Assurances

Assurances

Quelques observations découlant de l'application du calcul des probabilités aux opérations d'assurance

T. Poznanski

Volume 36, Number 1, 1968

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1103626ar
DOI: https://doi.org/10.7202/1103626ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (print)
2817-3465 (digital)

Explore this journal

Cite this document

Poznanski, T. (1968). Quelques observations découlant de l'application du calcul des probabilités aux opérations d'assurance. *Assurances*, *36*(1), 25–30. https://doi.org/10.7202/1103626ar

Quelques observations découlant de l'application du calcul des probabilités aux opérations d'assurance

par

T. POZNANSKI

Il n'est pas nécessaire de s'attarder sur le fait que l'économie de toute entreprise d'assurance, dont les phénomènes fortuits ou aléatoires sont l'objet, est sujette aux lois de la statistique et, en particulier, à celles du calcul des probabilités.

Ci-après, nous indiquerons quelques énoncés et conclusions tirés de l'application des principes élémentaires du calcul des probabilités, sans pouvoir ici donner leur démonstration.

Disons cependant, dès le début, que très souvent dans la pratique courante les entreprises d'assurance, surtout celles, mais pas exclusivement, de branches autres que sur la vie, tiennent, malheureusement, très peu compte de ces leçons de la théorie. Nous donnerons plus loin quelques exemples de l'opposition de la théorie à la pratique normalement suivie par les assureurs.

De l'application du calcul des probabilités aux phénomènes aléatoires, il ne faut pas conclure que les événements en question suivent rigoureusement les données de la statistique basée soit sur l'expérience, soit sur l'analyse (comme par exemple dans le jeu). Au contraire, la théorie nous indique avec quelle probabilité peuvent se produire les différents écarts ou déviations de la "moyenne". Ainsi, par exemple, dans un groupe homogène de 10,000 risques avec une probabilité de "sinistre" basée sur l'expérience d'un pour cent par année, la probabilité que le nombre de cas sinistrés soit *exactement* 100 (c'est-à-dire 1% de 10,000) n'est qu'environ de 4%, tandis que la probabilité que ce nombre se situe entre 90 et 110, donc avec un écart, dans l'un ou l'autre sens, de 10% du nombre "le plus probable" est d'environ 71%, et qu'il se situe entre 85 et 115 (donc avec un écart de 15%) la probabilité devient 88%, et qu'il se situe entre 80 et 120 (donc avec un écart de 20%) environ 96% et ainsi de suite; la pro-

babilité pour un écart de 50% devient 99.99995% soit pratiquement la certitude.

Tout ceci pour un groupe de 10,000 risques; pour des groupes plus petits, les probabilités d'écarts de la valeur moyenne (ou la plus probable) sont plus grandes et pour les groupes plus volumineux, les probabilités sont moindres.

La fréquence des écarts de la "moyenne" peut être considérée, pour toute fin pratique, *également possible* dans les deux directions, c'est-à-dire le nombre de risques sinistrés peut aussi bien dépasser la valeur la plus probable, qu'être au-dessous de celle-ci. Normalement dans l'assurance, seulement les cas qui *dépassent* la "moyenne", laquelle, en principe, sert de point de départ pour calculer le taux de prime, sont *défavorables*; les autres, au contraire, causent un "profit" pour l'entreprise.*

La probabilité que les écarts dans le sens *défavorable* dépassent la prime pure, basée sur l'expérience, mais augmentée d'une certaine marge, *excédent* cette marge, peut être considérée comme indicateur ou mesure de la stabilité du groupe ou plutôt de son instabilité.

Cette probabilité d'*insuffisance* de la marge dépend, d'après la théorie, de trois facteurs suivants: 1) de la grandeur (ou volume) du groupe, 2) de l'étendue de la marge

* Sauf dans l'assurance *en cas de vie* (par exemple des rentes) si le décès est considéré comme "sinistre".

ajoutée à la prime pure, et 3) de la fréquence théorique de sinistres, c'est-à-dire de la prime pure elle-même.

L'indicateur d'instabilité diminue avec la grandeur du groupe (premier facteur) et avec l'augmentation de la marge (deuxième facteur); par contre, il est plus *petit* pour les groupes avec une fréquence théorique plus élevée que pour ceux d'une fréquence plus basse (troisième facteur).

Les deux premières constatations sont facilement admises
par la pratique, tandis que le troisième élément, qui démontre la diminution de la probabilité des écarts défavorables avec la croissance de la prime pure (donc avec la croissance de la fréquence théorique des sinistres), est rarement admise. Au contraire, on rencontre très souvent l'opinion aussi bien parmi les praticiens de l'assurance dite générale, que de celle sur la vie, que les risques avec forte fréqunce de sinistres (une prime pure élevée) sont plus "dangereux" pour la stabilité du portefeuille que les risques "légers"; répétons: par la théorie, nous apprenons le contraire.

Voici un tableau illustrant des indices d'*instabilité* c'est-à-dire des probabilités d'insuffisance de la marge pour différentes catégories de groupes; on y voit clairement que les groupes composés des risques "lourds" (forte prime pure) démontrent une stabilité beaucoup plus grande: les probabilités des écarts excédant la prime pure augmentée de la marge sont de beaucoup plus petites que celles pour les groupes avec la même marge mais composés des risques "légers".

TABLEAU N° 1

Probabilités (en %) que les écarts dépassent la prime augmentée de la marge

Taux de prime	Marge de sécurité 10% Nombre de risques			Marge de sécurité 20% Nombre de risques		
	1.000	10.000	100.000	1.000	10.000	100.000
1/10.000	49	46	38	48	42	26
1/1.000	46	38	16	42	26	2.3

1/100	38	16	0.1	26	2.2	0.0
1/10	15	0.0	0.0	1.8	0.0	0.0

Pour revenir à l'attitude de la pratique dans son opposition à la théorie et ne citant que l'assurance sur la vie, on peut indiquer que les assureurs préfèrent normalement l'assurance sur la vie des personnes jeunes à celle sur la vie des personnes plus âgées ou à celle des risques dits aggravés, en limitant leur engagement sur de tels risques. Et pourtant, si la prime pure est bien calculée d'après l'expérience en question (et on a besoin de beaucoup moins de risques "lourds" que de risques "légers" pour bien calculer la prime selon l'expérience), les polices des risques aggravés ou sur la vie des personnes plus âgées exigent une marge plus petite pour atteindre le même degré de stabilité.

En ce qui concerne la marge de sécurité pour tenir compte des déviations défavorables possibles, nous présentons ci-après le tableau N° 2 indiquant le niveau de la marge en pour cent de la prime pure nécessaire pour que la probabilité de ces déviations ne dépasse pas (en nombre) 2 pour cent.

TABLEAU N° 2

La marge nécessaire (en %)

Taux de prime	Nombre de risques 1.000	10.000	100,000	1.000.000
1/10,000	649	205	65	21
1/1.000	205	65	21	6.5
1/100	65	20	6.5	2.0
1/10	20	6.2	2.0	0.6

D'autre part, le tableau N° 3, calculé d'après une formule empirique indique la limite du nombre des risques dans un groupe d'une fréquence et d'une marge données afin que la probabilité d'insuffisance de la marge ne dépasse pas 2 pour cent.

TABLEAU N° 3

Nombre minimum des risques pour une probabilité de 2 pour cent

Taux de prime	Marge de sécurité 10%	20%
1/10,000	4,200,000	1.050,000
1/1,000	420,000	105,000
1/100	41,700	10,400
1/10	3,800	950

Si au lieu de la probabilité d'insuffisance de la marge de 2 pour cent, on se contentait d'une de 25 pour cent, le nombre nécessaire de risques se situe tel qu'indiqué au tableau N° 4, selon la fréquence de sinistres (taux de prime) et la marge de sécurité.

TABLEAU N° 4

Nombre minimum des risques pour une probabilité de 25 pour cent

Taux de prime	Marge de sécurité 10%	20%
1/10,000	455,000	114,000
1/1.000	45,400	11,400
1/100	4,500	1,125
1/10	410	103

Pour terminer cette petite étude, nous indiquerons les résultats d'un calcul qui établit la *perte moyenne* annuelle (lorsqu'une telle perte arrive) en pourcentage de la prime *pure*, c'est-à-dire sans la marge de sécurité.

TABLEAU N° 5

Taux de prime	Nombre de risques 1,000	10,000	100,000
1/10,000	252	80	25
1/1,000	80	25	8.0
1/100	25	7.9	2.5
1/10	7.6	2.4	0.8

Il est facile d'en tirer la conclusion sur le montant de la marge de sécurité nécessaire pour que la perte éventuelle soit dans les limites de la prime pure majorée de la marge.

La lecture de tous les tableaux présentés ici démontre clairement que la stabilité du portefeuille augmente non seulement avec le nombre de risques qu'il contient, mais que la plus forte fréquence théorique de "sinistres" augmente sensiblement cette stabilité.

En principe, ces conclusions ne s'appliquent rigoureusement qu'aux phénomènes qui démontrent une dispersion normale ou classique des cas fortuits ("sinistres"); mais, même dans les groupes où ceci n'est pas le cas, l'application des règles du calcul des probabilités peut être justifiée avec grand succès, sauf dans les cas où la dispersion relative des sinistres devient tellement "anormale", que l'accroissement du nombre de risques n'augmente pas la stabilité du portefeuille, contrairement aux cas lorsque la dispersion est "normale" ou proche de celle-ci.

D'autre part, il ne faut pas conclure de l'analyse précitée que, pour atteindre une stabilité désirée du portefeuille, il est nécessaire qu'il soit composé des risques homogènes quant à la fréquence de la sinistralité, c'est-à-dire quant au taux de prime. De plus, on peut très bien améliorer la stabilité d'un portefeuille en combinant non seulement les risques de même nature avec probabilités de sinistre différentes, mais aussi avec les risques de nature dissemblable; ainsi, par exemple, une société de réassurance peut améliorer la stabilité de son portefeuille en assemblant dans un seul groupe les risques qui normalement, surtout chez les assureurs directs, forment des catégories distinctes.