

## De l'établissement du plein de conservation par la méthode de Monte-Carlo

Jacques Bolduc

Volume 47, Number 3, 1979

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/1104043ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/1104043ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (print)

2817-3465 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this document

Bolduc, J. (1979). De l'établissement du plein de conservation par la méthode de Monte-Carlo. *Assurances*, 47(3), 254–260. <https://doi.org/10.7202/1104043ar>

# De l'établissement du plein de conservation par la méthode de Monte-Carlo

*par*

JACQUES BOLDUC, ACTUAIRE <sup>1</sup>

## 254 I — Introduction

Pour établir le plein de conservation d'un assureur-vie, plusieurs facteurs doivent être considérés et plusieurs méthodes peuvent être utilisées.

Le présent texte analyse ces facteurs et techniques et présente la méthode de simulation de Monte-Carlo que nous proposons.

## II — La limite de rétention ou le plein de conservation

Un assureur ne peut pas conserver complètement à sa charge tous les risques qu'il souscrit à moins d'en limiter le montant; dans ces circonstances, sa situation compétitive peut en souffrir étant donné qu'il ne peut répondre à toutes les demandes de sa clientèle. Par exemple, un assureur peut avoir la possibilité de souscrire une police de \$2,000,000 sur la vie d'un individu. S'il la souscrit sans la réassurer et que son capital et surplus sont de \$2,000,000, le décès de cet assuré peut causer la ruine de l'assureur.

D'autre part, si le montant que l'assureur conserve à sa charge est bas et si le montant réassuré est élevé, les profits sont diminués et les charges inhérentes à la réassurance sont augmentées, ce qui encore détériore la situation compétitive de l'assureur. Si, à la limite l'assureur cède au complet chacun des risques qu'il assure, il devient alors un intermédiaire supplémentaire, au rôle contestable et occasionnant des frais pouvant difficilement être réflétés dans des primes compétitives. Le conservatisme en cette matière n'est donc pas une solution acceptable.

---

<sup>1</sup> Vice-président de la Maison Hébert, Le Houillier et Associés, membre du groupe Sodarcan.

La solution idéale consiste à fixer une limite de conservation pour chacun des risques couverts par l'assureur. Cela a pour effet de diminuer le plus possible les fluctuations défavorables dans le coût des sinistres d'une année à l'autre, tout en conservant le coût de la réassurance à un niveau acceptable.

Plusieurs facteurs peuvent influencer le choix d'un plein de conservation. En voici les principaux :

### 1. Le nombre d'assurés

L'assurance étant un partage de risques, l'augmentation du nombre d'assurés contribue à diminuer les possibilités de fluctuations défavorables des sinistres à venir. Donc, toute autre chose étant égale, on peut dire que l'augmentation du nombre d'assurés permet d'augmenter le plein de conservation.

255

### 2. Les caractéristiques du portefeuille quant à l'âge et au sexe des assurés

Ce facteur influence le niveau des sinistres attendus ce qui peut faire varier les écarts entre les sinistres réels et les prévisions.

### 3. La distribution des montants d'assurance

Si les montants d'assurance sont assez constants d'une police à l'autre, les fluctuations défavorables dans les sinistres attendus sont diminuées. Si, d'autre part, ces montants sont très dispersés par rapport au montant moyen, les possibilités de fluctuations défavorables dans les sinistres attendus sont augmentées.

### 4. La moyenne des montants assurés

Le plein vise à diminuer les écarts défavorables des sinistres par rapport à une moyenne de sinistres prévus. Plus la moyenne des montants assurés est élevée, plus la limite de rétention pourra être élevée si les autres facteurs demeurent inchangés.

### 5. Les surplus aux fonds propres de l'assureur

Le montant des surplus disponibles permet de fixer les montants de l'écart défavorable des sinistres qui peut être absorbé par l'assureur au cours d'un exercice.

6. Le coût de la réassurance

Si la réassurance est disponible à un coût moins élevé, il est alors possible de diminuer le plein de conservation qu'on aurait autrement établi.

7. La Loi de l'impôt sur le revenu

256

Les assureurs-vie canadiens sont maintenant soumis à la Loi de l'impôt sur le revenu, ce qui diminue les montants qu'ils portent au surplus à la suite d'un profit d'exercice; par contre, les pertes d'exercice dues à des écarts défavorables dans les sinistres sont aussi diminuées par les reports de pertes autorisés par la Loi de l'impôt d'un exercice à l'autre. Cette imposition des profits des assureurs permet d'augmenter le plein de conservation.

8. La présence d'autres formes de réassurance

Si l'assureur possède des traités de réassurance en cas de catastrophe ou des traités de « stop-loss », le montant du plein pourra être modifié. Toutefois, il est préférable de solutionner le problème en établissant d'abord le plein de conservation indépendamment de toute autre forme de réassurance, et de déterminer ensuite la franchise en vertu d'un éventuel traité de « stop-loss ».

D'autres considérations peuvent influencer le choix du plein, telles les contraintes administratives. Par exemple, plusieurs assureurs se refusent à céder un montant de réassurance inférieur à \$10,000, ce qui a pour effet d'augmenter de \$10,000 le plein de conservation pour certains cas individuels.

Même si l'effet de chacun de ces paramètres sur le plein de conservation est évident, il est difficile d'établir de façon précise jusqu'à quel point celui-ci doit être affecté par la présence de tel ou tel facteur, et l'effet combiné de tous ces facteurs est encore plus difficile à mesurer.

**III — Méthodes pour établir le plein de conservation**

Il existe plusieurs méthodes pour établir un plein de conservation et la valeur de chacune de ces méthodes peut être jugée en fonction des facteurs suivants:

1. le temps requis pour effectuer l'étude;
2. les ressources requises pour effectuer le travail en termes de ressources humaines, de ressources financières ou de ressources techniques;
3. l'exactitude désirée.

Il existe plusieurs formules mathématiques plus complexes les unes que les autres qui tentent de mesurer l'effet d'un certain nombre de paramètres, parmi ceux décrits ci-haut, sur le plein de conservation. Ces formules manquent d'exactitude et ne peuvent pas tenir compte de la nature exacte d'un portefeuille donné. D'ailleurs, plusieurs d'entre elles produisent des résultats différents lorsqu'elles sont appliquées à un ensemble de risques identiques. Aussi a-t-on recours à ces formules simplement à cause de l'absence de moyens plus précis disponibles à un coût raisonnable.

257

La plus grande précision serait obtenue si on pouvait étudier les résultats d'un portefeuille donné pendant un grand nombre d'années; il s'agirait alors de compiler le montant des sinistres de chaque année et de mesurer les écarts défavorables, en supposant les pleins de conservation qu'on peut évaluer. L'hypothèse d'une telle étude n'est nullement réaliste; il faudrait attendre quelque cent ans avant d'obtenir des résultats et même si la chose était possible, les caractéristiques du portefeuille auraient tellement changé au cours de la période que les informations obtenues seraient sans valeur et ne pourraient pas s'appliquer au portefeuille à la fin de la période.

Une autre solution serait d'étudier l'expérience au cours d'une même année de cent ou de deux cents assureurs possédant des portefeuilles d'assurance identiques. L'étude des sinistres de ces assureurs au cours d'une année permettrait de déterminer l'effet de la conservation sur les écarts défavorables et sur le coût de la réassurance. Une telle approche paraît utopique; il est impossible de trouver cent ou deux cents assureurs ayant des portefeuilles identiques et, même s'ils existaient, de compiler leur expérience de sinistres au cours d'une année.

La méthode de Monte-Carlo permet de résoudre ce problème en simulant, de façon très rapide et à frais réduits, plusieurs années d'expérience pour un même portefeuille d'assurance. Au lieu d'attendre cent ans ou d'étudier les statistiques de cent assureurs censées identiques, on peut faire l'hypothèse que les sinistres d'une année chez un assureur sont distribués au hasard et reproduire les effets du hasard à l'aide d'un ordinateur.

#### IV — La méthode de Monte-Carlo

258

La méthode de Monte-Carlo consiste en fait à reproduire les sinistres pour un portefeuille donné. À partir de l'en-vigueur réel d'un assureur, le volume des sinistres est produit en comparant le quotient de mortalité d'un assuré donné, compte tenu de son âge, de son sexe et de la durée de sa police, avec un nombre aléatoire produit par l'ordinateur. Si le nombre aléatoire est supérieur au quotient de mortalité, l'assuré est considéré comme ayant survécu jusqu'à la fin de l'année; s'il est inférieur ou égal au quotient, l'assuré est compté parmi les décès de l'année et le montant d'assurance de sa police, diminué de la réserve ou de la valeur de rachat et du montant de réassurance, s'il y a lieu, est inclus dans le total des sinistres.

Il s'agit de répéter ce processus pour toutes les polices et pour le nombre d'années désiré. Pour mesurer l'effet d'un plein de conservation sur les sinistres, il suffit de supposer différents pleins et d'en mesurer l'effet sur chaque décès. Ainsi, il est facile de connaître les écarts défavorables sur un portefeuille donné d'assurance pour un très grand nombre d'années et dans des conditions spécifiques de réassurance.

Le coût des sinistres de l'assureur, après déduction de la conservation est additionné au coût de la réassurance, pour chacun des pleins de conservation en supposant un tarif de réassurance particulier; on obtient alors un coût total optimal. On calcule en même temps la valeur des écarts défavorables par rapport au coût moyen et on peut établir le plein de conservation le plus élevé pour une stabilité de surplus donnée.

Pour bien comprendre le processus, supposons d'abord une police de \$35,000 ne comportant aucune réserve ni valeur de rachat. Si on veut tester l'effet des pleins suivants: \$5,000, \$10,000, \$20,000 et \$30,000, on détermine d'abord le coût de la réassurance et on se place ensuite devant deux situations:

1. l'assuré décède, ce qui donne les résultats suivants:

Plein de conservation	Coût de la réassurance	Sinistres à la charge de l'assureur	Coût total de l'assureur
\$ 5,000	\$360	\$ 5,000	\$ 5,360
10,000	300	10,000	10,300
20,000	180	20,000	20,180
30,000	60	30,000	30,060

## A S S U R A N C E S

2. l'assuré survit jusqu'à la fin de l'année, ce qui donne les résultats suivants:

Plein de conservation	Coût de la réassurance	Sinistres à la charge de l'assureur	Coût total de l'assureur
\$ 5,000	\$360	\$ 0	\$ 360
10,000	300	0	300
20,000	180	0	180
30,000	60	0	60

Dans une situation pareille, la solution consiste à gager puisqu'il n'y a qu'un seul risque et deux possibilités, la survie et le décès. Mais, si on avait cent risques identiques, on obtiendrait les résultats suivants, en supposant un quotient de mortalité de 1% :

259

Limite de rétention	Coût moyen de la réassurance	Sinistres moyens à la charge de l'assureur	Coût moyen total de l'assureur
\$ 5,000	\$360	\$ 50	\$ 410
10,000	300	100	400
20,000	180	200	380
30,000	60	300	360

Dans ces circonstances, le plein de \$30,000 apparaît comme le moins coûteux parmi ceux qui sont essayés; il aurait alors le plus de chance d'être retenu, après avoir ajouté au coût moyen total de l'assureur, la valeur des écarts défavorables par rapport à ce coût moyen total. En effet, le coût moyen est la composante des écarts favorables et défavorables et la mesure des écarts défavorables peut nous faire choisir une limite inférieure à \$30,000.

La méthode de Monte-Carlo fournit de façon rapide et économique tous les éléments permettant une décision judicieuse pour établir le plein de conservation et fixer la franchise pour un contrat de « stop-loss ».

### **Conclusion**

Il y a seulement quelques années, l'utilisation de la méthode de Monte-Carlo pour déterminer le plein de conservation d'un assureur était difficilement justifiable, à cause du coût très élevé du temps des ordinateurs. Cependant, des progrès énormes dans le domaine du traitement des données rendent maintenant possible de simuler les volumes de

sinistres de plusieurs centaines d'années pour des portefeuilles très importants et ceci à des coûts très bas.

L'extrême précision des résultats obtenus, jointe à la réduction des coûts et des délais de production, rend difficile à justifier l'utilisation de tout autre méthode et, en même temps, rend de plus en plus opportune la détermination du plein de conservation de façon scientifique. En même temps, la concurrence parmi les assureurs-vie devrait amener ceux-ci à prendre tous les moyens à leur disposition pour réduire leurs coûts et porter au maximum leur marge de profit.

260

---

### ***L'état financier de la Commercial Union***

Nous avons sous les yeux le dernier rapport financier de la Commercial Union pour l'exercice 1978. Il est remarquablement bien présenté avec, en page-couverture, au centre, l'immeuble qu'occupe la Commercial Union à Londres. L'impression de force, de puissance est assez extraordinaire.

Le groupe Commercial Union est un des plus considérables d'Angleterre. Il englobe un nombre impressionnant d'entreprises, qui vont de Hand-in-Hand Fire and Life Insurance Society (très vieille société remontant au début de l'assurance en Angleterre) à de nombreuses compagnies en Angleterre même, en Écosse, aux États-Unis, au Canada, au Danemark, en Nouvelle-Zélande, en Afrique du Sud, en Irlande, en Australie, en Belgique, au Brésil, en Colombie et dans les Pays-Bas. Tout cela donne au groupe une stature internationale et une importance considérable dans un milieu en plein essor, même s'il a des problèmes de sélection, de tarification des risques et de finance, dans une situation constamment changeante. On peut dire que le groupe est l'un des exemples les plus intéressants de répartition des risques à travers le monde et, par conséquent, d'application de la loi des grands nombres. Dans son discours, le président conclut ainsi:

The year 1978 saw a further substantial improvement in our results and we have more than regained the ground lost in 1975. The last three years have been a period of recovery and consolidation in which our pre-tax profits have trebled but there has been only a modest increase in our premium income. A deliberate restriction of growth was, in fact, a necessary element in our plan for recovery during its earlier stages, but the strengthening of our solvency margin made it possible for us to seek a rather greater rate of increase in our business in 1978. In this we were not as successful as we would have wished, due to the generally low level of economic activity in most countries and intense competition for better quality business. Prudent growth remains however one of our objectives for 1979, subject always to the overriding need to maintain a satisfactory level of profitability.

C'est, croyons-nous, la situation générale aussi bien en Angleterre qu'au Canada et dans le monde entier à l'heure actuelle. L'un des problèmes majeurs, en effet, est la concurrence qui, partout, agit comme un régulateur, mais aussi comme une sorte d'épée de Damoclès.