

LA GESTION CORPORATIVE DES RISQUES FINANCIERS : PRIMES DE RISQUE ET OPTION PANIER-ASIATIQUE

Chakib Aabouche, Simon Lalancette and Frank Leclerc

Volume 70, Number 3, 2002

HOMMAGE À MINH CHAU TO. NUMÉRO SPÉCIAL PORTANT SUR LA
FINANCE

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/1107528ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/1107528ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (print)

2817-3465 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Aabouche, C., Lalancette, S. & Leclerc, F. (2002). LA GESTION CORPORATIVE
DES RISQUES FINANCIERS : PRIMES DE RISQUE ET OPTION
PANIER-ASIATIQUE. *Assurances*, 70(3), 437–463.
<https://doi.org/10.7202/1107528ar>

Article abstract

This study proposes an integrated financial risk management approach for corporations, based on the existence of risk premia on financial markets. The empirical characteristics of those premia are captured in optimization problems cast in an expected gain-risk framework which generates a collection of optimal linear and nonlinear hedging solutions. Option hedging is performed by means of an Asian basket option which integrates through time and asset categories the risk exposures. An historical simulation is implemented to assess the empirical hedging performance of the Asian basket option in comparison to a portfolio of European options.

Assurances, volume 70, numéro 3, octobre 2002, 437-463

LA GESTION CORPORATIVE DES RISQUES FINANCIERS : PRIMES DE RISQUE ET OPTION PANIER-ASIATIQUE

par Chakib Aabouche, Simon Lalancette et Frank Leclerc

RÉSUMÉ

Cette étude propose une approche de gestion intégrée des risques pour les entreprises non financières, fondée sur l'existence de primes de risque sur les marchés financiers. Selon les caractéristiques de ces variables, nous dégagons des proportions linéaires et non linéaires de couverture à partir d'une relation de compromis entre l'espérance de gains et le risque supporté via l'optimisation de problèmes contraints. Une option de type panier-asiatique qui offre une protection intégrée des risques à la fois à travers le temps et les différentes catégories d'actifs financiers assure la couverture non linéaire, comparativement à un portefeuille d'options européennes. Nous comparons empiriquement l'attrait des deux approches par le biais d'une simulation historique.

ABSTRACT

This study proposes an integrated financial risk management approach for corporations, based on the existence of risk premia on financial markets. The empirical characteristics of those premia are captured in optimization problems cast in an expected gain-risk framework which generates a collection of optimal linear and nonlinear hedging solutions. Option hedging is performed by means of an Asian basket option which integrates through time and asset categories the risk exposures. An historical simulation is implemented to assess the empirical hedging performance of the Asian basket option in comparison to a portfolio of European options.

Les auteurs :

Chakib Aabouche est ingénieur financier à Hydro-Québec.

Simon Lalancette est professeur Hydro-Québec de finance à HEC Montréal.

Frank Leclerc est chef d'équipe ingénierie financière à Hydro-Québec.

Cette recherche a bénéficié du support financier d'Hydro-Québec. Les auteurs remercient Paul Gallant, Paul Robillard, Eric Maillé et Jean-Hugues Lafleur pour leurs commentaires.

■ INTRODUCTION

Il existe toute une gamme de raisons qui motivent la gestion des risques financiers. À titre d'exemple, Smith et Stulz (1985) évoquent trois motifs pour expliquer la gestion des risques, soit la réduction du fardeau fiscal corporatif anticipé, la réduction des coûts de détresse financière via une diminution de la probabilité de faillite et, finalement, la réduction ou l'élimination de pertes financières, ce qui tend à stabiliser la relation entre le financement externe et la mise en place de projets d'investissement. Shimko (1995) affirme de son côté que les pratiques corporatives de couverture de risque facilitent la planification à long terme des projets d'investissement, augmentent la capacité d'endettement et favorisent le déploiement optimal des ressources financières¹. Fenn, Post et Sharpe (1987) prétendent que les hauts dirigeants corporatifs désirent gérer les risques lorsque la profitabilité de la firme affecte l'ampleur de leur compensation. Haushalter (1998) étudie le comportement des firmes oeuvrant dans l'industrie des commodités énergétiques. Il constate que les firmes affichant un important levier financier et une flexibilité financière réduite gèrent les risques de façon plus active. Cliche (2000) fait un survol intéressant de la gestion des risques par les entreprises non financières. La partie empirique de son travail révèle que ce sont principalement les grandes entreprises oeuvrant dans des industries non réglementées qui accordent une importance à la gestion des risques. Par ailleurs, il semble que les charges fiscales, les coûts de détresse financière, la présence de clauses restrictives et les projets d'investissement et de financement de la firme influencent l'intensité de la couverture.

L'évolution de la gestion des risques dans les entreprises est en partie tributaire des instruments dérivés mis à sa disposition. En plus de gérer ou d'éliminer les expositions aux risques à l'aide des contrats à terme, des swaps et des options dites "plain vanilla", les entreprises peuvent maintenant faire appel à des instruments exotiques telles des options asiatiques ou avec des barrières. Dans la même famille, les options paniers s'avèrent particulièrement attrayantes pour les entreprises aux prises avec des risques financiers de différentes natures. Plutôt que de porter sur un actif spécifique, ce type d'option porte sur un portefeuille d'actifs sous-jacents, si bien qu'en l'absence de corrélations positives et parfaites entre les sources de risque, le coût d'achat de cette option devrait être invariablement inférieur à un portefeuille d'options individuelles équivalentes (voir, entre autres, Taleb (1997)).

Malgré l'ampleur de la littérature qui identifie les raisons amenant les entreprises à gérer les risques et la profondeur des marchés d'instruments dérivés, il semble que les entreprises non financières possèdent très peu d'indications quant à l'implantation d'une stratégie optimale de gestion de risque. À notre connaissance, seuls Ahn, Boudoukh, Richardson et Whitelaw (1999) et Brown et Toft (1997) ont fait du travail dans cette direction. Ahn, Boudoukh, Richardson et Whitelaw (1998) déterminent les niveaux d'hors-jeu et de couverture qui optimisent le compromis entre la réduction de la valeur à risque de l'entreprise en fonction de la couverture d'une option de vente et son coût. Brown et Toft (1997) proposent un modèle de gestion des risques en temps continu à partir de contrats à terme et d'options, sans égard au fait que le sous-jacent se négocie ou non sur les marchés. Leur modèle tient également compte de l'incertitude entourant les quantités des actifs à risque.

Une proportion importante d'études portant sur l'implantation générale d'une couverture optimale s'articule sur un cadre inspiré de la théorie de portefeuille (Markowitz (1959)) en ayant surtout recours à des contrats à terme (Bodnar, Hayt et Marston (1996,1998) et Howton et Perfect, 1998). Typiquement, les contributions faisant partie de ce groupe fondent leur démarche sur l'équation suivante :

$$gp_{i,T} = (s_T - s_t) - \delta(f_{T,T} - f_{i,T}) \quad (1)$$

où $gp_{i,T}$ correspond au gain ou à la perte réalisée pour la période allant de t à T , $s_t(s_T)$ correspond à la valeur de l'actif ou de la variable financière au comptant observée à t (T), $f_{i,T}(f_{T,T})$ correspond à la valeur d'un contrat à terme observée à t (T) et venant à échéance à T alors que δ ($0 \leq \delta \leq 1$ sans perte de généralité) identifie le niveau de couverture². Lorsque le prix ou taux à terme s'avère un prédictor sans biais de la valeur comptant future (absence de prime de risque)³, le gestionnaire ayant de l'aversion pour le risque optimise la valeur du niveau de couverture δ en minimisant la variance de l'équation (1)⁴. Pour atteindre cet objectif, l'approche de régression linéaire enchassée dans des méthodologies inconditionnelle ou conditionnelle (principalement GARCH) semble l'avenue la plus prisee (Ederington (1979), Myers (1991), Kroner et Sultan (1993), Ghosh et Clayton (1996), Lypny et Gagnon (1995), (Kavussanos et Nomikos (2000) pour ne nommer que ceux-là). D'autres tels Lien et Tse (1998) et Lien et Tse (2000), par exemple, paramétrisent la semi-variance de l'équation (1).

Lorsque le prix ou taux à terme prédit avec un biais la valeur future au comptant, l'optimisation du paramètre δ s'effectue en considérant à la fois l'espérance et la variance de l'équation (1), sachant

que le gestionnaire affiche de l'aversion pour le risque. Dans un contexte multivarié, cet exercice peut dégager une frontière efficiente caractérisant les compromis optimaux entre l'espérance des gains et pertes et le risque et proposant en ses différents points, différentes valeurs de δ_i pour $i = 1, \dots, N$, N étant le nombre d'actifs à risque.

En ce qui concerne la dimensionalité du problème de couverture, la plupart des modèles présument que l'entreprise n'affiche qu'une seule exposition au risque. Cette tendance s'explique par le niveau de complexité de la majorité des approches économétriques visant la minimisation d'un critère de risque, qui augmente significativement avec le nombre d'expositions considérées. Par contre, les praticiens du marché reconnaissent depuis longtemps l'importance de capter les interactions entre les différentes sources de risque.

À partir des lacunes discutées précédemment, l'objectif principal de cette recherche consiste à présenter une approche simple de gestion des risques pour les entreprises non financières où la détermination des paramètres optimaux s'inscrit dans un environnement espérance de gains-risque sans injection de capital à risque. L'étude comporte trois contributions. Premièrement, comme beaucoup d'entreprises en pratique, le modèle utilise des courbes à terme observées en début de période comme point de référence pour déterminer le coût de couvrir entièrement et linéairement ses expositions sur l'horizon de gestion. Dans la mesure où les catégories d'expositions considérées comportent des primes de risque et, en conséquence, un incitatif pour l'entreprise à se laisser exposer, l'approche détermine les paramètres optimaux de couverture dans un cadre espérance gains-risque qui tient compte à la fois des volatilités et corrélations entre les primes et de la répartition temporelle des flux financiers à l'intérieur d'horizon de gestion. Deuxièmement, vient s'ajouter à ce cadre une option de type panier-asiatique (OPA) qui protège globalement le gestionnaire contre les mouvements défavorables du portefeuille de risque. Alors que la dimension panier permet de couvrir des risques sous-jacents à différentes catégories d'actifs financiers, la dimension asiatique couvre les expositions de risque réparties temporellement à l'intérieur de l'horizon de gestion. L'intégration de l'OPA au processus d'optimisation permet donc la coexistence de modes de gestion linéaire et non linéaire. Cet attribut conduit simultanément, en tenant compte des deux premiers moments des primes de risque, à l'identification des proportions optimales de couverture des positions à terme et le niveau optimal d'hors-jeu global de l'OPA. Finalement, puisque l'OPA affiche une nature particulièrement exotique et se négocie sur le marché au comptoir, nous proposons également une approche de couverture comprenant des

portefeuilles optimaux de gestion de risque où des options individuelles européennes, négociées en bourse, plutôt que l'OPA, assurent la couverture non linéaire des expositions.

On retrouve, à la prochaine section, la dérivation de l'approche. La troisième section comporte la méthodologie d'implantation ainsi que les données utilisées aux fins de simulation historique. Les observations empiriques sont présentées à la quatrième section. Finalement, nous concluons à la dernière section.

■ APPROCHE THÉORIQUE

Considérons une entreprise non financière localisée au Canada qui gère ses risques sur un horizon annuel⁵. Sans perte de généralité, cette entreprise possède des expositions trimestrielles et trois catégories de risque financier. Ces risques proviennent des paiements de dette à taux flottant en contexte canadien et américain. Dans le premier cas, l'exposition au risque relève du comportement du taux trois mois sur acceptations bancaires (AB 3-mois)⁶. Dans le second cas, l'importance des sorties de fonds trimestrielles dépend du comportement taux LIBOR 3-mois et du comportement de la devise américaine. Dans la même perspective, l'entreprise achète aux États-Unis des équipements requis pour la production. Une dévaluation du dollar canadien constitue donc un risque pour l'entreprise. Selon ces hypothèses, l'entreprise voit ses bénéfices annuels affectés par 12 sources de risque différentes, soit 3 catégories d'actifs ($i = 1, 2, 3$) où le premier risque correspond au comportement du AB 3-mois, le second, au LIBOR 3-mois et le dernier, à la devise américaine) et 4 trimestres ($j = 0, \dots, 4$ où $j = 0$ indique le début de l'année alors que $j = 4$ signale la fin du dernier trimestre). Afin de simplifier le problème, aucun calcul de capitalisation ou d'actualisation n'est inclus dans la comptabilisation des gains ou pertes annuels inhérents à la gestion de risque. Aucun risque de base n'affecte l'entreprise puisque les marchés boursiers et au comptoir offrent, avec beaucoup de profondeur, des contrats à terme et des options portant sur l'AB 3-mois, le LIBOR 3-mois ou la devise américaine. On suppose également que l'entreprise élimine les coûts d'agence avec son gestionnaire, lequel possède une aversion pour le risque, en lui offrant un contrat de compensation non linéaire relié aux bénéfices de l'entreprise. D'autres considérations telles la structure de dette à long terme, la structure de capital, le portefeuille de projets et la structure de coûts n'ont pas d'influence sur la politique de gestion des risques.

Ces éléments changent surtout à long terme alors que la démarche proposée concerne plutôt les risques de court terme affectant la firme au cours de la prochaine année de gestion.

La modification de l'équation (1) pour tenir compte des hypothèses mentionnées précédemment implique

$$gp = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} [(s_{ij} - s_{i0}) - \delta_i (f_{ij,j} - f_{ij})] \quad (2)$$

où gp correspond au gain ou à la perte réalisé à la fin de l'année de gestion, N_{ij} , le montant notionnel identifiant l'exposition de catégorie i et observé au trimestre j , $s_{ij}(s_{i0})$, le taux comptant associé à l'exposition de catégorie i au trimestre j (au début de l'année), et $f_{ij}(f_{ij,j})$, le taux à terme observé au début de la période de gestion (à j) portant sur l'actif i et venant à échéance au trimestre j . Soulignons que la corrélation élevée entre les primes de risque d'une même catégorie d'actifs mène à l'imposition d'une couverture unique pour chaque catégorie de risque donc $\delta_{ij} = \delta_i, \forall j$.

Plusieurs modifications peuvent être apportées à l'équation (2). Premièrement, en l'absence d'arbitrage, le taux à terme converge invariablement vers la valeur au comptant sous-jacente, si bien que $f_{ij,j} = s_{ij}$. Deuxièmement, de nombreuses entreprises fondent leur planification financière multi-annuelle sur les taux à terme observés au début de la période de planification et en font des points de référence financiers à partir desquels la bonification des gestionnaires s'appuie selon la performance relative⁷. De ce fait, f_{ij} plutôt que s_{i0} devient la variable financière de référence dans l'équation (2) aux fins de gestion des risques. Finalement, puisque les paiements sur la dette flottante américaine sont exprimés en dollars américains, une conversion en dollars canadiens s'impose, ce qui amène l'introduction de deux variables supplémentaires, soit CS_{ij} et CF_{ij} , qui représentent respectivement la valeur de la devise américaine sur le marché comptant et à terme appliquée au notionnel N_{ij} lorsque celui-ci correspond à l'exposition au LIBOR 3-mois dénominé en dollars américains. Ainsi

$$(CS_{ij}, CF_{ij}) = \begin{cases} (s_{3j}, f_{3j}) & \text{si } i = 2 \text{ (exposition LIBOR 3-mois)} \\ 1 & \text{autrement} \end{cases}$$

où s_{3j} et f_{3j} dénotent la valeur au comptant et à terme de la devise américaine au trimestre j . Ces modifications mènent à l'équation suivante

$$gp = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} \left[\underbrace{(s_{ij}CS_{ij} - f_{ij}CF_{ij})}_{gp(nc)} - \delta_i \underbrace{(s_{ij}CS_{ij} - f_{ij}CF_{ij})}_{gp(cl)} \right] \quad (3)$$

ainsi

$$gp = gp(nc) + gp(cl) \quad (4)$$

où $gp(nc)(gp(cl))$ correspond aux gains ou pertes découlant de la non-couverture (couverture linéaire). Lorsque $\delta_i = 1, i = 1, 2, 3$, le gestionnaire couvre entièrement et de façon linéaire au début de l'année toutes les expositions, si bien que $gp = 0$. Dans ce cas, l'ampleur des charges financières dépend entièrement des structures à terme observées en début d'année, éliminant tout gain ou perte réalisé découlant d'un taux comptant différent de la valeur à terme. Dès que $\delta_i < 1$ pour au moins une des catégories d'exposition, le gestionnaire ne couvre que partiellement les expositions en question et, en conséquence, encaisse un gain ou une perte au trimestre j selon le comportement du taux comptant réalisé $s_{ij}CS_{ij}$ comparativement à la valeur à terme $f_{ij}CF_{ij}$.

Même si le gestionnaire peut moduler le niveau global de risque par le biais des paramètres δ_i , la couverture linéaire assurée par les contrats à terme laisse le gestionnaire exposé à l'occurrence d'événements financiers extrêmes pouvant sévèrement affecter la santé financière de la firme. La non-linéarité de la structure de profit inhérente aux options permet de neutraliser cette difficulté, puisque l'achat de l'option assure le gestionnaire d'un niveau plancher de pertes. Pour s'immuniser contre les mouvements défavorables importants des variables financières ciblées tout en profitant de leurs mouvements favorables, la firme peut acheter un portefeuille d'options. Mais pour profiter de l'effet de corrélations imparfaites entre les variables financières, l'entreprise pourrait se doter d'une OPA ayant la valeur à échéance suivante

$$OPA = \left[X - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} s_{ij} CS_{ij} (1 - \delta_i) \right]^+ \quad (5)$$

où OPA et X indiquent respectivement la profitabilité finale de l'OPA, soit à la fin du quatrième trimestre et la valeur d'exercice de l'option alors que $[\cdot]^+$ indique la partie positive de $[\cdot]$. L'équation (5) correspond à la profitabilité d'une option usuellement associée à une position de vente sur le sous-jacent bien qu'ici, il s'agit plutôt pour l'entreprise de profiter d'un plancher (X) sur les sorties de fonds (puisque $N_{ij} < 0, \forall i, j$) associées aux différents risques. Mentionnons également que $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} s_{ij} CS_{ij} (1 - \delta_i)$ correspond à la valeur termi-

nale du sous-jacent de l'option à l'échéance, si bien que l'équation (5) représente la profitabilité finale de l'option selon la réalisation de la partie découverte des expositions. La structure de profitabilité de cette option souligne bien la nature de portefeuille (panier) et asiatique (moyenne arithmétique) de l'option. D'une part, le sous-jacent de l'option comprend les trois catégories d'actifs à risque et, d'autre part, la valeur finale est obtenue par la somme des expositions à risque observées à chaque trimestre.

Il est aisé de fixer la valeur de X selon l'intuition proposée par l'équation (3). Si

$$X = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} f_{ij} CF_{ij} (1 - \delta_i) \quad (6)$$

l'équation (5) devient

$$OPA = \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} (f_{ij} CF_{ij} - s_{ij} CS_{ij}) (1 - \delta_i) \right]^+ \quad (7)$$

Sous condition que $0 \leq \delta_i \leq 1$, l'option termine en-jeu lorsque $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} s_{ij} CS_{ij} < \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} f_{ij} CF_{ij}$ ce qui survient lorsque l'exposition mesurée dans son ensemble sur le marché au comptant est supérieure au coût de la fixer sur les marchés à terme en début d'année (rappelons que $N_{ij} < 0, \forall i, j$). Ainsi, l'OPA garantit une protection non linéaire à l'entreprise sur la partie résiduelle de son exposition. Le gestionnaire module ce phénomène par le biais du niveau d'hors-jeu de l'option

$$X(\alpha) = \alpha \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} f_{ij} CF_{ij} (1 - \delta_i) \right] \quad (8)$$

où $\alpha \geq 1$ représente le ratio⁸ d'hors-jeu par rapport à la valeur à terme du panier asiatique. Donc

$$gp(cnl) = \left[X(\alpha) - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} s_{ij} CS_{ij} (1 - \delta_{ij}) \right]^+ - op_0 \quad (9)$$

où op_0 représente la prime de l'OPA au début du premier trimestre ($j = 0$) de l'année. L'intégration de l'OPA à l'équation (4) implique, d'une part, qu'à chacune des expositions sous gestion est affecté un contrat à terme et/ou l'OPA et, d'autre part, que le gestionnaire applique une politique de gestion des risques en cherchant à maximiser les gains annuels provenant de

$$\text{Max}_{\theta} E(gp) = E[gp(nc) + gp(cl) + gp(cnl)]. \quad (10)$$

Pour ce faire, le gestionnaire détermine la valeur optimale du vecteur de paramètres $\theta = (\delta_i, i = 1, 2, 3; \alpha)$. Il existe une infinité de solutions à l'équation (10), chacune étant assortie d'un niveau de risque différent. Or, cette problématique mérite réflexion, car l'équation (10) combine à la fois des instruments linéaires dont la structure de profitabilité peut fort bien s'accommoder d'une mesure de variance ou de semi-variance pour capter le risque, et un instrument non linéaire assorti d'une fonction de densité bornée à droite. L'utilisation d'un paramètre de variance ou de semi-variance perd tout son sens dans ce cas. Par ailleurs, le gestionnaire qui implante une politique de gestion des risques conformément à l'équation (10) peut subir une perte plafonnée à la combinaison du coût d'achat de l'option et son niveau d'hors-jeu. Le fait que le niveau d'hors-jeu affecte non linéairement le coût d'achat de l'option laisse entrevoir l'identification d'un niveau d'hors-jeu optimal qui minimise la perte totale. Dans le même esprit, on peut penser que le niveau de pertes totales relatif à la gestion des risques et tolérées par l'entreprise dépend de son aversion pour le risque et de la profitabilité conjoncturelle de ses autres activités, ce qui en fait une variable exogène au problème. Dans cette structure de gestion, le gestionnaire tente donc de déterminer la valeur optimale de θ dans l'équation (10), à laquelle s'ajoute une contrainte de limite de pertes donnant le problème d'optimisation suivant

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{\theta} E(gp) \\ & \text{s.c.} \end{aligned} \quad (11)$$

$$L \geq op_0 + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 (1 - \delta_i) \ln_{ij} | f_{ij} CF_{ij}$$

où $L > 0$ indique la limite de pertes tolérée par l'entreprise. La combinaison des équations précédentes forme donc un problème d'optimisation dans un espace espérance de gains et limite de risque. En solutionnant de façon récurrente le problème (11) pour différentes valeurs de L , on peut dégager une frontière efficiente illustrant les meilleurs portefeuilles de gestion de risque.

La démarche précédente nécessite, entre autres, l'achat de l'OPA. Toutefois, la réalisation de cette transaction dépend d'un certain nombre d'éléments tels le niveau des volatilités et corrélations implicites, la capacité de la contrepartie à protéger sa position de vendeur sur l'OPA contre les fluctuations défavorables du marché, la profondeur du marché pour ce type d'option exotique conjointement avec la taille du contrat, etc. La défaillance d'un seul de ces éléments

suffit à faire rater la transaction. Une approche alternative consiste alors à approximer la structure de profitabilité générée par l'OPA par celle d'un ensemble d'options européennes sur contrat à terme sur taux d'intérêt et de change. Cette méthode comporte un certain avantage en dépit de son coût plus élevé, en présence de corrélations imparfaites, puisque ce sont des options simples largement diffusées sur les marchés qui assurent la couverture non linéaire. Par contre, l'achat des options et la profitabilité qui en découlent sont exprimés en devise locale, ce qui ne permet pas d'éliminer le risque de devise via les expositions reliées au LIBOR 3-mois. L'achat d'une option sur devise dont le notionnel correspond à la dépense maximum (le prix d'exercice) reliée à l'exposition LIBOR 3-mois, assorti de son option, permet d'éliminer ce risque de change. En présence de mouvements extrêmes défavorables des variables financières, la perte maximale potentielle se chiffre à la somme des coûts des options individuelles ainsi que leur niveau de hors-jeu respectif. Donc

$$gp'(cnl) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 \left[N_{ij} (X_i(\alpha_i) - s_j) \right]^+ CS_{ij} (1 - \delta_i) - op_{ij} CS_{i0} \quad (12)$$

$$+ \left[N_{ij} X_i(\alpha_i) (CS_{ij} - CF_{ij}) \right]^+ (1 - \delta_i) - opc_{ij}$$

op_{ij} correspond au prix d'une option portant sur le sous-jacent i et d'échéance j exprimé en devise locale alors que opc_{ij} indique le prix d'une option en devise canadienne pour la couverture non linéaire de change reliée à l'exposition LIBOR (pour $i = 1$ et 3 , $opc_{ij} = 0$). Le premier terme de l'équation (12) correspond aux gains ou pertes de la couverture non linéaire des expositions dans leur devise d'origine alors que le second terme, à la couverture non linéaire du risque de change associée à l'exposition LIBOR. Pour le LIBOR 3-mois, il faut noter que le risque de taux d'intérêt et le risque de devise qui s'y rattache sont individuellement couverts non linéairement. Advenant un mouvement défavorable de ces facteurs de risque, la dépense d'intérêt américaine exprimée en dollars canadiens serait alors plafonnée. Cette modélisation permet également de comparer la couverture non linéaire pour l'OPA à celle par options individuelles, car les deux approches procurent la même protection en cas de fluctuations défavorables des facteurs de risque. Dans ce cas, le problème d'optimisation du gestionnaire s'écrit

$$\text{Max}_{\theta} E(gp') = E[gp(nc) + gp(cl) + gp'(cnl)]$$

s.c. (13)

$$L \geq \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 op_{ij} CS_{i0} + (\alpha_i - 1)(1 - \delta_i) | N_{ij} | f_{ij} CF_{ij} + opc_{ij}$$

où $X_i(\alpha_i) = \alpha_i f$ et $\theta' = (\delta_i, \alpha_i, i = 1, 2, 3)$. Les mêmes raisons qui contraignent δ_i à être identique pour les expositions d'une même catégorie s'appliquent aux différents niveaux d'hors-jeu $X_i(\alpha_i)$ des options.

■ DONNÉES ET MÉTHODOLOGIE

□ Données

L'implantation des problèmes d'optimisation traités dans la section précédente nécessite une gamme de données de marché qu'on pourrait regrouper en deux catégories, soit les données historiques et les données dites "courantes". Le premier groupe de données sert de support à la simulation historique présentée dans la prochaine section, alors que le second supporte le calcul de la prime de l'OPA, le coût des options européennes simples et l'observation des courbes à terme au début de l'année de gestion. Le tableau 1 présente l'ensemble des données du second groupe.

En ce qui concerne les données historiques, l'échantillon s'étend sur la période de juin 1982 à janvier 2000 et comporte une fréquence mensuelle. L'ensemble de ces données proviennent de Bloomberg. D'abord, les taux comptants d'acceptations bancaires (Canada) et LIBOR (EU) sont observés pour des échéances de 1, 3, 6 et 12 mois sur leur marché monétaire respectif, les taux à terme d'échéance 3 mois portant sur l'AB 3-mois et le LIBOR 3-mois sont extraits directement des taux comptants. L'obtention des taux à terme de 6, 9 et 12 requiert les étapes suivantes (conformément à la pratique de marché). Premièrement, à partir du taux swap échéance 2 ans et des taux comptants 6 et 12 mois (à l'aide desquels le taux swap 1 an est calculé), le taux swap échéance 1,5 an est dérivé par interpolation linéaire. Deuxièmement, on obtient les taux comptants d'échéance 1,5 et 2 ans par le biais de la méthode traditionnelle de "bootstrap". Troisièmement, en effectuant une interpolation polynômiale cubique sur les facteurs d'actualisation, on obtient les taux comptants d'échéances 9 et 15 mois. Finalement, les taux à terme d'échéances 6, 9 et 12 mois sont dérivés à partir des taux comptants. Les taux à terme sur la devise américaine sont extraits des structures à terme des taux comptants canadienne et américaine par le biais de la parité des taux d'intérêt.

Nous avons choisi de prélever les données "courantes" en date du 14 janvier 2000 sur la plateforme Bloomberg. Ce groupe com-

TABLEAU I

Les éléments requis à l'optimisation des problèmes (18) et (21) sont présentés dans ce tableau. Les notionnels d'exposition sont négatifs puisqu'il s'agit de sorties de fonds. Les taux à terme 3 mois pour différentes échéances (3, 6, 9 et 12 mois) sont déduits des taux comptants 1, 3, 6 et 12 mois observés le 14 janvier 2000. Les volatilités implicites correspondent aux options dont les dates d'échéance sont les mois de mars, juin, septembre et décembre et portent respectivement sur les contrats à terme boursiers sur les BAX pour l'AB 3-mois, les Eurodollars pour le LIBOR 3-mois et sur la devise américaine exprimée en CAD/USD. La matrice de corrélations est estimée historiquement (du 1 janvier 1999 au 14 janvier 2000) à partir des variations quotidiennes des taux à terme pour les différentes activités.

	Comptant	3 mois	6 mois	9 mois	12 mois
Acceptations					
Bancaires 3-mois					
Notionnels (en millions)	—	-300	-300	-300	-300
Volatilités implicites	—	14.3 %	18.3 %	19.4 %	20.9 %
Courbe à terme	5.2 %	5.6 %	6.0 %	6.3 %	6.5 %
Taux LIBOR 3-mois					
Notionnels (en millions)	—	-400	-400	-400	-400
Volatilités implicites	—	7.0 %	10.2 %	12.5 %	14.3 %
Courbe à terme	6.0 %	6.3 %	6.6 %	6.9 %	7.0 %
Devise Américaine					
Notionnels (en millions)	—	-5	-5	-5	-5
Volatilités implicites	—	6.2 %	5.9 %	5.9 %	5.9 %
Courbe à terme	1.450	1.447	1.444	1.441	1.439

	AB 3-mois	LIBOR 3-mois	CAD/USD
Matrice de corrélations utilisée dans l'évaluation de l'OPA			
AB 3-mois	1		
LIBOR 3-mois	0.657	1	
CAD/USD	0.164	0.003	1

prend, d'une part, les structures à terme des taux sur AB 3-mois, sur LIBOR et sur la devise américaine et, d'autre part, les intrants requis à l'estimation du coût de l'OPA et des options individuelles. La nature multivariée de l'OPA fait en sorte que la volatilité de ce type d'option dépend de la matrice des variances-covariances entre les activités formant le panier. Plus spécifiquement, conformément à la pratique de marché qui consiste à évaluer des options exotiques à partir de volatilités implicites d'options standards, la valeur de l'OPA dépend de la matrice des variances-covariances implicites. Sur la diagonale de cette matrice, figurent trois volatilités implicites respectivement associées à des options sur BAX, sur Eurodollar et sur la devise américaine pour les échéances allant de un à quatre trimestres. L'obtention des corrélations implicites s'avère beaucoup plus difficile en l'absence d'instruments d'optionnalité multivariés négociés avec suffisamment de profondeur sur les marchés organisés ou au comptoir. Pour contourner cette difficulté, ces paramètres sont approximés par des estimateurs historiques.

□ Méthodologie

L'élément central de l'application empirique des problèmes (11) et (13) s'avère l'estimation récurrente des vecteurs de paramètres optimaux θ et θ' pour différentes valeurs de L menant à la production d'une frontière efficiente. Or, la nature des équations à solutionner laisse entrevoir la difficulté d'obtenir des solutions analytiques. Il faut plutôt envisager des solutions numériques obtenues à partir d'une simulation qui génère des vecteurs de gains et pertes de type dp_t , $t = 1, \dots, T$ où T indique le nombre de scénarios considérés.

Parmi les approches de simulation disponibles, nous avons opté pour une approche de simulation historique des primes de risque. La décision de centrer la simulation sur les primes de risque historiques semble tout à fait naturelle à la lumière de la structure des équations de la section 2. La simulation historique constitue un bon choix, puisqu'elle n'exige aucune paramétrisation préalable des processus des variables financières sous-jacentes et respecte l'intégralité de la fonction de densité multivariée des primes de risque. Cela évite, entre autres, le délicat problème d'estimation des tendances et de la matrice des variances-covariances régissant le comportement dynamique conjoint des primes de risque desquelles l'ensemble des portefeuilles de gestion de risque est tributaire.

À partir de l'échantillon introduit à la section précédente, il faut donc construire, pour la même période, un échantillon à fréquence mensuelle portant sur les primes de risque telles que

$$p_{t,ij} = \frac{s_{i,t+3j} - f_{i,t+3j}}{f_{i,t+3j}} \quad (14)$$

où $p_{i,ij}$ représente la prime de risque, exprimée en pourcentage, observée au mois t , $t = 1, \dots, T$ pour l'actif de catégorie i dont le taux comptant s'est réalisé au mois $t+3j$. Le maillage entre les structures à terme dites "courantes" (i.e. en date du 14 janvier 2000) et les primes de risque historiques observées mensuellement suppose que

$$s_{i,t+3j}^* = f_{i,t+3j} \cdot (1 + p_{i,ij}) \quad (15)$$

où $s_{i,t+3j}^*$ dénote la valeur au comptant de la variable financière i simulée au mois $t+3j$ avec les primes de risque historiques exprimées en pourcentage et τ indique la date courante, soit le 14 janvier 2000. Ainsi

$$gp_t = gp_t(nc) + gp_t(cl) + gp_t(cnl) \quad (16)$$

où

$$gp_t(nc) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} (s_{i,t+3j}^* CS_{i,t+3j}^* - f_{i,t+3j} CF_{i,t+3j})$$

$$gp_t(cl) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 -\delta_i N_{ij} (s_{i,t+3j}^* CS_{i,t+3j}^* - f_{i,t+3j} CF_{i,t+3j}) \quad (17)$$

$$gp_t(cnl) = \left[X(\alpha) - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} s_{i,t+3j}^* CS_{i,t+3j}^* (1 - \delta_i) \right]^+ - op_\tau$$

d'où le problème d'optimisation suivant

$$\text{Max}_\theta \overline{gp} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T gp_t$$

s.c.

$$L \geq op_\tau + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 (\alpha_i - 1)(1 - \delta_i) | N_{ij} | f_{i,t+3j} CF_{i,t+3j}$$

où op_τ et $f_{i,t+3}$ correspondent respectivement au prix de l'OPA, échéance 1 an, calculé à la date $\tau = 14$ janvier 2000 et au taux à terme pour la variable financière i et venant à échéance à $\tau + 3j$. En ce qui concerne le problème défini par (13), la simulation historique implique que

$$gp'_t = gp_t(nc) + gp_t(cl) + gp'_t(cnl) \quad (19)$$

où

$$gp'_i(cnl) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 \left[N_{ij} (X_i(\alpha_i) - s_{i,t+3j}^*) \right]^+ CS_{i,t+3j}^* (1 - \delta_i) - op_{ij} CS_{i\tau} \\ + \left[N_{ij} X_i(\alpha_i) (CS_{i,t+3j}^* - CF_{i,t+3j}) \right]^+ (1 - \delta_i) - opc_{ij} \quad (20)$$

et

$$\text{Max}_0 \quad \overline{gp} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T gp'_i \\ \text{s.c.} \quad (21) \\ L \geq \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 op_{i,\tau+3j} + (\alpha_i - 1)(1 - \delta_i) \\ |N_{ij}| f_{i,\tau+3j} CF_{i,\tau+3j} + opc_{i,\tau+3j}$$

La valeur de l'OPA au début de l'année courante, soit op_{τ} , s'articule sur les intrants nécessaires et sur une formule d'évaluation appropriée. Selon l'équation (5), on présume, au début de l'année de gestion, soit $\tau = 14$ janvier 2000, que l'OPA possède un niveau d'hors-jeu proportionnel à $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 N_{ij} f_{i,\tau+3j} CF_{i,\tau+3j} (1 - \delta_i)$. Comme nous l'avons mentionné dans la sous-section précédente, les corrélations implicites requises pour la matrice des variances-covariances sont estimées par des estimateurs historiques fondés sur les données à terme. Plus spécifiquement, pour chaque paire de catégories d'actifs, l'estimateur historique consiste en la corrélation entre les rendements journaliers des taux à terme correspondants (voir tableau 1).

Le modèle de Black (1976), qui évalue des options européennes sur contrat à terme, combiné à l'ajustement de Vorst (1990) permet d'évaluer cette option de façon approximative mais satisfaisante. En effet, Vorst (1990) propose d'évaluer une option portant sur une moyenne arithmétique comme une option portant sur une moyenne géométrique avec un ajustement du niveau d'exercice de l'option. Cet ajustement se fait en ajoutant au niveau d'exercice initial la différence entre les espérances risque-neutres des moyennes géométrique et arithmétique. La considération du sous-jacent à l'OPA, s'apparentant à une moyenne arithmétique de taux comptants, justifie cet ajustement.

La tâche d'évaluation des options individuelles, $op_{i,\tau+3j}$, est encore plus aisée, car elles portent toutes sur des contrats à terme conformément aux exigences du modèle de Black (1976). Ainsi, les volatilités implicites et les taux à terme $f_{i,\tau+3j}$ observés le 14 janvier 2000, servent d'intrants au modèle de Black (1976) pour calculer les prix de chacune des options individuelles.

■ ANALYSE EMPIRIQUE

Le tableau 2 présente les statistiques descriptives relatives aux primes de risque ($s_{i,t+3j} - f_{i,t+3j}$) pour $i = 1, \dots, 3$, $j = 1, \dots, 4$ et $CS_{ij} = CF_{ij} = 1$, à partir de l'historique étudié. Puisque les montants notionnels d'exposition correspondent tous à des sorties de fonds, $N_{ij} < 0$, $\forall i, j$ les statistiques sont calculées sur les termes $-1 \cdot (s_{i,t+3j} - f_{i,t+3j})$. Les résultats montrent clairement que le gestionnaire, *en moyenne*, n'a pas avantage à couvrir en début d'année les expositions relatives au AB 3-mois par le biais de contrats à terme. En effet, on constate que les taux à terme prédisent de façon biaisée à la hausse le taux à terme AB 3-mois subséquentment réalisé. Ce biais oscille entre une moyenne de 56 points de base pour le taux contrat 3 mois et de 119 points de base pour le taux à 12 mois. Sur la foi de ces chiffres, un gestionnaire indifférent au risque ne couvrirait aucune des expositions reliées au AB 3-mois, laissant plutôt le taux comptant déterminer l'ampleur des sorties de fonds. Par contre, comme en témoigne les statistiques d'écart type, les primes varient de façon significative affichant des valeurs minimums allant de -353 points de base (3 mois) à -385 points de base (12 mois). De plus, le comportement dynamique des primes de risque se caractérise par une relation gains-risque puisqu'une prime sous-jacente à un taux à terme de plus longue échéance affiche une valeur moyenne plus élevée assortie, toutefois, d'un écart type plus élevé. Il est intéressant de constater que les différents coefficients d'aplatissement indiquent que les primes historiques sont issues de fonctions de densité ayant des extrémités épaisses pour les échéances inférieures à 12 mois et presque normales pour l'échéance de 12 mois.

Les statistiques descriptives appliquées aux primes de risque historiques portant sur le LIBOR 3-mois amènent des conclusions très similaires, bien que l'ampleur des primes moyennes s'avère moindre que dans le cas canadien. Selon les propos d'Ilmanen (1996), entre autres, ces écarts révèlent possiblement une plus grande aversion au risque des agents actifs sur le marché canadien comparativement au marché américain. Finalement, les écarts entre les taux à terme et le taux comptant subséquentment réalisés sont considérablement plus petits dans le cas de la devise américaine. À titre d'exemple, la prime moyenne à 12 mois se chiffre à 0,0025 \$ alors que celle à 3 mois est négative à -0,0004 \$. Le graphique 1 traduit l'ensemble de ces observations pour la moyenne des primes de risque pour chaque catégorie d'expositions.

Tout en bas du tableau 2, se trouve la matrice de corrélation interactivités des variations relatives des taux comptants simulés

TABLEAU 2

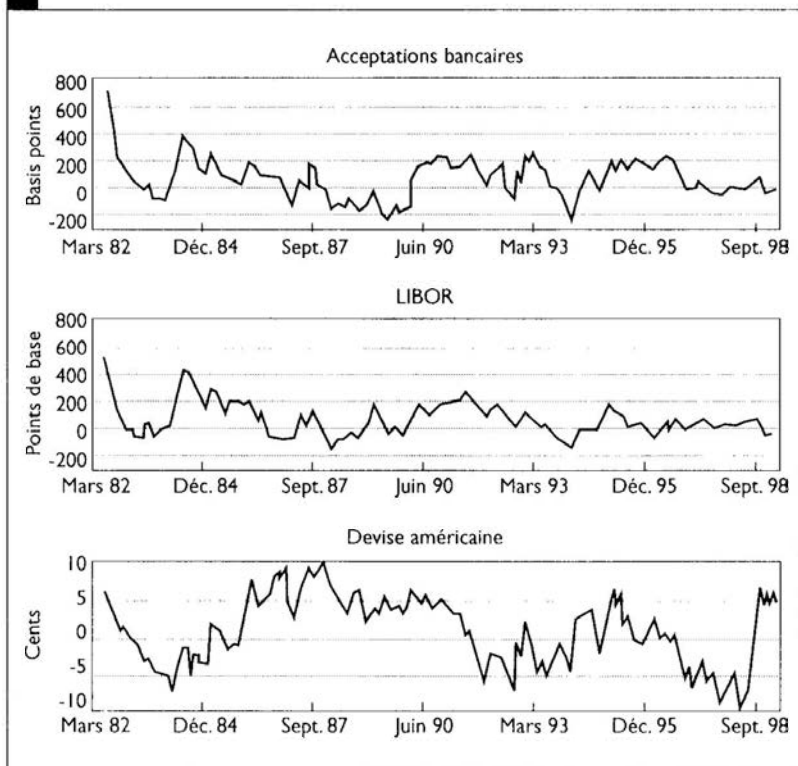
Statistiques descriptives de l'échantillon historique des primes de risques ($f_j - s_j$) pour différents horizons. L'échantillon est composé de données mensuelles couvrant la période allant du 30 juin 1982 au 31 décembre 1999 (211 observations). La moyenne des primes de risque de la simulation (14) ainsi que la volatilité annualisée des rendements des taux comptants simulés sont présentées aux deux dernières lignes. La dernière partie du tableau présente la corrélation moyenne entre les variations relatives des taux comptants simulés des différentes activités (moyenne des corrélations entre les variations relatives simulées dans 3, 6, 9 et 12 mois). Le coefficient d'aplatissement est en excès de celui de la densité normale.

	3 mois	6 mois	9 mois	12 mois
Acceptations Bancaires 3-mois				
Moyenne	0.56 %	0.87 %	1.07 %	1.19 %
Écart type	1.33 %	1.63 %	1.77 %	2.03 %
Coeff. asymétrie	0.79	0.79	0.43	0.11
Coeff. aplatissement	3.03	2.54	0.97	0.21
Minimum	-3.53 %	-2.47 %	-2.92 %	-3.85 %
Maximum	6.02 %	8.18 %	8.30 %	8.19 %
Moyenne (simulation)	0.30 %	0.56 %	0.74 %	0.82 %
Volatilité (simulation)	31.43 %	27.56 %	25.05 %	25.49 %
Taux LIBOR 3-mois				
Moyenne	0.24 %	0.36 %	0.63 %	1.12 %
Écart type	0.87 %	1.24 %	1.46 %	1.70 %
Coeff. asymétrie	1.73	1.28	0.71	0.52
Coeff. aplatissement	5.35	3.33	0.75	-0.05
Minimum	-1.33 %	-2.22 %	-2.34 %	-2.47 %
Maximum	4.54 %	5.83 %	5.36 %	6.02 %
Moyenne (simulation)	0.17 %	0.24 %	0.46 %	0.85 %
Volatilité (simulation)	20.68 %	22.14 %	22.82 %	23.69 %
Devise Américaine				
Moyenne	-0.0004	0.0004	0.0014	0.0025
Écart type	0.0308	0.0451	0.0568	0.0720
Coeff. asymétrie	-0.42	-0.24	-0.09	-0.17
Coeff. aplatissement	0.63	-0.16	-0.71	-0.65
Minimum	-0.113	-0.148	-0.156	-0.199
Maximum	0.083	0.101	0.122	0.149
Moyenne (simulation)	-0.0003	0.0004	0.0013	0.0019
Volatilité (simulation)	4.63 %	4.80 %	4.95 %	5.45 %
	AB 3-mois	LIBOR 3-mois	CAD/USD	
Matrice de corrélations de la simulation				
AB 3-mois	1			
LIBOR 3-mois	0.291	1		
CAD/USD	0.501	0.096	1	

d'après (15). Chaque entrée de la matrice correspond à la moyenne de quatre coefficients de corrélation, chacun calculé à partir des séries simulées des taux comptant ayant les mêmes échéances mais appartenant à des catégories d'exposition différentes. L'absence de corrélation parfaite supporte l'idée d'une gestion intégrée des risques. À l'image de la gestion de portefeuille traditionnelle (Markowitz (1959)), ces corrélations imparfaites devraient faire profiter le gestionnaire d'un effet de diversification entre les expositions appartenant à différentes activités.

Le tableau 2 présente également des informations découlant de la simulation historique (15), soit les moyennes respectives des primes de risque simulées et leur variabilité (écart type des rendements). Les propos de la section précédente soulignent l'importance de premier plan des primes de risque anticipées dans la résolution des

FIGURE 1
ÉVOLUTION HISTORIQUE DES PRIMES MOYENNES
DE RISQUE PAR ACTIVITÉS



problèmes (18) et (21). Selon les structures à terme observées en date du 14 janvier 2000, les primes de risque simulées semblent légèrement inférieures aux moyennes des niveaux historiques, tout en étant de même signe. Par ailleurs, les volatilités découlant de la simulation sont supérieures à leur contrepartie implicite (tableau 1) pour l'AB et le LIBOR, et inférieures, dans le cas de la devise américaine.

Les résultats de la simulation historique appliquée au problème (18) figurent dans la première partie du tableau 3. On y retrouve les différents paramètres obtenus en vertu d'une gamme de limites de risque fixées séquentiellement entre 0,25 et 6 millions \$. La seconde colonne montre les gains moyens, gp pour chaque limite de risque. On y constate clairement un compromis entre les gains moyens simulés historiquement et le niveau de limite de risque. Le tableau 3 présente également, pour chaque limite, la valeur optimale des paramètres de couvertures δ_i , $i = 1, 2, 3$ et du niveau unique d'hors-jeu de l'OPA, soit α . La colonne "hors-jeu" exprime le niveau d'hors-jeu en millions de dollars. Ainsi, pour une limite de risque de 2 millions \$, à titre d'exemple, le gestionnaire peut espérer réaliser des économies de l'ordre de 3,32 millions à la fin de l'année grâce à une couverture partielle via des contrats à terme et en se dotant d'une OPA appliquée aux parties d'expositions découvertes. Pour ce faire, le gestionnaire applique une couverture via contrat à terme sur les expositions relatives à l'AB-3 mois, $\delta_1 = 20\%$ et aucune pour les activités sous-jacentes au LIBOR 3-mois, $\delta_2 = 0\%$. De plus, $\delta_3 = 100\%$ conformément aux conclusions du tableau 2 à l'effet que la devise américaine affiche des primes de risque peu attrayantes. Rappelons que les portions non couvertes par les contrats à terme (80 % pour l'AB, 100 % pour le LIBOR 3-mois et 0 % pour la devise américaine) constituent le sous-jacent à l'OPA. Selon cette composition, $\alpha = 1$, soit l'achat d'une OPA à parité.

Le comportement de ces paramètres se modifie selon la limite de risque allouée au gestionnaire. D'une part, une limite minimum de 0,25 million \$ implique $\delta_1 = 91\%$, $\delta_2 = 87\%$ et $\delta_3 = 100\%$ et une OPA fixée à parité ($\alpha_1 = 1$) et, d'autre part, une limite maximum de 6 millions \$ implique une OPA fixée à 109 % d'hors-jeu (5,50 millions \$) avec l'ensemble des expositions AB 3-mois et sur LIBOR comme sous-jacent, soit $\delta_1 = \delta_2 = 0\%$ alors que $\delta_3 = 100\%$.

Ce phénomène s'explique par l'interaction du niveau d'hors-jeu de l'OPA et de l'ampleur du sous-jacent à l'option. Pour des limites allant de 0,25 à 2,5 millions \$, le niveau optimal d'hors-jeu reste le même, soit $\alpha = 1$ alors que l'ampleur du sous-jacent à l'OPA augmente, puisque le niveau de couverture linéaire des expositions sur

TABLEAU 3

Les gains annuels moyens résultant de l'optimisation des problèmes (18) sous-jacent à l'OPA et (21) sous-jacent à des options individuelles pour différentes limites de risque sont présentés dans ce tableau. L indique le niveau de limite de risque, \overline{gp} les gains et pertes moyens exprimés en millions de dollars pour la simulation historique. $gp(cl)$ et $gp(cnl)$ représentent respectivement les gains et pertes moyens découlant de la couverture linéaire et non-linéaire. "Prime" et "Hors-jeu" indiquent respectivement la prime de l'OPA et son degré d'hors-jeu exprimés en millions de dollars et la somme des primes des options individuelles et la somme des hors-jeu individuels dans le cas des options individuelles. Les paramètres optimaux α et δ représentent respectivement le degré d'hors-jeu de l'OPA et des options individuelles et le pourcentage de couverture linéaire. Le α unique de l'OPA se trouve à la colonne des acceptations bancaires. Les gains moyens découlant de la non-couverture ($\overline{gp(nc)}$) se chiffrent à 4.38 millions \$.

L	\overline{gp}	$gp(cl)$	$gp(cnl)$	Prime	Hors-jeu	AB 3-mois		LIBOR 3-moi		CAD/USD	
						α	δ	α	δ	α	δ
OPA											
0.25	0.41	-3.88	-0.08	0.25	0.00	1.00	91 %		87 %		100 %
0.50	0.83	-3.39	-0.16	0.50	0.00	1.00	84 %		73 %		100 %
0.75	1.24	-2.89	-0.24	0.75	0.00	1.00	76 %		59 %		100 %
1.00	1.66	-2.40	-0.32	1.00	0.00	1.00	67 %		46 %		100 %
1.25	2.07	-1.91	-0.40	1.25	0.00	1.00	59 %		32 %		100 %
1.50	2.49	-1.42	-0.47	1.50	0.00	1.00	52 %		18 %		100 %
1.75	2.90	-0.95	-0.52	1.75	0.00	1.00	51 %		0 %		100 %
2.00	3.32	-0.37	-0.69	2.00	0.00	1.00	20 %		0 %		100 %
2.25	3.61	-0.02	-0.75	2.08	0.17	1.00	0 %		0 %		100 %
2.50	3.68	-0.02	-0.68	1.88	0.62	1.01	0 %		0 %		100 %
2.75	3.75	-0.02	-0.61	1.69	1.06	1.02	0 %		0 %		100 %
3.00	3.81	-0.02	-0.55	1.53	1.47	1.03	0 %		0 %		100 %
3.50	3.91	-0.02	-0.45	1.26	2.24	1.04	0 %		0 %		100 %

TABLEAU 3 (suite)

L	\overline{gp}	gp(cl)	gp(cnl)	Prime	Hors-jeu	AB 3-mois		LIBOR 3-moi		CAD/USD	
						α	δ	α	δ	α	δ
4.00	3.98	-0.02	-0.38	1.05	2.95	1.05	0 %		0 %		100 %
5.00	4.13	-0.02	-0.23	0.72	4.28	1.07	0 %		0 %		100 %
6.00	4.23	-0.02	-0.12	0.50	5.50	1.10	0 %		0 %		100 %
Options Individuelles											
0.25	0.33	-3.95	-0.10	0.25	0.00	1.00	76 %	0.00	100 %	0.00	100 %
0.50	0.67	-3.52	-0.19	0.50	0.00	1.00	53 %	0.00	100 %	0.00	100 %
0.75	1.00	-3.09	-0.29	0.75	0.00	1.00	29 %	0.00	100 %	0.00	100 %
1.00	1.34	-2.66	-0.38	1.00	0.00	1.00	5 %	0.00	100 %	0.00	100 %
1.25	1.64	-2.33	-0.41	1.25	0.00	1.00	0 %	1.00	91 %	0.00	100 %
1.50	1.93	-2.03	-0.41	1.50	0.00	1.00	0 %	1.00	79 %	0.00	100 %
1.75	2.23	-1.73	-0.42	1.75	0.00	1.00	0 %	1.00	67 %	0.00	100 %
2.00	2.52	-1.43	-0.43	2.00	0.00	1.00	0 %	1.00	55 %	0.00	100 %
2.25	2.82	-1.13	-0.44	2.25	0.00	1.00	0 %	1.00	43 %	0.00	100 %
2.50	3.11	-0.82	-0.44	2.50	0.00	1.00	0 %	1.00	32 %	0.00	100 %
2.75	3.40	-0.52	-0.45	2.75	0.00	1.00	0 %	1.00	20 %	0.00	100 %
3.00	3.70	-0.22	-0.46	3.00	0.00	1.00	0 %	1.00	8 %	0.00	100 %
3.50	3.98	-0.02	-0.38	2.94	0.56	1.03	0 %	1.00	0 %	0.00	100 %
4.00	4.07	-0.02	-0.28	2.63	1.37	1.05	0 %	1.01	0 %	0.00	100 %
5.00	4.20	-0.02	-0.16	2.19	2.81	1.09	0 %	1.03	0 %	0.00	100 %
6.00	4.28	-0.02	-0.08	1.90	4.10	1.14	0 %	1.04	0 %	0.00	100 %

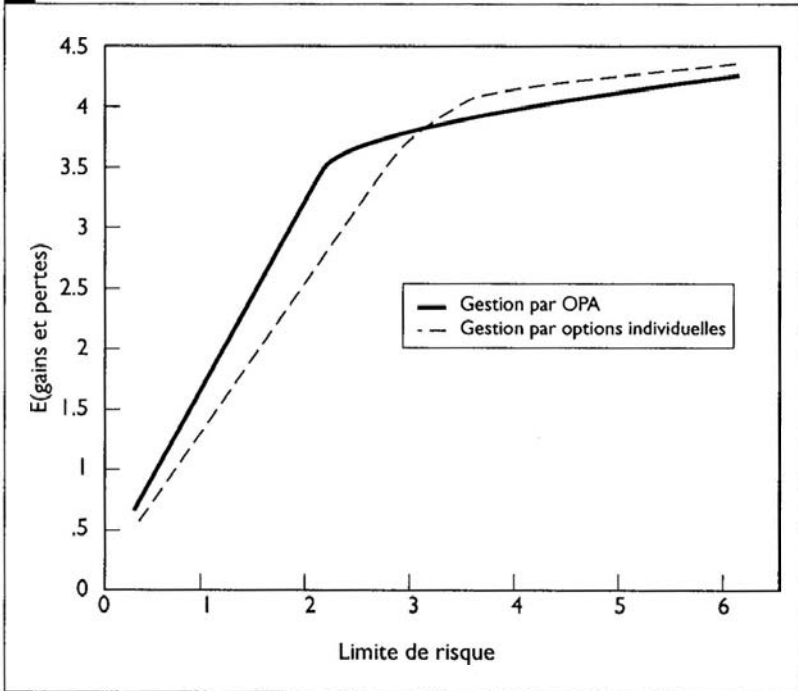
les taux d'intérêt diminue progressivement. Pour $L = 2,5$ millions \$, $\delta_1 = \delta_2 = 0$ %. En l'absence de primes attrayantes sur la devise américaine, le sous-jacent à l'OPA ne peut devenir plus imposant. Dans ce contexte, une allocation de risque supérieure à 2,5 millions \$ se reflète invariablement dans le niveau d'hors-jeu de l'OPA, lequel augmente progressivement le coût d'acquisition de l'OPA. À titre informatif, les colonnes $gp(cl)$ et $gp(cnl)$ présentent respectivement les pertes relatives aux positions sur contrats à terme (couverture linéaire) et sur options (couverture non linéaire).

La seconde partie du tableau 3 montre les résultats du problème d'optimisation (21). Celui-ci diffère du problème précédent, puisque la couverture non linéaire résulte d'un portefeuille d'options européennes appliquées sur chaque exposition. Comme prévu, pour une même limite de risque, l'OPA coûte toujours moins chère qu'un portefeuille d'options individuelles. Ceci se traduit par une exposition plus modeste ou un degré d'hors-jeu moindre pour les options individuelles, car les deux styles de gestion sont contraints de la même façon, à savoir que la somme des primes d'options et des niveaux d'hors-jeu sont inférieurs ou égaux à la limite de risque. Le processus de découverte des activités, quant à lui, est séquentiel, contrairement à la simultanéité observée sous l'OPA. Ce phénomène s'explique par la nature des optionnalités impliquées. En effet, pour couvrir individuellement l'activité LIBOR non linéairement, deux options sont utilisées. La première vise à couvrir les expositions relatives au LIBOR exprimées en devise américaine. La seconde option couvre le risque de change. Cette double assurance individuelle (composantes taux d'intérêt et change) et temporelle (pour chaque échéance) coûte cher pour l'activité LIBOR. Puisque la devise américaine propose une prime de risque peu attrayante et un coût d'assurance élevé, la découverte linéaire s'effectue d'abord sur l'AB, étant donné sa rentabilité, comparativement au LIBOR dont la rentabilité est plus marginale. En ce qui concerne l'OPA, l'effet de corrélation imparfaite (surtout interactivité), plutôt qu'une différence de primes de risque entre l'AB et le LIBOR, réduit le coût d'assurance, ce qui explique la découverte simultanée. L'absence de primes de risque attrayantes pour la devise américaine ainsi que le niveau élevé de volatilité implicite sur les options pertinentes font en sorte que cette activité demeure invariablement couverte pour les deux types de gestion par optionnalité.

Le graphique 2 résume l'ensemble des propos précédents en présentant les frontières efficientes pour les deux problèmes d'optimisation. Une évaluation comparative des deux stratégies de gestion indique qu'une couverture non linéaire via un portefeuille d'options

européennes semble plus intéressante à partir d'une enveloppe de risque de l'ordre de 3,5 millions \$. Le tableau 3 montre bien que la stratégie articulée sur le portefeuille d'options européennes entraîne un coût d'achat plus élevé; par contre, il semble bien que l'optionnalité supplémentaire inhérente au portefeuille d'options résulte en des gains moyens supérieurs.

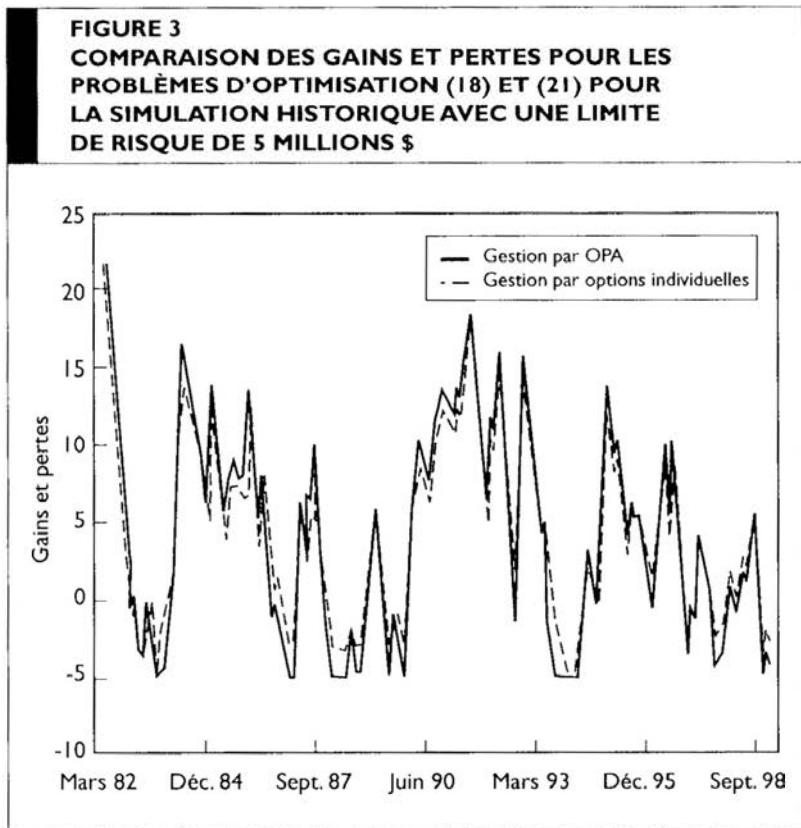
FIGURE 2
FRONTIÈRES EFFICIENTES POUR LES PROBLÈMES
D'OPTIMISATION (18) ET (21)



Pour mieux comprendre les mécanismes mises en jeu, examinons le graphique 3. Il illustre le comportement dynamique de gp_t et gp'_t dans le cadre de la simulation historique. Les gains et pertes fluctuent passablement d'une période à l'autre, bien que la fréquence de réalisation de gains supplante significativement celle de pertes. Cela est tout à fait en concordance avec la relation espérance de gains versus risque qui sous-tend l'approche de gestion des risques proposée dans cette étude. On remarque également la tendance asymétrique de l'évolution des gains et pertes engendrée par la couverture non linéaire. En fait, l'incorporation d'options de vente à

des positions non couvertes font en sorte que les gains et pertes du graphique 3 proviennent d'une fonction de densité similaire à celle d'une option d'achat avec pertes (gains) limitées à 5 millions \$ (illimitées).

Le graphique 3 montre que le "surplus" d'optionnalité que comporte le problème (21) réduit davantage la variabilité des gains et pertes annuels qu'une gestion fondée sur l'OPA. Un seul scénario entraîne une perte de l'ordre de 5 millions \$ avec une gestion fondée sur le portefeuille d'options mais l'ampleur des gains est moindre pour la majorité des cas. La simulation historique démontre cependant que les pertes moindres sous une gestion fondée sur le portefeuille d'options excèdent le coût d'achat plus élevé du portefeuille d'options.



■ CONCLUSION

Cette étude propose une approche de gestion des risques fondée sur le concept de prime de risque (différence entre un taux à terme et la valeur au comptant subséquemment réalisée) pour des entreprises non financières qui s'appuient sur les structures à terme observées en début de période pour établir le coût des expositions financières. En présence de primes de risque, l'entreprise peut avoir avantage à couvrir partiellement ses expositions via des contrats à terme afin de profiter de la réalisation de taux comptants inférieurs. Sur la portion des expositions découvertes, nous appliquons de l'optionnalité afin de borner les pertes de l'entreprise en présence de mouvements défavorables sur les marchés. Par le biais d'une simulation historique, l'étude procède à la comparaison entre une gestion dont la couverture non linéaire est assurée par une option de type panier-asiatique et celle assurée par un portefeuille d'options européennes appliquées sur chacune des expositions. La dominance d'un problème par rapport à l'autre dépend de la limite de risque octroyée et des conditions de marché courantes et anticipées.

□ Bibliographie

- Ahn, D.H., J. Boudoukh, M. Richardson et R.F. Whitelaw (1996), "Optimal Risk Management Using Options," *Journal of Finance*, 54, 359–375.
- Buser, S.A., G.A. Karolyi et A.B. Sanders (1996), "Adjusted Forward Rates as Predictors of Future Spot Rates," *Journal of Fixed Income*, Décembre, 29–42.
- Black, F. (1976), "The Pricing of Commodity Contracts," *Journal of Financial Economics*, 3, 167–179.
- Brown, G.W. et K. B. Toft (1997), "How Firms Should Hedge," *Document de travail*.
- Chen, S.S., C.F. Lee et K. Shrestha (2001), "On a Mean-Generalized Semivariance Approach to Determining the Hedge Ratio," *Journal of Futures Markets*, 21, 581–598.
- Cliche, J. (2000), "Les déterminants de la gestion des risques par les entreprises non financières: Une revue de la littérature," *Assurances*, 4, 595–635.
- Demarzo, P. et D. Duffie (1995), "Corporate Incentives for Hedging and Hedge Accounting," *Review of Financial Studies*, 8, 743–772.
- Duffie, D. et J. Pan (1997), "Corporate Incentives for Hedging and Hedge Accounting," *Journal of Derivatives*, 4, 7–49.
- Ederington, L.H. (1979), "The Hedging Performance of the New Futures Markets," *Journal of Finance*, 34, 157–170.

- Hentschel, L. et S.P. Kothari (2001), "Are Corporations Reducing or Taking Risks with Derivatives," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 36, 93–113.
- Fenn, G.W., Post, M. et A.S. Sharpe (1987), "Does Corporate Risk Management Create Shareholder Value {?} A survey of Economic Theory and Evidence," in *Financial Risk and The Corporate Treasury*, Publications Risk.
- Géczy, C., B.A. Minton et C. Shrand (1996), "Why Firms Use Currency Derivatives," *Journal of Finance*, 52, 1323–1354.
- Haushalter, G.D. (1998), "Financial Policy, Basis Risks, and Corporate Hedging: Evidence from Oil and Gas Producers," *Journal of Finance*, 55, 107–152.
- Hull, J. (2000), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4^{ème} Ed. Prentice Hall.
- Ilmanen, A.(1996), "When Do Bond Markets Reward Investors for Interest Rate Risk," *Journal of Portfolio Management*, Hiver, 52–64.
- JP Morgan (1999), "Term Premia: What's Priced In," Septembre.
- Kavussanos, M.G. et N.K. Nomikos (2000), "Hedging in the Freight Futures Market," *Journal of Derivatives*, Automne, 41–58.
- Kroner, K.F. et J. Sultan (1993), "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 535–551.
- Lien, D. et Y.K., Tse (1998), "Hedging Time-varying Downside Risk," *Journal of Futures Markets*, 18, 705–722.
- Lien, D. et Y.K., Tse (1998), "Hedging Downside Risk with Futures Contracts," *Journal of Futures Markets*, 10, 163–170.
- Lypny, G. et L. Gagnon (1995), "Hedging Short-Term Interest Risk Under Time-Varying Distributions," *Journal of Futures Markets*, 15, 767–783.
- Markowitz, H. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, New York: Wiley.
- Myers, R. (1991), "Estimating Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Futures Markets," *Journal of Futures Markets*, 11, 39–53.
- Riskmetrics™ Technical Document* (1996), 4^{ème} Éd., New York: J. P. Morgan.
- Shimko, D. (1995), "Derivatives and The Bottom Line," *Risk*, novembre, 29–31.
- Smith, C. W. et R. Stulz (1985), "The Determinants of Firms' Hedging Policies," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20, 391–405.
- Taleb, N. (1997), *Dynamic Hedging: Managing Vanilla and Exotic Options*, 2^{ème} Éd. New York: John Wiley and Sons.
- Vorst, T. (1990), "Analytic Boundaries and Approximations of the Prices and Hedge Ratios of Average Exchange Rate Options," *Document de travail*, Université Erasmus.

□ Notes

1. À cet égard, voir également Demarzo et Duffie (1995).

2. Cette approche illustre une couverture avec des contrats à terme. Ces derniers constituent de loin la catégorie d'instruments dérivés la plus populaire aux fins de gestion des risques (Hentschel et Kothari (2001)).

3. La prime de risque correspond à $(s_T - f_{t,T})$.

4. Dans ce contexte $E(f_{t,T}) = E(f_{t,T})$, et en l'absence de tendance dans le comportement dynamique du taux comptant, $E(s_T) = E(s_T)$ ce qui implique $E(gp_{t,T}) = 0$. Voir Hull (2000) pour l'estimation de δ aux fins de minimisation de la variance de l'équation (1).

5. L'horizon annuel concorde bien avec l'horizon comptable auquel sont assujetties les entreprises.

6. La dette dite "flottante" résulte en fait de l'émission d'une obligation à taux fixe à laquelle l'entreprise ajoute un swap de taux d'intérêt où l'entreprise reçoit la partie fixe et paie la partie flottante. Cette hypothèse correspond bien aux pratiques de financement et de gestion de la dette des grandes entreprises.

7. En fait, cette approche s'avère incontournable lorsque l'entreprise possède des expositions sous-jacentes à des flux financiers dont l'ampleur découle de la réalisation d'une variable financière telle un taux d'intérêt, plutôt que des risques inhérents à l'achat ou à la vente éventuelle d'actifs financiers.

8. L'OPA est à parité pour $\alpha = 1$ et hors-jeu pour $\alpha > 1$.

9. Plus spécifiquement, la non-linéarité entre les primes d'options et le niveau d'hors-jeu, la discontinuité due à la fonction $[\cdot]^*$ et la simulation historique qui est entièrement non paramétrique.

10. Pour des techniques de simulation plus sophistiquées, voir Duffie et Pan (1997).

11. Étant donné que la fréquence d'observation de l'échantillon est mensuelle et que l'échéance la plus longue est de 12 mois, $T \leq \tau - 12$ mois.

12. Nous utilisons les données à terme plutôt que les données au comptant, puisque la réplication d'une OPA via couverture dynamique linéaire ("delta-hedging") s'effectue habituellement avec des contrats à terme, vu la facilité avec laquelle les arbitragistes peuvent négocier ces instruments.

13. Certains contacts des auteurs avec des courtiers suggèrent que les praticiens établissent la corrélation selon les coûts journaliers de réplication par le biais de contrats à terme, d'une option dont la valeur dépend, entre autres, de la corrélation entre les deux sous-jacents.

14. Spécifiquement, on peut écrire selon la notation traditionnelle du modèle de Black (1976) $OPA = BK(S, X^{orst}, r, \sigma^2, T)$ où $S = \sum_{j=1}^3 N_j S_j CS_j (1 - \delta_j)$, $X = \alpha S = \sum_{j=1}^3 N_j f_j CF_j (1 - \delta_j)$, $X^{orst} = X + \text{ajustement}$, $r = 0$, $\sigma^2 = \text{matrice des variances et covariances pondérées par les notionnels et } T = 12 \text{ mois}$. Des évaluations comparatives à une approche de Monte Carlo confirme la légitimité de cette approche.

15. Dans le même esprit que la note précédente, on peut définir $op_{i,t+3j} = (1 - \delta_j) N_j |BK(S, X, r, \sigma^2, T)$ où $S = f_{i,t+3j}$, $X = \alpha f_{i,t+3j}$, $r = 0$, $\sigma^2 = \sigma_{i,t+3j}^2$ et $T = 3j$ pour les options européennes et $op_{i,t+3j} = (1 - \delta_j) N_j |BK(S, X, r, \sigma^2, T)$ où $S = CF_{i,t+3j}$, $X = \alpha f_{i,t+3j}$, $r = 0$, $\sigma^2 = \sigma_{i,t+3j}^2$ et $T = 3j$ pour l'option de change reliée au LIBOR.

16. Ilmanen (1996), Buser, Karoyli et Sanders (1996) et JP Morgan (1999), entre autres, observent qu'en moyenne les primes de risque sur taux d'intérêt affichent une valeur positive.

17. Les agents économiques canadiens désireux d'acheter des options portant sur le LIBOR restent exposés au risque de change, car ces options sont dénominées en dollars américains.