première question<sup>62</sup>. Einstein, d'ailleurs, contrairement à ses interprètes et porte-voix, l'a reconnu, me semble-t-il, explicitement dans *La Géométrie et l'expérience*<sup>63</sup>,

---

nous font connaître des objets immatériels, peuvent-elles s'appliquer à la connaissance des objets matériels? Qu'est-ce que la vérité et d'où vient son caractère objectif?

60. Sauf si on suppose que la problème de la nature de l'espace n'est pas une question centrale de toute philosophie théorique. Mais pour défendre une telle idée, il faut recevoir une conception de la philosophie qui s'oppose à celle qui a prévalu de l'Antiquité à Poincaré. Une telle conception de la philosophie m'échappe et, à plus forte raison, échappe à cet article qui essaie d'expliquer que Poincaré est philosophe au sens où Descartes et Kant le sont.

61. Il est remarquable que la plupart des cosmologies relativistes réintroduisent les postulats conventionnels de Poincaré sur l'espace et le temps que la relativité générale avait sanctionnés. Sur ce point, voir Audureau, « Cosmologie et classification... ».

62. Dans sa conférence de Lille de 1909, paru dans son ouvrage *La mécanique nouvelle* (Paris, Gauthier-Villars, 1924, p. 13), Poincaré dit ceci: « [...] la masse coefficient d'inertie croît avec la vitesse; devons-nous conclure que la masse coefficient d'attraction croît également avec la vitesse et reste proportionnelle au coefficient d'inertie, ou, au contraire, que ce coefficient d'attraction demeure constant? C'est là une question que nous n'avons aucun moyen de décider. » Nous sommes donc libres de poser le principe d'équivalence comme nous sommes libres de le repousser.

63. Albert Einstein, *Œuvres choisies*, Paris, Le Seuil, 1991, vol. V, p. 73. Einstein présente la conception de Poincaré pour faire voir qu'il a adopté une conception opposée au cours de l'élaboration de la relativité générale. Pourquoi et comment peut-il prendre le contrepied d'une conception tout à fait juste? Bien qu'admettant que règles et horloges « ne jouent pas le rôle d'éléments irréductibles dans l'édifice conceptuel de la physique » (p. 74), Einstein estime que l'état actuel de la physique permet de les considérer provisoirement comme tels « car nous sommes loin d'être parvenus à une connaissance si sûre des fondements théoriques de la physique atomique que nous puissions donner des constructions théoriques exactes de ces entités ». Einstein pense donc 1) que la critique poincaréenne de l'usage de la règle est justifiée mais 2) qu'elle n'est pas aboutie et 3) que son aboutissement devrait conduire à découvrir les étalons de mesure dans la nature. D'où l'on doit conclure que soit il s'illusionne

lorsqu'il déclare : « *Sub specie æterni*, [la] conception de Poincaré est, à mon avis, tout à fait juste. » Sur la deuxième question, rappelons que, pour Poincaré, les théories sont pour une grande part des imageries provisoires. Parler de la force ou des atomes ou de l'éther, c'est faire de la métaphysique. Les seules choses que la physique mathématique puisse dire avec précision et certitude, ce sont celles qu'elle exprime avec ces relations entre une fonction et ses dérivées qu'on appelle équations différentielles.

On voit que la question de la condamnation du conventionnalisme par la relativité générale n'est pas aussi simple qu'on le croit généralement. Elle dépend, au moins, de deux questions préjudicielles qui sont également pertinentes pour analyser l'attitude de Poincaré à l'égard de la relativité restreinte qui va maintenant nous occuper : 1) Qu'est-ce que la théorie de la relativité (restreinte) ? 2) En quoi consistent les progrès de la physique ?

### 3.2 Le faux problème de la découverte de la relativité restreinte

On trouve toutes sortes d'opinions au sujet du rôle de Poincaré dans la découverte de la relativité restreinte

- 1) Einstein n'a fait qu'explicitement les conséquences des découvertes de ses prédécesseurs, notamment Lorentz et Poincaré<sup>64</sup>.
- 2) Poincaré disposait de tous les éléments pour développer la théorie de la relativité ; il s'en fallait de peu qu'il n'y parvienne ; cependant, il n'a pas franchi le pas décisif à cause de son nominalisme. « Sans Lorentz et sans Poincaré, Einstein n'eût pu aboutir<sup>65</sup>. »
- 3) Einstein a découvert pratiquement seul<sup>66</sup> la relativité restreinte ; Poincaré a compris le travail d'Einstein ; il aurait pu faire lui-même cette découverte mais, par une réaction assez caractéristique chez les hommes de science, il fut effrayé par ses conséquences et n'alla pas jusqu'au bout de sa pensée<sup>67</sup>.
- 4) Einstein a découvert pratiquement seul la relativité et Poincaré n'a jamais compris le travail d'Einstein<sup>68</sup>.

---

en disant que Poincaré a raison, soit il reconnaît que deux types de vérités peuvent coexister sans que les partisans de l'un ou de l'autre aient les moyens de l'imposer. Ce dernier cas correspond à la définition de la philosophie, et c'est bien de cela qu'il s'agit dans la critique relativiste de l'intuitionnisme de Poincaré.

64. C'est le point de vue d'Edmund Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity*, New York, Nelson and Sons, vol., 2, 1953.

65. Louis de Broglie, *Savants et découvertes*, Paris, Albin Michel, 1951.

66. Par « pratiquement seul », j'entends dans l'indifférence ou l'ignorance des résultats de Poincaré et de Lorentz, et de nombreux résultats expérimentaux comme l'expérience de Michelson et Morley. Cette question, très débattue, est secondaire. La nature de la relativité restreinte, c'est-à-dire le contenu de l'article d'Einstein de 1905, le fait voir, et Einstein a raison de dire que l'expérience de Fizeau suffisait pour y parvenir.

67. Gerald Holton, *L'Imagination scientifique*, Paris, Gallimard, 1981.

68. Pais, *Albert Einstein*.

À la première opinion, on peut répondre en citant Einstein : « S'ils parviennent à convaincre les autres c'est leur affaire<sup>69</sup>. » Dans les trois autres, un même point de vue est partagé : il y a une chose à laquelle il fallait arriver, découvrir la relativité restreinte, à laquelle Poincaré n'est pas parvenu.

Dans une conférence donnée en octobre 1910 devant le *Berliner Wissenschaftliche Verein*, Poincaré parla, au sujet des travaux d'Einstein, de « l'apparition d'un courant qui a perturbé l'équilibre de ses opinions antérieures<sup>70</sup> ». Or dans « L'espace et le temps », publié en 1912 et repris dans *Dernières Pensées*, nous voyons que l'équilibre de ses opinions antérieures est maintenu avec, de plus, ce fait supplémentaire remarquable que l'extension du principe de relativité à des « axes tournants » y est analysée. Poincaré ne fait donc pas que maintenir sa position face à la relativité restreinte, mais il indique la conséquence formelle, requise par le principe d'équivalence de la masse inerte et de la masse pesante, d'une extension du principe de relativité aux systèmes uniformément accélérés<sup>71</sup>. On pourrait presque dire qu'il attend la relativité générale de pied ferme. Ce fait invite à porter une nouvelle appréciation sur le rôle de Poincaré dans l'histoire de la relativité restreinte. Au lieu de répondre à la question posée par Pais : « Pourquoi Poincaré n'a-t-il jamais compris la relativité restreinte ? », il faut se demander : Pourquoi Poincaré, qui a parfaitement compris la relativité restreinte, ne l'a-t-il jamais acceptée ?

Cette façon de voir est assez proche de la seconde opinion ci-dessus, due à Louis de Broglie, au sens où elle explique les réticences de Poincaré par ses convictions philosophiques. Elle en diffère par trois aspects ; elle subordonne le nominalisme de Poincaré à son intuitionnisme mathématique ; en conformité avec les troisième et quatrième opinions, qui sont celles de Holton et Pais et qui bénéficient d'une assise historiographique peu contestable, elle ne voit pas en Poincaré un prédécesseur d'Einstein ; enfin, elle n'exprime pas de regrets pour l'occasion manquée de la découverte de la relativité, car, et c'est là le nerf de la question, il n'est pas dit que, du point de vue de la philosophie de la connaissance de Poincaré, la physique y ait perdu quoi que ce soit.

Rappelons, pour commencer, les « anticipations » de Poincaré. Pour lui, la relativité de l'espace signifie que les coordonnées n'ont pas de

69. Max Born, et Albert Einstein, *Correspondance*, Paris, Le Seuil, 1972, p. 213.

70. Pais, *Albert Einstein*, p. 167.

71. Il faudra décrire ce que nous observons par des équations différentielles du 3<sup>e</sup> ordre, tandis que pour le principe de relativité du mouvement uniforme, cette description est donnée par des équations différentielles du 2<sup>e</sup> ordre. Avec le principe de relativité du mouvement uniformément accéléré, les équations du 2<sup>e</sup> ordre, qui définissent les coordonnées, varieront et les équations du 3<sup>e</sup> ordre, qui nous sont données de façon unique lorsque nous cessons d'employer le principe de relativité dans son usage habituel de compartimentation de l'univers, ne nous permettront pas d'éliminer les constantes d'intégration et de choisir, parmi toutes les solutions possibles, celle qui convient.

signification physique. Tout mouvement est donc relatif. Par ailleurs, il n'y a pas de temps absolu, la simultanéité de deux événements est toujours relative, et lorsque nous parlons du temps, il s'agit d'un temps local qui n'existe que par rapport à nous. Il faut accepter l'hypothèse de Lorentz selon laquelle les corps se contractent selon la direction de leur mouvement relatif. Le principe de relativité du mouvement, combiné avec l'hypothèse précédente, obéit au « groupe de Lorentz » ; par conséquent, la loi d'addition des vitesses n'est pas la loi classique mais la loi « relativiste ». La vitesse de la lumière devient alors une limite infranchissable et la masse de l'électron, qui augmente avec la vitesse, tend vers l'infini quand sa vitesse tend vers celle de la lumière.

Que manque-t-il alors à Poincaré pour que l'on puisse dire qu'il a découvert la relativité restreinte ? En suivant Pais, on peut donner de cette lacune la description simplifiée<sup>72</sup> suivante.

Einstein part de deux postulats :

- 1) Le principe de relativité qui veut que les lois de la physique aient la même forme dans tous les référentiels d'inertie ;
- 2) Le principe de la constance de la vitesse de la lumière, selon lequel, dans tout référentiel d'inertie, la lumière possède une vitesse constante  $c$ , qu'elle soit émise par un corps en repos ou par un corps en mouvement uniforme.

De ces postulats il déduit les relations fondamentales de la cinématique relativiste, c'est-à-dire les transformations de Lorentz. Puis, de ces relations, il déduit la dynamique relativiste.

Poincaré, pour arriver à la formule d'addition relativiste des vitesses et aux formules de la dynamique de l'électron part du principe de relativité, de l'hypothèse que la vitesse de la lumière est une vitesse limite et « d'une transformation remarquable découverte par Lorentz et qui doit son intérêt à ce qu'elle explique pourquoi aucune expérience n'est susceptible de nous faire connaître le mouvement absolu de l'Univers ».

En d'autres termes, ce qui a manqué à Poincaré, c'est de voir que la contraction de Lorentz était une conséquence du principe de relativité et du principe de la constance de la vitesse de la lumière. La contraction de Lorentz n'est pas indépendante, au sens logico-mathématique du terme, des deux autres principes.

---

72. Une des simplifications importantes consiste à omettre, dans la présentation du point de vue de Poincaré, le rôle de l'éther. Bien que celui-ci pense, nous l'avons vu, que l'éther n'est qu'une fiction métaphysique et qu'il n'y a pas d'espace absolu, il fait encore référence à l'éther dans la conférence de Lille de 1909. Comme il part de l'impossibilité de mettre expérimentalement en évidence le vent d'éther et, donc, de déceler une anisotropie de la vitesse de la lumière, une forme simplifiée de son point de vue est de dire qu'il accepte le postulat de la constance de la vitesse de la lumière.

Comme Poincaré maintient encore la nécessité de cette troisième hypothèse en 1909, Pais peut à bon droit déclarer qu'« il ne comprit donc pas l'une des caractéristiques les plus fondamentales de la relativité restreinte<sup>73</sup> ».

### 3.3 *Physique et cosmologie dans la Relativité restreinte*

Poincaré avait reproché à Lorentz la multiplication des hypothèses. Après la découverte d'Einstein, le même reproche peut lui être adressé. La simplicité logique fait la première différence entre Einstein et Poincaré.

« C'est dans l'article d'Einstein que l'on trouve la première démonstration des transformations de Lorentz à partir des principes premiers<sup>74</sup>. » Il y a entre les deux « principes premiers » d'Einstein une différence importante. Le principe de relativité n'est pas une loi de la nature, mais l'expression de certaines conditions permettant de décrire les lois de la nature. Le principe de la constance de la vitesse de la lumière, par contre, est un fait de la nature. Dans une conférence donnée en 1922, Einstein explique que pour résoudre le conflit entre l'électromagnétisme, où la constance de la vitesse de la lumière est compatible avec le principe de relativité, et la mécanique, dont la règle d'addition des vitesses n'est pas compatible avec le principe de la constance de la vitesse de la lumière, il a dû s'interroger sur le concept de temps. C'est-à-dire qu'il a dû noter « le fait que le temps n'est pas défini de manière absolue, mais qu'il existe une relation indissociable entre le temps et la vitesse d'un signal<sup>75</sup> ». Le mémoire de 1905 sur la relativité restreinte débute en tirant les conséquences de ce fait. Einstein expose à quelles conditions deux observateurs animés d'un mouvement relatif uniforme peuvent s'accorder sur leurs mesures de temps et de longueur. Ces considérations bien connues permettent de voir ce qui distingue, plus profondément encore que la simplicité logique, l'approche d'Einstein de celle de Poincaré.

- 1) Comme pour Poincaré, il n'y a pas de temps absolu, mais le temps découle de quelque chose qui nous est imposé par la nature.
- 2) Cette chose, qui est première, est une vitesse, donc une grandeur cinématique. Chez Poincaré, une grandeur cinématique, comme la vitesse, est construite à partir de deux choses qui ne sont pas dans la nature, le temps et l'espace. Chez Einstein, le temps et l'espace, en tant que grandeurs physiques (celles de la géométrie et de la chronométrie), sont déduits d'une grandeur cinématique d'une chose, la lumière, que la nature nous impose.
- 3) A perçoit (par des signaux lumineux) une règle dans les mains de *B* (animé d'un mouvement uniforme) de longueur *l*. *B* dit à *A* : « La

73. Pais, *Albert Einstein*, p. 165.

74. *Ibid.*, p. 140.

75. *Ibid.*, p. 136.

règle qui est dans mes mains mesure  $l'$ . » Pour que  $A$  juge si  $B$  dit la vérité, il doit vérifier si ses apparences, une fois rectifiées par la loi de transformation des apparences, exprimée par la transformation de Lorentz, concordent avec les apparences de  $B$ . Le caractère objectif des mesures d'espace (et de temps) dépend de l'intersubjectivité des observateurs. Cette intersubjectivité est fondée dans la matérialité du signal lumineux. La contraction de Lorentz peut se constater, mais ce que l'on constate, c'est une apparence. Pour Poincaré, les transformations de Lorentz, qui associent espace et temps comme dans un espace à quatre dimensions, ont pour seul effet de réajuster les parts de convention que nous plaçons dans l'espace et le temps. Elles sont l'expression symbolique, et seulement symbolique, d'une propriété imperceptible par *ego*.

Pouvons-nous mettre en évidence cette déformation [la contraction de Lorentz] ? Évidemment non ; voici un cube qui a un mètre de côté ; par suite du déplacement de la Terre, il se déforme, l'une de ses arêtes, celle qui est parallèle au mouvement, devient plus petite, les autres ne varient pas. Si *je* veux m'en assurer à l'aide d'un mètre, *je* mesurerai d'abord l'une des arêtes perpendiculaires au mouvement et *je* constaterai que mon mètre s'applique exactement sur cette arête ; et, en effet, ni l'une ni l'autre de ces deux longueurs n'est altérée, puisqu'elles sont, toutes deux, perpendiculaires au mouvement. *Je* veux mesurer, ensuite, l'autre arête, celle qui est parallèle au mouvement ; pour cela *je* déplace mon mètre et le fait tourner de façon à l'appliquer à mon arête. Mais si le mètre ayant changé d'orientation, et étant devenu parallèle au mouvement, a subi, à son tour, la déformation, de sorte que bien que l'arête n'ait plus un mètre de longueur, il s'y appliquera exactement, *je* ne me serai aperçu de rien<sup>76</sup>.

Effectivement, pour percevoir la déformation il faut, comme le fait Einstein, faire intervenir un autre observateur pour lequel la Terre n'est pas en repos.

Il reste à se demander si la simplicité logique et si la double décision de fonder la chronométrie et la géométrie sur la cinématique et de fonder la cinématique sur l'existence d'un être physique, la lumière, sont, pour Poincaré, des impératifs auxquels la physique proprement dite doit se soumettre.

Comme la seule contrainte à laquelle soit astreint l'espace est sa caractérisation par un groupe de *déplacements* rigides, la notion de mouvement est incluse dans la détermination des espaces possibles et la décision de faire dépendre la cinématique de la géométrie, ou la décision inverse, est indifférente du point de vue de ce qui fonde l'usage d'une géométrie physique. Nous ne saurons sans doute jamais si Poincaré a vu qu'Einstein proposait une théorie des apparences. Mais puisque l'existence de la

76. SM, p. 85-86. C'est moi qui souligne les « je ».

lumière est une condition inhérente à la pratique de la physique, on pourrait se demander si celle-ci ne devrait pas figurer au premier rang des critères de sélection de l'espace commode, en compétition directe avec ce produit de l'évolution de l'espèce qu'est la configuration de nos organes sensibles, configuration à laquelle est soumise la construction de l'espace représentatif. Cependant, à elle seule, cette éventualité ne peut emporter la décision.

D'abord, nous ne pouvons exprimer le contenu du postulat sur la vitesse de la lumière sans employer les mathématiques, en l'espèce, les transformations de Lorentz. Ces transformations contiennent le symbole de la vitesse. D'où vient la signification objective de ce symbole? Pour Poincaré, les mathématiques sont garantes de l'objectivité des lois de la physique. La signification de la proposition « la vitesse relative de  $B$  par rapport à  $A$  est  $v$  », qui commande le calcul du temps propre de  $B$  ou celui de la longueur d'une règle qu'il tiendrait entre ses mains, dépend de l'objectivité de celle de  $v$ . Celle-ci est obtenue par l'opération de dérivation d'une grandeur par rapport à une autre grandeur. La faculté intellectuelle de la répétition à l'œuvre dans l'opération de dérivation et la distinction de deux grandeurs, que tous les usagers de la théorie de la relativité continuent d'appeler l'espace et le temps, sont donc des conditions complémentaires qu'il faut ajouter aux définitions opérationnelles des mesures d'espace et de temps de la relativité. Quant à la question de la prééminence de l'esprit sur la vue, on devine ce que peut en penser Poincaré<sup>77</sup>: « Qui nous a appris à connaître les analogies véritables, celles que les yeux ne voient pas et que la raison devine? C'est l'esprit mathématique qui dédaigne la matière pour ne s'attacher qu'à la forme pure<sup>78</sup>. »

Ensuite, pour Poincaré, les théories physiques passent et les lois restent. Un fait paraît plaider définitivement contre l'idée que Poincaré n'avait qu'un pas à franchir pour parvenir à la relativité restreinte. Il s'agit de la dernière partie du mémoire de Palerme consacré aux ondes gravifiques. Poincaré y suppose que la propagation de la gravitation n'est pas instantanée mais se fait à la vitesse de la lumière. C'est sa manière d'accorder les lois de la mécanique avec celles de l'électromagnétisme. Comme l'a justement souligné Pais, Poincaré ne repense jamais la mécanique nouvelle sous la perspective d'une refonte de la cinématique. Son point de vue est avant tout dynamique, comme l'indique d'ailleurs le titre de son mémoire *Sur la dynamique de l'électron*. L'aspect qui distingue essentiellement, du point de vue physique, cette fois, Einstein de Poincaré, c'est donc la place de la cinématique dans l'édifice de la physique mathématique.

Pour traiter correctement cette question il faut d'abord dissiper deux malentendus répandus par la vulgate relativiste. 1) On dit souvent, et

77. Et l'on a déjà vu ce qu'Einstein en pensera quelques années plus tard.

78. *VS*, p. 106.

Einstein a contribué à la diffusion de cette opinion, que la relativité restreinte a porté un coup fatal à la doctrine kantienne du temps et de l'espace. On oublie que cette doctrine a été élaborée pour sauver la physique newtonienne des difficultés insurmontables que présentent les concepts newtoniens de temps et d'espace vrais, absolus et mathématiques. De sorte que si Kant a commis une erreur, ce n'est pas en considérant que l'espace et le temps précèdent l'expérience, car il en est déjà ainsi chez Newton, mais en croyant, comme Laplace, par exemple, qu'après Newton la physique était achevée. 2) Holton, dans son étude approfondie sur les origines de la relativité restreinte, rappelle que « Poincaré récusait l'espace absolu<sup>79</sup> » en présentant cet aspect de sa pensée comme une anticipation des vues d'Einstein. C'est en effet un lieu commun de dire que la Relativité a remis en cause le concept d'espace absolu, mais l'a-t-elle condamné aussi radicalement que le fit Poincaré ? Reprenons rapidement la question.

Pour Newton, je viens de le rappeler, le temps et l'espace sont absolus et mathématiques. Les grandeurs cinématiques, composées avec des ingrédients absolus et mathématiques, sont elles-mêmes mathématiques. On identifie, dans la mécanique newtonienne, les corps pondérables à des points matériels possédant une masse égale à celle de ces corps. Mais dans le langage de la cinématique pure, celui où toutes les grandeurs ont leurs dimensions composées à partir de  $L$  (pour la longueur) et de  $T$  (pour le temps), les points matériels deviennent immatériels, puisqu'ils sont privés de la masse, le seul attribut attestant leur matérialité. La critique impliquée par la Relativité restreinte, je l'ai dit un peu plus haut, revient à modifier le langage des équations de dimensions : on ne construit pas les mots de la cinématique à partir du temps et de l'espace, mais on dérive la syntaxe de ces deux derniers mots à partir du mot *vitesse*, un substantif dont on a vu quelle substance il désignait. En d'autres termes, dans la relativité restreinte, il n'y a pas d'espace ou de temps absolus et mathématiques, mais il y a un espace-temps absolu et mathématique. Einstein remplace deux absolus par un seul. Voilà la seule chose que l'on puisse dire au sujet de la critique des conceptions newtoniennes par la relativité restreinte.

C'est très différent de Poincaré dont la critique de Newton a une autre teneur. Il ne s'agit pas de réduire le nombre des substances mais de montrer que les substantifs du langage de la physique générale<sup>80</sup> ne sont que la nominalisation des verbes décrivant les actes justifiés de la physique mathématique. Il ne peut pas y avoir de cinématique autonome comme branche de la physique pour Poincaré. Les théories de la physique générale passent en justifiant d'une manière ou d'une autre leurs postulats

---

79. Holton, *L'Imagination scientifique*, p. 150.

80. J'emprunte l'expression de physique générale à Gabriella Crocco dans l'article paraissant ici.

d'existence, les lois mathématiques de la physique restent en s'accommodant des noms de ces substances qui ne sont que de passage<sup>81</sup>.

Poincaré peut-il, comme il l'a cru, maintenir ses vues en dépit de l'existence de la relativité restreinte? C'est, bien entendu, à la physique qu'est adressée cette question. Aussi la réponse dépend-elle de la juridiction de la physique et de ce qu'on entend par « progrès de la physique ».

La seule juridiction reconnue par la physique, c'est celle de l'expérience. Peut-on concevoir une expérience qui permette de trancher entre la conception nominaliste du temps et de l'espace comme constituant de la vitesse et la conception substantialiste de la vitesse? Il est permis d'en douter. Que disent alors les manuels de physique sur les progrès de la relativité, sur la différence entre celle-ci et la mécanique classique? « Pour ceux qui veulent juste en apprendre assez pour résoudre des problèmes, [...] la théorie de la relativité modifie simplement les lois de Newton en introduisant un facteur de correction pour la masse<sup>82</sup>. » Pour les autres, ceux qui veulent savoir « *quels genres de nouvelles idées et suggestions* sont apportées aux physiciens<sup>83</sup> » par « le principe de relativité d'Einstein et Poincaré<sup>84</sup> », il y a deux choses à retenir. D'abord, « “les idées étranges” doivent simplement être en accord avec l'expérience, et la seule raison que nous ayons de discuter le comportement des horloges, etc., est de démontrer que, bien que la notion de dilatation du temps soit étrange, elle est en accord avec la manière dont nous mesurons le temps ». Ensuite la Relativité « s'est révélée être d'une très grande utilité dans notre étude des autres lois physiques », car elle nous a enseigné à « regarder la manière dont les lois peuvent être transformées tout en gardant une forme invariante ». Si, dans ces deux legs, il fallait discriminer qui, de Poincaré ou d'Einstein, a laissé la plus grande part, on devrait sans hésiter répondre que c'est le premier.

Ce qui oppose irrémédiablement Poincaré à Einstein, ce ne sont pas les lois de la physique mais la portée de la théorie physique. Poincaré récuse l'existence du temps et de l'espace absolu, mais il ne prétend pas que la physique puisse être mise à contribution pour décider de ce qui la précède, c'est-à-dire les définitions du temps, de l'espace et du mouvement. Pour Einstein, la doctrine du temps et de l'espace est une partie intégrante de la théorie physique. Avec la relativité restreinte, nous mettons déjà un pied dans la cosmologie, et c'est là pour Poincaré un mouvement peut-être tolérable, voire inévitable, mais en aucun cas une décision relevant de la physique mathématique.

---

81. À l'appui de cette façon de voir, on peut rappeler qu'Einstein a donné en 1946 une démonstration de l'équivalence de la masse et de l'énergie indépendante de la cinématique relativiste.

82. Richard Feynman, *Cours de physique, Mécanique 1*, Paris InterEditions, p. 202.

83. *Ibid.*, p. 219.

84. *Ibid.*, p. 217.