Document generated on 12/15/2024 7 p.m.

Assurances

Quelques réflexions sur un livre de Jacques Wetzel

Daniel Demers

Volume 45, Number 1, 1977

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1103925ar
DOI: https://doi.org/10.7202/1103925ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (print)
2817-3465 (digital)

Explore this journal

Cite this document

Demers, D. (1977). Quelques réflexions sur un livre de Jacques Wetzel. *Assurances*, *45*(1), 32–37. https://doi.org/10.7202/1103925ar

Tous droits réservés © Université Laval, 1977

This document is protected by copyright law. Use of the services of Érudit (including reproduction) is subject to its terms and conditions, which can be viewed online.

https://apropos.erudit.org/en/users/policy-on-use/

This article is disseminated and preserved by Érudit.

Érudit is a non-profit inter-university consortium of the Université de Montréal, Université Laval, and the Université du Québec à Montréal. Its mission is to promote and disseminate research.

https://www.erudit.org/en/

Quelques réflexions sur un livre de Jacques Wetzel[1]

par

DANIEL DEMERS

Introduction

Dans l'introduction de son ouvrage, monsieur Wetzel dit avoir

constaté l'absence de constructions mathématiques dans le monde de la réassurance. C'est pourquoi il a consacré ce livre à l'élaboration de théories mathématiques utilisables dans ce champ spécialisé des assurances.

Les deux questions posées dans l'introduction: pourquoi faut-il se réassurer et quelle est la meilleure façon de se réassurer, reçoivent dans son livre une réponse mathématique qu'il est intéressant de noter au départ. Voyons-en un exemple.

Le calcul du risque pour l'assureur

La variance est une mesure relative qui donne une idée de la dispersion d'une variable autour de sa moyenne; plus les diverses observations sont concentrées, plus la variance est petite. L'écart-type est égal à la racine carrée de la variance, et mesure la même caractéristique d'une variable.

Partant de certaines hypothèses, monsieur Wetzel démontre que « l'estimateur de la variance du taux de résultat est égal au rapport de la somme des carrés des sinistres de l'année au carré des primes ».

Si un assureur a subi des sinistres de $100., $600., $300., $5,000., $200. et $800. et que les primes ont été de $14,000., la variance du taux du résultat sera:

$$\frac{(100)^2 + (600)^2 + (300)^2 + (5000)^2 \ (200)^2 + (800)^2}{(14{,}000)^2} = .133$$

pour un rapport sinistre/prime de 50%.

Des sinistres de $900., $5,100. et $1,000. auraient donné une variance de .142, sans que le rapport sinistre/prime ne varie.

[1] « Comment se réassurer au moindre coût ».

Parmi les hypothèses, il y a celle qui exige que la réalisation de tout sinistre soit indépendante de celle des autres.

Pour les genres d'assurance où cela n'est pas vrai (ex.: grêle, tempête), il faut plutôt observer les sinistres totaux et les primes totales sur plusieurs années et calculer la variance de ces taux:

Année	Rapport sinistre/prime
1	.30
2	.70
3	.50
4	.40
5	.10
6	1.00
Moyenne	.50

La variance de cette série est .100.

Toute compagnie peut donc construire un tableau par genre d'affaires donnant le risque sur plusieurs années, semblable à celui-ci:

P = Primes, σ = écart-type en % des primes

	Année 1		Année 2		Année 3		Année 4	
	P	σ	P	σ	P	σ	P	σ
Bris machines	4.1	9.2	5.0	20.6	5.8	19.4	7.0	18.3
Grêle	5.0	30.0	5.7	30.0	7.0	30.0	7.6	30.0
RC	40.7	2.7	51.5	2.7	59.8	4.0	73.0	2.6
Incendie RI	12.3	13.6	17.2	8.0	21.4	8.9	25.7	8.0
Incendie RS	33.1	6.3	38.6	4.3	44.0	2.6	51.4	3.9
Vol	5.9	5.6	8.0	4.4	9.8	4.1	12.4	3.0
Individuelle	22.7	1.4	27.3	1.8	33.2	2.0	41.9	1.5
Automobile	235.4	1.4	274.0	1.4	307.8	1.2	335.5	1.0
Ensemble	359.2	1.3	427.4	1.2	488.8	1.1	554.5	1.0

De l'analyse de ses formules mathématiques, monsieur **Wetzel** tire trois conclusions:

1) l'augmentation du nombre de risques réduit les fluctuations dans les résultats:

ex.: si le nombre augmente à 110% ($K = 1.10$), l'écart-type diminue

$$\text{à} \quad \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{\sqrt{1.10}} = 95.3\%$$

2) l'inflation des primes et des sinistres ne modifie pas le risque;

3) l'augmentation des pleins de conservation n'influence que marginalement l'écart-type, donc le risque. Par exemple, une augmentation de 50% dans ces pleins ne fera augmenter l'écart-type que de 6% au maximum.

La première conclusion est visible dans le tableau précédent: l'automobile a connu un écart-type moindre que le bris de machines où le nombre de risques est moindre; la deuxième conclusion est partiellement vérifiable: en bris de machines, où on peut supposer le nombre de risques assez stable, les primes ont augmenté de 71% en trois ans et l'écart-type n'a pas diminué; il n'a que fluctué. Par contre, il n'est aucunement possible de retracer la troisième conclusion dans ce tableau.

Effet de la réassurance sur le risque, ou pourquoi se réassurer

Le résultat de tout exercice peut être divisé en trois composantes:

R, L et F ou R: résultat technique (le résultat technique est la différence entre les primes acquises d'une part et les commissions, frais généraux et sinistres survenus durant l'exercice, d'autre part).

L: développement sur sinistres (en suspens) antérieurs à l'exercice.

F: résultat financier.

Il faut premièrement décider quelle partie des fonds propres sera affectée à la réserve qui absorbera éventuellement une perte dans les résultats techniques R. Une méthode consiste à y affecter une proportion égale au rapport des écarts-types: celui du résultat technique relativement à celui du résultat global. Par exemple, supposons un écart-type de 1.0 dans le résultat technique. Si l'écart-type du résultat total de la compagnie était 5.0, on pourrait affecter 1/5 des réserves. Soit U cette réserve.

Deuxièmement, on doit fixer le niveau acceptable pour la probabilité de ruine. Cette probabilité représente le risque que la perte technique dépasse la somme de la réserve U, du profit financier et du gain sur sinistres antérieurs.

Monsieur Wetzel démontre que, pour réduire la probabilité de ruine à moins de 1%, nous devons obtenir une valeur minimale du « coefficient de sécurité »:

Coefficient:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Fonds propres et}\\ \text{bénéfice non aléatoire}\\ +\\ \text{Bénéfice moyen}\\ \text{de l'assureur}\end{array}}{\text{écart-type du montant global des sinistres}}$$

Exemple:

Profit technique réalisé au cours du dernier exercice: 3% des primes.

Primes:
$600,000.

Écart-type du résultat technique:
1.0% (exprimé en fonction des primes)

Écart-type du résultat total:
5.0% (exprimé en fonction des primes)

Fonds propres: totaux $100,000.; affectés au risque technique:

$$100{,}000 \times \frac{1}{5} = \$20{,}000.$$

Résultat financier:
$5,000.

Développement des sinistres antérieurs:
$10,000.

$$\text{Coefficient} = \frac{(20{,}000 + 15{,}000) + (.03 \times 600{,}000)}{.01 \times 600{,}000} = 8.8$$

(satisfaisant puisque supérieur à 4.0).

Si l'inégalité n'est pas respectée, il n'y a que 2 moyens pour parer au risque: ou bien augmenter les fonds propres des actionnaires;
ou bien diminuer le risque en réassurant.

C'est là la formulation mathématique du besoin de réassurance à laquelle en arrive monsieur Wetzel.

Optimisation du programme de réassurance, ou quelle est la meilleure façon de se réassurer?

La méthode d'optimisation est appliquée successivement aux diverses formes de traité de réassurance. Nous nous limiterons à l'étude des traités d'excédent de sinistre, alors que monsieur Wetzel a couvert la plupart des genres de traités.

À la suite d'une démonstration pour le moins ardue, monsieur Wetzel en arrive à la conclusion que la rétention sur chaque sinistre devrait être la même pour toutes les branches. Ceci, en l'hypothèse que le pourcentage de profit de l'assureur par rapport au montant éventuel de sinistre, est le même pour tous les risques:

> « L'optimum de la réassurance en excess est donc réalisé avec une priorité unique pour toutes les branches ».

Suit une méthodologie qui permet de déterminer quelle sera justement cette rétention ou priorité, en fonction de la marge de sécurité désirée.

Conclusion

Monsieur Wetzel a le mérite d'avoir fait un travail dans le sens d'une plus grande utilisation des mathématiques en réassurance. Il nous propose un ensemble de lois statistiques, de calculs et de procédés qui peuvent donner une réponse à certaines questions que se posent la cédante et le réassureur. Et il est vrai, à notre avis, que ces éléments de solution sont négligés (sinon ignorés) la plupart du temps. En ce sens, *comment se réassurer au moindre coût* mérite qu'on l'étudie et qu'on essaie de faire le même travail, qu'on utilise la même approche vis-à-vis des problèmes courants de la réassurance.

Toutefois, il faut toujours garder présent à l'esprit que ces analyses mathématiques ne peuvent que *représenter* la réalité de la réassurance et ne sauraient dépasser et faire ressortir de « vérités » que nous n'y ayons mises nous-mêmes. Par exemple, les conclusions auxquelles en arrive monsieur Wetzel au sujet de la réassurance en excédent de sinistre découlent de l'hypothèse que le risque est donné par le rapport des carrés des sinistres au carré de la prime totale. Il découle donc nécessairement de cette hypothèse qu'il est préférable d'avoir deux sinistres de $500. plutôt qu'un seul de $1,000. La loi des grands nombres reflète le même phénomène.

De même, l'hypothèse est liée à la nature indépendante des sinistres. Dans la réalité, cependant, les sinistres ne sont jamais parfaitement indépendants les uns des autres: une tempête de neige, une chaussée glissante provoqueront plusieurs accidents d'automobile, des conditions économiques défaborables provoqueront peut-être plusieurs incendies criminels, mais de cause officiellement inconnue. La loi devrait alors être modifiée de façon à refléter ce caractère d'indépendance partielle.

À ce point de vue, nous pouvons noter que monsieur Wetzel n'a pas cherché à démontrer que les lois statistiques, formules et hypothèses correspondent bien à la réalité (échantillonnages, statistiques des assureurs). Il s'est plutôt attaché à nous montrer comment manier les formules mathématiques.

Il y a également un autre aspect qui est extérieur aux calculs que peut faire la cédante: l'état du marché de la réassurance qui peut, dans certaines circonstances, exiger sur les cessions un profit supérieur à celui que la cédante voudrait bien lui laisser. Selon monsieur Wetzel, « le marché de la réassurance, de par sa dispersion, la complexité des affaires traitées et la lenteur de transmission des informations comptables, est mal placé pour résister efficacement à ces pressions [des cédantes sur les réassureurs pour limiter le taux de leur bénéfice] ».

Nous croyons toutefois que les réassureurs n'accepteraient pas de vivre bien longtemps sans un taux de profit raisonnable à leurs yeux, comparable à celui des cédantes et que les conditions du marché sont donc tout aussi déterminantes dans la négociation d'un contrat de réassurance que ne l'est l'évaluation mathématique de ce contrat.