L'Actualité économique

Effets des systèmes scolaires sur le comportement éducatif individuel
The Organization of Educative Systems and the Production of Human Capital

Nathalie Damoiselet

Volume 74, Number 1, mars 1998

URI: https://id.erudit.org/iderudit/602251ar
DOI: https://doi.org/10.7202/602251ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Cite this article

Damoiselet, N. (1998). Effets des systèmes scolaires sur le comportement éducatif individuel. *L'Actualité économique*, *74*(1), 29–62. https://doi.org/10.7202/602251ar

Article abstract

This article analyses the effects of educational structures on individual educative choices. International studies emphasize the existence of a variety of educative systems and point out the fact that the organization of these systems affects the production of human capital. Paradoxically, it is in the countries where exists a strong willingness for offering a same and equal education to a large body of students that the production of human capital seems to be weaker. A sensible explanation of this fact lies in the additional constraint which caracterizes theses educative systems, because they offer an unique and general curriculum to students who differ in tastes and aptitudes. The purpose of this article is then to formulate a specification of these two types of educative systems in order to shed light on these differences and their effects on individual educative choices. The main result of our model is that the educative systems which offer several curricula inequal in quality are more efficient, in terms of production of human capital and individual profits, than the educative systems which offer an unique and general curriculum, because the latter are more costly for individuals. The additional cost stems from the existence of intermediate standards which impose a same allocation of educative effort on all individuals.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 74, nº 1, mars 1998

EFFETS DES SYSTÈMES SCOLAIRES SUR LE COMPORTEMENT ÉDUCATIF INDIVIDUEL

Nathalie DAMOISELET
Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.)
Université de Montréal
et
Université de Paris I, Panthéon, Sorbonne

RÉSUMÉ – Cet article analyse les effets des structures scolaires sur les choix éducatifs individuels. Les études internationales montrent qu'il existe une typologie des systèmes éducatifs et que le mode d'organisation de ces systèmes a une incidence sur la production de capital humain. Paradoxalement, c'est dans les pays où il existe une volonté affichée de faire accéder une majorité d'individus à une éducation unique et égale pour tous que cette production de capital humain semble être plus faible. L'explication la plus intuitive de ce paradoxe est que les systèmes éducatifs de tronc commun sont plus contraignants que les systèmes éducatifs constitués de filières parallèles inégales, parce qu'ils imposent à des individus de goûts et d'aptitudes différents une formation identique, générale et abstraite. Cet article se propose donc de modéliser ces deux catégories de systèmes éducatifs de manière à faire apparaître ces différences et d'examiner quels sont leurs effets sur les choix éducatifs individuels. Le résultat essentiel de notre modélisation est que l'organisation en filières d'un système éducatif est plus efficace, en termes de production de capital humain, mais aussi en termes de profits individuels, parce qu'elle est moins coûteuse pour les individus. En effet, un coût supplémentaire, dans le système de tronc commun, provient des contraintes que représentent les niveaux intermédiaires requis, qui obligent tous les individus à suivre une seule et unique trajectoire de répartition de l'effort scolaire sur l'ensemble de leur cursus.

ABSTRACT – *The Organization of Educative Systems and the Production of Human Capital.* This article analyses the effects of educational structures on individual educative choices. International studies emphasize the existence of a variety of educative systems and point out the fact that the organization of these systems affects the production of human capital. Paradoxically, it is in the countries where exists a strong willingness for offering a same and equal education to a large body of students that the production of human capital seems to be weaker. A sensible explanation of this fact lies in the additional constraint which caracterizes theses educative systems, because they offer an unique and general curriculum to students who differ in tastes and aptitudes. The purpose of this article is then to formulate a specification of these two types of educative systems in order to shed light on these differences and their effects on individual educative choices. The main result of our model is that the educative systems which offer several curricula inequal in quality are more efficient, in terms of production of human capital and individual profits, than the educative systems which offer an unique and general curriculum, because the latter are more costly for individuals. The additional cost stems from the existence of intermediate standards which impose a same allocation of educative effort on all individuals.

INTRODUCTION

Dans le domaine de l'économie de l'éducation, les théories classiques ont, jusqu'à ce jour, largement ignoré les structures scolaires. Celles qui s'inspirent de la théorie du capital humain (G. Becker, 1964, 1967; L. Lévy-Garboua, et A. Mingat, 1979) privilégient la représentation du choix éducatif individuel au travers d'un comportement d'accumulation de capital humain. Quant à celles qui s'inspirent de la théorie du filtre (M. Spence, 1973, 1974; J. Riley, 1975), elles mentionnent l'existence d'une institution scolaire, à laquelle elles attribuent une fonction de sélection des capacités innées des individus, mais sans s'intéresser à la manière dont celle-ci opère cette sélection.

Or, les structures scolaires traduisent la manière dont une société conçoit et réalise son organisation éducative. Celle-ci exprime, notamment, certains choix économiques d'allocation des ressources qui concernent l'éducation et entraînent des conséquences quant à l'efficacité obtenue à partir de ces choix. Les études révèlent effectivement une grande variété dans ces domaines. Par exemple, en France, seulement 63 % des 25-64 ans ont fait des études secondaires supérieures, contre plus de 80 % des Allemands et des Américains (OCDE, Regards sur l'Éducation 1995). Si l'on écarte les discussions habituelles portant sur la comparabilité du niveau scolaire entre ces différents pays, nous pouvons lire aussi dans ces faits ponctuels un effet des structures, c'est-à-dire un effet de la manière avec laquelle ces sociétés organisent leur système éducatif.

Ainsi, dans les pays où plus de 80 % d'une classe d'âge possède au moins un diplôme d'études secondaires supérieures, il n'est probablement pas discriminant de sortir à ce stade du système éducatif. On peut penser que d'autres critères, en dehors du nombre d'années d'études, sont plus importants comme la qualité de l'école ou de la formation suivie. La situation est très différente à ce point de vue dans un pays comme la France où près de 40 % de cette même classe d'âge ne possède qu'un diplôme du premier cyle du secondaire ou de l'école élémentaire. Ces faits révèlent une différence plus profonde entre, d'une part, des pays, comme l'Allemagne ou les États-Unis, ayant un système éducatif où prédomine la coexistence de filières autonomes offrant des formations de qualités inégales, et ceux, comme la France, où le système éducatif est traditionnellement désigné par le terme de «tronc commun» parce qu'il est dominé par une grande filière d'enseignement général[1] comportant différents points de sortie échelonnés dans le temps.

1. En France, en vertu du principe d'égalité devant l'éducation, les mêmes programmes, les mêmes réglementations s'imposent partout, au moins jusqu'au secondaire supérieur. L'enseignement universitaire prolonge ce schéma.

À l'appui de cette distinction entre «*systèmes de filières*» et «*système de tronc commun*», il est intéressant de remarquer que l'on peut appliquer une distinction de même type à l'histoire scolaire française puisque les structures éducatives actuelles, sous forme de tronc commun, sont le fruit d'une évolution économique et sociale associée à une volonté politique de transformation des structures éducatives antérieures, organisées en filières autonomes. Ces dernières étaient, en effet, également fondées sur la coexistence de deux filières parallèles, scolairement et socialement nettement différenciées : l'une, longue, menant à l'université en passant par le lycée où était préparé le baccalauréat, traditionnellement fréquentée par les enfants issus de la bourgeoisie; l'autre, courte, menant à l'apprentissage d'un métier préparé dans les écoles élémentaires supérieures, et fréquentée par les enfants issus du monde ouvrier et paysan.

Ces transformations des institutions scolaires françaises ont fait l'objet de débats et conflits politiques très vifs dans la mesure où l'on a toujours considéré que l'organisation du système éducatif influençait fortement les individus dans leurs choix. Ainsi, nombreux sont les hommes politiques ou les intellectuels de cette période qui pensaient qu'un système éducatif fondé sur une coexistence de filières différenciées était socialement plus discriminant qu'un système éducatif en forme de tronc commun, parce que le rôle de la famille était beaucoup plus prégnant dans le choix de la filière que dans celui de poursuivre ou de cesser ses études (R. Boudon, 1969).

La mise en place d'un système de tronc commun résulte d'une volonté de démocratisation de l'enseignement et d'extension de la scolarisation, commune, semble-t-il, à plusieurs pays latins, dont la France, l'Espagne et le Portugal. Or nous venons de voir que, paradoxalement, la production de capital humain apparaît plus faible dans ces pays que dans les pays germaniques ou anglo-saxons, au sens où une large proportion d'étudiants y quittent le système scolaire dès la fin de la scolarité obligatoire (c'est-à-dire vers l'âge de 15 ans en moyenne), ce qui tendrait à montrer que le système de tronc commun est, de fait, plus élitiste que le système de filières.

L'explication la plus intuitive de ce paradoxe réside dans la volonté de faire accéder la majorité de la population à un enseignement fait pour une élite, et autrefois réservé à cette dernière. Le système de tronc commun offre donc un enseignement unique, général, et souvent abstrait, à tous les élèves quels que soient leurs goûts et leurs aptitudes; la seule différenciation possible entre les individus étant la longueur des études. À ces points de vue, il est plus contraignant que le système de filières, en particulier pour les individus les moins aptes. Pour développer cette intuition, nous avons entrepris de représenter de manière formelle ce système de tronc commun avec ses contraintes et, en contrepoint, le système de filières, moins contraignant. L'objet de cette analyse sera donc de cerner les effets des contraintes ainsi spécifiées sur les choix éducatifs des agents et sur l'efficacité respective de ces systèmes. Nous nous attacherons tout particulièrement à expliquer comment et pourquoi le système de tronc commun engendre une production de capital humain inférieure au système de filières.

Nous proposons donc la spécification suivante : nous définirons un «*système de tronc commun*» comme un sytème éducatif où n'existe qu'une filière unique, longue, proposant plusieurs niveaux scolaires de sortie sanctionnés par des diplômes. Nous définirons, symétriquement, un «*système de filières*» comme un système éducatif où coexistent des filières parallèles offertes aux individus et où chacune de ces filières délivre un seul diplôme correspondant au niveau scolaire atteint en fin d'études dans cette filière. Nous supposerons de plus, afin de pouvoir comparer ces deux systèmes éducatifs, que chaque filière appartenant au système de filières offre un niveau final correspondant à un niveau intermédiaire offert par la filière unique du tronc commun. Nous supposerons, donc, que chacun des deux systèmes éducatifs offrent le même nombre de niveaux scolaires de sortie certifiés, c'est-à-dire de diplômes.

Le caractère contraignant du système de tronc commun, évoqué ci-dessus, prendra, dans notre modèle, la forme suivante : l'élève, scolarisé dans un cycle d'études donné, devra avoir atteint un niveau au moins égal au niveau exigé pour obtenir le diplôme correspondant à ce cycle, pour pouvoir accéder au cycle suivant. Au contraire, le système de filières n'imposera pas d'exigence de niveaux intermédiaires pour accéder d'un cycle d'études au suivant[2].

Cette spécification engendre un certain nombre d'implications. Celle sur laquelle nous concentrons notre analyse dans cet article, concerne la manière dont l'individu peut allouer et répartir son effort scolaire sur l'ensemble des cycles d'études. En effet, le fait de caractériser le système de tronc commun, notamment, par l'existence de niveaux intermédiaires à atteindre, implique pour l'individu une contrainte dans la répartition de son effort et donc un coût. On peut affirmer que cette implication a un effet sur l'efficacité respective des deux systèmes : à cause de ces contraintes supplémentaires, le système de tronc commun est moins efficace que le système de filières en ce sens que les profits y sont inférieurs ou égaux à ceux du système de filières pour tous les types d'individus, et que les profits et la production de capital humain y sont inférieurs à ceux du système de filières pour les individus les moins aptes.

Une autre implication possible de cette spécification est que la filière du tronc commun étant unique, les formations successives qu'il propose sont logiquement et pédagogiquement imbriquées. Il semble raisonnable de supposer que le *cursus* d'ensemble et les formations qu'il contient seront, dans l'ensemble, de

---

2. Ce dernier type d'organisation éducative nous semble bien illustrer les systèmes éducatifs germaniques ou d'influence germanique. En Allemagne, en Autriche ou aux Pays-Bas, par exemple, les élèves sont répartis dès l'âge de 11 ans, en moyenne, parmi un ensemble de filières parallèles. En revanche, le premier point de sortie du système et l'âge limite de scolarité obligatoire interviennent tardivement, vers l'âge de 18 ans. Il ne nous semble donc pas vraisemblable de supposer que l'on sélectionne les élèves une seconde fois en les excluant du système éducatif alors qu'ils le sont déjà par le type de *cursus* vers lequel ils ont été orientés. Par conséquent, l'on peut penser que même s'il existe une évaluation des connaissances à l'issue de chaque cycle, il n'est pas exigé, de manière draconienne, de niveau scolaire intermédiaire.

nature générale et donc moins *professionnalisables* que ceux proposés par le système de filières. Par conséquent, les diplômes offerts au sein du système de tronc commun, notamment ceux de niveau faible ou moyen, seront probablement moins immédiatement rentables que ceux offerts au sein du système de filières. Cet effet, qui va essentiellement dans le même sens que le précédent, et n'est donc pas susceptible de modifier les conclusions, ne sera pas développé dans le modèle.

Nous commencerons donc par définir les principaux concepts ayant trait aux structures éducatives et au comportement individuel, puis nous en analyserons les effets sur la répartition de l'effort studieux ainsi que sur l'efficacité respective de ces deux systèmes éducatifs.

1. LE MODÈLE

1.1 *Structures éducatives*

De manière générale, nous définirons une structure éducative comme l'ensemble des filières scolaires existantes au sein duquel chacune de ces filières propose au moins une formation, c'est-à-dire l'accession à un ou plusieurs diplômes successifs que nous appellerons niveaux scolaires de sortie certifiés par l'institution éducative. L'acquisition d'un niveau se réalise à travers la succession de différents cycles d'études formant ce que l'on appelle un *cursus*. Dans un tel cadre, les systèmes éducatifs distingués plus haut ne sont qu'une forme d'organisation particulière de ces filières autour d'un certain nombre de niveaux scolaires certifiés et nous y reviendrons plus loin. Définissons tout d'abord les notions les plus générales.

1.1.1 *Filières,* cursus *et cycles d'études*

Une filière est constituée d'une suite de cycles d'études formant un *cursus*. Formellement, la filière est désignée par un indice $k \in \{1, ..., K\}$ et le *cursus* de la filière k consiste en une suite de cycles d'études $l_k \in \{1, ..., L_k\}$ qui peuvent ou non être ponctués d'un contrôle de connaissances. Le rôle de la filière est de trois sortes : (i) elle offre la possibilité d'acquérir un niveau quelconque au sein d'une gamme continue de niveaux, (ii) elle organise des contrôles de connaissances, examens, tests, etc. (iii) elle distingue les élèves qui maîtrisent ces connaissances en les certifiant, c'est-à-dire en leur attribuant un diplôme. Poursuivons sur cette notion de niveau scolaire.

1.1.2 *Niveaux scolaires*

Le niveau scolaire est un ensemble de connaissances et d'aptitudes intellectuelles acquises, que nous désignerons par la lettre n. Dans une telle définition, les éléments qualitatifs sont indissociablement mêlés aux éléments quantitatifs, on ne peut donc pas réduire le niveau scolaire à une quantité. Si cardinaliser le niveau scolaire n'a aucun sens, en revanche on peut l'ordinaliser, ce que l'on fait systématiquement lorsque l'on compare deux à deux des diplômes nationaux en disant, par exemple, qu'un tel possède un diplôme de plus grande valeur que tel autre. Cette constatation simple est la raison pour laquelle nous supposerons qu'il existe une fonction de classement des niveaux scolaires :

Hypothèse 1 Nous supposons qu'il existe une fonction R, définie sur l'ensemble N des niveaux scolaires et prenant ses valeurs dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels, telle que $R(N) = (a, b)$, avec $0 < a < b$. On appelle R la fonction de rang et l'on dit que le niveau n est supérieur (resp. équivalent) au niveau n' si $R(n) > R(n')$ (resp. $R(n) = R(n')$)[3].

Replaçons maintenant cette notion de niveau scolaire, ainsi défini, dans son contexte de structures éducatives.

1.1.3 *Filières, cycles d'études et niveaux scolaires*

Le niveau scolaire n, précédemment défini, est repéré au sein de la structure éducative par la filière k et le cycle d'études l. Ainsi, le niveau scolaire de l'individu acquis dans la filière k au cours du cycle d'études l sera noté $n_{k,l}$ et appelé niveau effectif ($n_{k,l} \in [\,\overline{n}_{k,0}, \overline{n}_{k,L_k}]$). Par contre, le niveau certifié qui est un niveau défini, contrôlé et attesté par la structure éducative au moyen d'un diplôme sera noté ($\overline{n}_{k,l}$). Nous avons vu qu'au sein de la structure éducative ces niveaux certifiés ($\overline{n}_{k,l}$) ou diplômes sont proposés en filières organisant chacune un *cursus*.

Pour compléter la mise en forme de la structure éducative, nous supposerons conjointement qu'à l'intérieur de celle-ci : (i) les filières sont hiérarchisées selon un ordre croissant, (ii) au sein d'une filière, le *cursus* est organisé de manière progressive et, enfin, (iii) il n'existe pas de barrière à l'entrée, c'est-à-dire de niveau précis exigé et vérifié pour suivre le *cursus* proposé par la filière, soit respectivement :

Hypothèse 2 (i) Hiérarchie des filières : $k > k' \Rightarrow \overline{n}_{k,L_k} > \overline{n}_{k',L_{k'}}$, plus l'indice désignant la filière est grand plus le niveau de fin d'études qu'elle délivre est élevé; (ii) progressivité du *cursus* : $l > l' \Rightarrow \overline{n}_{k,l} > \overline{n}_{k,l'} > \forall k$, le niveau exigé puis certifié augmente avec le cycle d'études, quelle que soit la filière considérée; (iii) absence de barrière à l'entrée : $\overline{n}_{k,0} = a, \forall k$. Nous rappelons que l'intervalle des niveaux est $R(N) = (a, b)$. Ce qui signifie que le « niveau exigé » à l'entrée est le niveau minimum existant parmi la population.

Nous pouvons maintenant définir les systèmes éducatifs qui nous intéressent.

3. Cette relation binaire « n supérieur ou équivalent à n' » est un préordre complet, c'est-à-dire qu'elle vérifie les trois propriétés axiomatiques : complétude, réflexivité, transitivité.

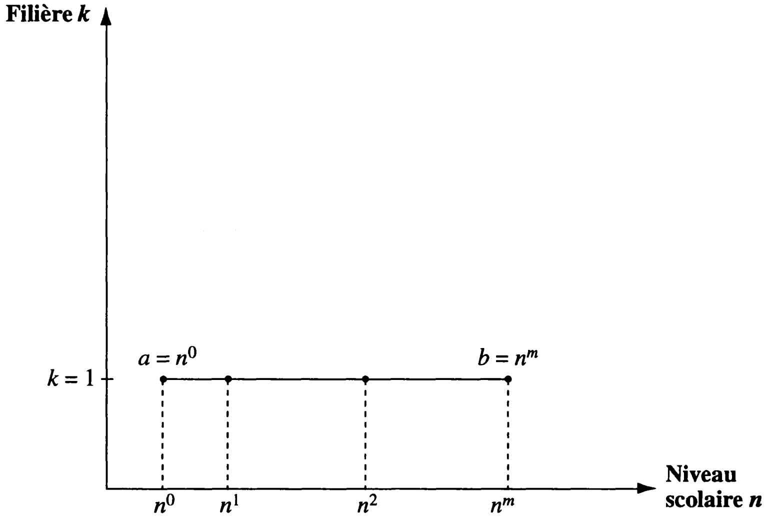
1.1.4 *Systèmes éducatifs de tronc commun et de filières*

En référence à ce qui a été dit précédemment, nous appellerons « système éducatif », une structure éducative particulière, c'est-à-dire, un mode d'articulation bien défini des filières et des *cursus* dont résulte une gamme donnée de niveaux certifiés. Les systèmes éducatifs particuliers auxquels nous consacrons notre étude sont, nous l'avons vu, *les systèmes éducatifs de tronc commun et de filières*. Ce sont, en fait, deux cas polaires, deux formes épurées d'organisation éducative, que nous avons décrites dans l'introduction. Essayons donc de définir formellement ces deux types de systèmes :

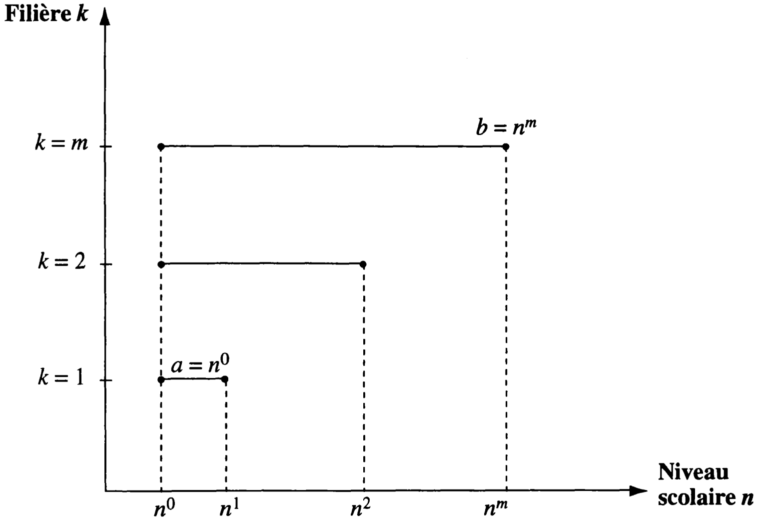
soit ($n^0 < n^1 < ... < n^m$), une gamme donnée de niveaux certifiés, ordinalement classés et émis par la structure éducative; le système éducatif est dit *de tronc commun* si cette gamme est proposée par une filière unique, c'est-à-dire si $n^l = \overline{n}_{k,l}$, $\forall l = 0, 1, ..., m$. Par contre, le système éducatif est dit *de filières*, si chacun des niveaux certifiés de la gamme correspond à un diplôme de fin d'études d'une filière distincte, c'est-à-dire si $n^k = \overline{n}_{k,L_k}$, $\forall k = 1, 2, ..., m$.

FIGURE 1

NIVEAUX CERTIFIÉS ET SYSTÈMES ÉDUCATIFS



Les niveaux certifiés sont disposés «en série»



Les niveaux certifiés sont disposés «en parallèle»

À présent, nous devons dire quelques mots à propos de la relation structure éducative–marché du travail. Cette relation est entièrement résumée par la fonction de gain.

1.2 *Marché du travail et fonction de gain*

La structure éducative permet l'acquisition d'un capital humain (représenté par la notion ordinale de niveau scolaire) et atteste l'acquisition de ce capital humain au moyen d'un diplôme ou niveau certifié. La gamme des niveaux acquis et certifiés par la structure éducative est comparable à une gamme de « produits » proposée à l'attention des agents : étudiants et entreprises.

La fonction de gain relie le niveau scolaire acquis à sa valeur de marché. Cette dernière est représentée par la somme des salaires perçus, du début de la vie active s à son terme T. Les salaires sont actualisés à la date d'origine $t = 0$, date de début des études. Nous avons donc, de manière formelle : $y(n) = \sum_{t=s}^{T} \rho_t w_t(n)$, où ρ_t représente le facteur d'actualisation de la date t.

Enfin, nous ferons l'hypothèse complémentaire que le marché valorise davantage le niveau certifié que le niveau effectif :

Hypothèse 3 Soit $a = n^0 < n^1 < ... < n^m = b$, la suite de niveaux certifiés proposés par la structure. Nous supposerons que la fonction de gain $y : [a, b] \to \mathbb{R}$ possède les deux propriétés suivantes :

(i) $y(n) = y(n^i)$ pour tout $n \in [n^i, n^{i+1}]$ et tout $i \in \{0, 1, ..., m\}$,

(ii) $y(n^i) > y(n^{i'})$, dès lors que $n^i > n^{i'}$.

Cette hypothèse traduit simplement l'idée qu'en l'absence de diplôme récent, donc de moyen d'estimer avec certitude le niveau scolaire, l'employeur préfère ne tenir compte que de ce qu'il peut constater aisément, c'est-à-dire du niveau certifié antérieurement acquis[4].

1.3 *L'individu et ses choix éducatifs*

Les choix éducatifs de l'individu dépendent simultanément de la structure éducative et du marché. La structure éducative propose une gamme de niveaux qu'elle certifie et cet *ensemble de niveaux scolaires* constitue un *ensemble de choix* dans lequel l'individu sélectionnera un niveau de sortie, en considérant comme donnée la valeur respective de chacun de ces niveaux sur le marché du travail.

---

4. Une description plus réaliste consisterait à distinguer les niveaux en fonction du système éducatif, en notant n^T et n^F les niveaux certifiés de même rang acquis respectivement dans le système de tronc commun et le système de filières. Les difficultés de professionnalisation du système de tronc commun évoquées en introduction se traduiraient alors au niveau des fonctions de gains par l'hypothèse suivante : pour les niveaux certifiés faibles ou moyens, l'on aurait $y(n^T) \leq y(n^S)$, avec une inégalité stricte pour les niveaux les plus faibles; et $y(n^T) > y(n^F)$ pour les niveaux les plus élevés. Cet effort de réalisme aurait pour effet de renforcer les résultats du modèle concernant la production de capital humain des individus les moins aptes, mais conduirait à nuancer les résultats relatifs à l'efficacité en valeur (profits individuels) des deux systèmes, la comparaison se déplaçant alors du terrain de l'efficacité à celui de l'équité.

Nous rappelons que suivant l'optique beckerienne, l'individu est perçu comme un producteur dans ces choix éducatifs : il produit du capital humain (ici, il acquiert des connaissances) à partir de ses ressources personnelles, en vue d'en retirer un bénéfice. Suivant cette logique, il se heurte à certains types de contraintes : *techniques* (représentées par la fonction de production) et *institutionnelles* (représentées, par exemple, par les paliers d'admission imposés par le système éducatif).

Face à ses choix et à cette logique de comportement, l'individu est lui-même doublement caractérisé par son niveau scolaire initial à l'entrée du *cursus* (capital culturel acquis) et par ses aptitudes naturelles que traduit la spécificité de la fonction de production individuelle. Nous noterons n_0^i ce niveau initial et nous ferons l'hypothèse que celui-ci est compris entre le niveau minimum n^0 et le premier niveau certifié n^1. Soit de manière formelle :

Hypothèse 4 n_0^i le niveau initial effectif de l'individu i à l'entrée du système éducatif, appartient à l'intervalle $[n^0, n^1]$.

Dans la partie qui suit, nous analyserons en détail chacun des éléments qui composent ces choix éducatifs et, de manière plus générale, le comportement individuel : les contraintes techniques de production représentées par les fonctions de production et de coût intrapériodes, les trajectoires et le profit, les contraintes institutionnelles et, enfin, le programme résumant le comportement de l'individu face au système éducatif.

1.3.1 *La représentation des contraintes techniques de production : la fonction de production* intrapériode

La progression scolaire s'effectue dans le cadre de filières organisées en *cursus*. Il semble donc naturel de rapporter la production scolaire au cycle d'études. Ainsi, nous pourrions considérer, par exemple, le niveau DEUG acquis pendant le premier cycle universitaire, ou encore le niveau Baccalauréat acquis à l'issue du cycle secondaire. C'est la raison pour laquelle nous parlerons de fonction de production *intrapériode*, individuelle.

De manière plus précise, nous définirons, pour chaque individu, la fonction de production *intrapériode* f_i : $[a, b] \times [0, E_{k,l}] \to \mathbb{R}$ qui, à chaque couple $(n_{k,l-1}, e_{k,l})$, associe la production de connaissances $I_{k,l} = n_{k,l} - n_{k,l-1}(1 - \delta)$ nette d'obsolescence. Cette production $I_{k,l}$, réalisée au cours du cycle l dans la filière k, représente donc un accroissement de niveau scolaire. $E_{k,l}$ représente la quantité maximale d'effort studieux que l'individu peut fournir au cours du cycle d'études ou limite physiologique. Nous la considérons identique quels que soient les individus, le cycle, la filière. Cela revient alors à dire que la production *intrapériode* elle-même est bornée.

Quant à l'allure de cette fonction de production, nous ferons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 5 f_i est non décroissante par rapport à sa première variable $n_{k,l-1}$, désormais notée plus simplement n, et est strictement croissante par rapport à sa seconde variable $e_{k,l}$. D'autre part, f_i est concave et deux fois différentiable, quel que soit i, et $f_i(n, 0) = 0$ pour tout $n \in [a, b]$.

Nous pouvons interpréter l'hypothèse 5 de la manière suivante : nous considérons que l'accumulation de connaissances peut rendre l'individu plus efficace, c'est-à-dire plus productif dans l'acquisition de nouvelles connaissances ($\partial_n f_i(n, e) \geq 0$); que tout effort scolaire se solde obligatoirement par une acquisition de connaissances ($\partial_e f_i(n, e) > 0$); qu'enfin, l'accumulation sans effort n'existe pas ($f_i(n, 0) = 0$ pour tout $n \in [a, b]$).

Il est nécessaire, pour compléter l'interprétation de l'hypothèse 5, ainsi que pour en envisager toutes les implications, d'introduire certaines définitions relatives aux *rendements*. Les *rendements intrapériodes* sont des rendements d'échelle répondant à la terminologie classique[5]. Ils concernent l'unique facteur variable à l'intérieur de la période l, l'effort scolaire $e_{k,l}$. S'agissant d'une fonction à une seule variable, ces mêmes rendements peuvent être saisis à l'aide de la dérivée seconde $\partial^2_{ee} f_i$ de f_i par rapport à e : les rendements d'échelle sont constants (resp. décroissants) si $\partial^2_{ee} f_i(n, e) = 0$ (resp. $\partial^2_{ee} f_i(n, e) < 0$) pour tout (n, e). Quant aux *rendements interpériodes*, ils concernent le facteur n. Ce ne sont pas des rendements d'échelle, puisque n est fixe à l'intérieur d'une période l. Nous dirons alors que ces rendements *interpériodes* sont constants (resp. croissants) lorsque $\partial_n f_i(n, e) = 0$ (resp. $\partial_n f_i(n, e) > 0$) pour tout (n, e).

La notion de rendements *interpériodes* permet d'appréhender le processus d'apprentissage ou plus précisément celui de cercle vertueux de l'apprentissage. Ainsi, lorsque les rendements *interpériodes* sont croissants, ceci signifie que l'individu « apprend à apprendre » : plus il apprend, plus son travail devient efficace et productif.

Par ailleurs, l'hypothèse de concavité est sans doute la plus forte, puisqu'elle implique des restrictions sur ces deux types de rendements. La concavité équivaut à ce que la matrice hessienne $\partial^2 f(n, e)$ soit semi-définie négative, ce qui implique, en particulier, que les éléments diagonaux $\partial^2_{nn} f_i(n, e)$ et $\partial^2_{ee} f_i(n, e)$ soient négatifs ou nuls.

Concernant les rendements *interpériodes*, $\partial^2_{nn} f_i(n, e) \leq 0$ signifie que ces rendements *interpériodes* croissent de moins en moins vite au fur et à mesure que le niveau acquis à chaque période croît. Concernant enfin les rendements d'échelle *intrapériodes*, $\partial^2_{ee} f_i(n, e) \leq 0$ signifie que ces mêmes rendements d'échelle,

5. Les rendements sont croissants (resp. constants; resp. décroissants) si $f(n, t \bullet e) > t \bullet f(n, e)$ (resp. $f(n, t \bullet e) = t \bullet f(n, e)$; resp. $f(n, t \bullet e) < t \bullet f(n, e)$).

relativement au facteur variable e, doivent être non croissants. L'acquisition nouvelle de connaissances est de moins en moins importante au fur et à mesure que les heures de travail s'accumulent.

1.3.2 *La représentation des contraintes techniques de production : la fonction de coût* intrapériode

La fonction de coût exprime le coût associé à l'effort scolaire e. Nous posons $w^i_{k,l}$ comme l'équivalent monétaire du coût psychologique que génère pour l'individu i une heure de travail scolaire dans le cycle l de la filière k. Par ailleurs, nous supposons $w^i_{k,l}$ identique, quels que soient i et l, et positif pour tout k. Nous le noterons simplement w_k.

Nous définirons la fonction de coût par inversion partielle de la fonction de production, soit :

$$c_i(w_k, n_{k,l-1}, f_i(n_{k,l-1}, e_{k,l})) = w_k \bullet e_{k,l},$$

où $w_k \bullet e_{k,l}$ est le coût pour l'individu i de la réalisation de l'investissement $I_{k,l} = f_i(n_{k,l-1}, e_{k,l})$ pour un niveau acquis $n_{k,l-1}$ et un équivalent monétaire unitaire du coût w_k donnés.

On remarquera que puisque f_i est strictement croissante en e, à chaque couple $(n_{k,l-1}, I_{k,l})$ de niveau acquis–investissement désiré correspond un niveau d'effort unique e^* et que le coût engendré par cet effort $w_k \bullet e^*$ est, par conséquent, également unique.

À propos des notations : afin de faciliter la lecture, les indices (k, l), i, etc., seront désormais omis, ceci afin de rendre les hypothèses, propositions, démonstrations plus lisibles.

Hypothèse 6 c est deux fois différentiable.

Proposition 1 Sous les hypothèses conjuguées à propos du coût de l'effort, de la fonction de production et de la fonction de coût *intrapériodes*, la fonction de coût possède les propriétés suivantes :

(i) $c(w, n, 0) = 0$ pour tout (w, n),

(ii) $\partial_w c > 0$ si et seulement si $I > 0$; $\partial_I c > 0$; $\partial_n c \leq 0$,

(iii) c est convexe en (n, I).

Si, de plus, les rendements *interpériodes* sont constants (resp. décroissants), nous avons $\partial_n c = 0$ (resp. $\partial_n c < 0$).

Si enfin les rendements d'échelle *intrapériodes* sont constants (resp. décroissants), nous avons $\partial^2_{II} c = 0$ (resp. $\partial^2_{II} c > 0$). (Démonstration en annexe.)

1.3.3 *Trajectoires et profit*

L'individu parcourt le système éducatif en réalisant à chaque cycle d'études l un investissement $I_{k,l}$. Une trajectoire dans la filière k, de l'individu i, consiste alors en une suite $I_k^i = \left(I_{k,l}^i\right)_{1 \le l \le \bar{l}}$ d'investissements successifs réalisés dans la filière k, dans le but d'atteindre un niveau quelconque de sortie.

La somme des connaissances supplémentaires acquises durant ce *cursus* est alors égale à $\sum_{l=1}^{\bar{l}} I_{k,l}^i$. Le niveau acquis à la sortie du système éducatif est lui-même égal à $\left[n_0^i + \sum_1^{\bar{l}} I_{k,l}^i\right] = \bar{n}_{k,\bar{l}}$, où n_0^i est le niveau initial de i, et le gain est donc $y\left(n_0^i + \sum_1^{\bar{l}} I_{k,l}^i\right) = y\left(\bar{n}_{k,\bar{l}}\right)$.

Le coût associé à une trajectoire est la somme actualisée à la date de début des études des coûts des investissements successifs. Afin de simplifier les écritures, nous ferons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 7 La durée d'un cycle d'études est la même, quels que soient les agents. Cette hypothèse permet d'associer à chaque cycle d'études (k, l) un facteur d'escompte unique $\rho_{k,l}$.

Elle signifie, en particulier, que nous excluons les redoublements. Nous pourrions envisager la possibilité de redoublement dans les deux systèmes. Dans le système de filières, même s'il n'existe pas d'exigences de niveau intermédiaire, on peut très bien concevoir l'existence d'une évaluation des connaissances à l'issue de chaque cycle d'études. L'étudiant peut alors choisir de redoubler et il peut choisir le moment optimal pour le faire. Dans le système de tronc commun, l'étudiant peut choisir également le redoublement mais il ne pourra pas toujours choisir le meilleur moment pour le faire. La possibilité de redoublement introduit ainsi davantage de liberté dans le système de filières qu'elle n'en introduit dans le système de tronc commun, et a donc pour effet de renforcer les résultats du modèle. Par ailleurs, l'introduction de la possibilité de redoublement alourdit considérablement l'écriture des fonctions de gains. Pour ces raisons, il ne nous a pas semblé opportun ni utile de le faire.

Le coût associé à la trajectoire $I_k^i = \left(I_{k,l}^i\right)_{1 \le l \le \bar{l}}$, au vecteur de facteur d'escompte $\rho = \left(\rho_{k,l}\right)_{1 \le l \le \bar{l}}$, et à l'équivalent monétaire du coût psychologique du travail scolaire w_k s'écrit alors :

$$C_i(w_k, \rho, I_k^i) = \sum_{l=1}^{\bar{l}} \rho_{k,l} \cdot c_i\left(w_k, \sum_{m=0}^{l-1} I_{k,m}^i, I_{k,l}^i\right),$$

où $I_{k,0}^i = n_0^i$ par convention.

Des formulations précédentes du gain et du coût, il résulte celle du profit. Le profit de l'individu i ayant réalisé la trajectoire I_k^i s'écrira donc :

$$\pi_i(w, \rho, I_k^i) = y\left(n_0^i + \sum_1^{\bar{l}} I_{k,l}^i\right) - C_i\left(w, \rho, I_k^i\right).$$

1.3.4 *Trajectoires réalisables*

L'individu i, nous le rappelons, acquiert de nouvelles connaissances en combinant son effort studieux aux connaissances précédemment acquises $f_i(n_{k,l-1}, e_{k,l}) = n_{k,l} - n_{k,l-1}$. Son niveau scolaire courant $n_{k,l}$ est alors la somme du niveau scolaire acquis $n_{k,l-1}$ et de l'investissement courant $I_{k,l}$.

Remarque Quel que soit $n_{k,l}$, à effort studieux donné, celui-ci dépend du stock de connaissances précédemment accumulées, $n_{k,l-1}$, et par récurrence inverse des stocks de connaissances antérieurs. Plus ceux-ci auront été élevés, plus le niveau scolaire courant sera élevé. Ainsi, l'investissement courant réalisable $I_{k,l}$ dépend, à travers n la variable de niveau scolaire acquis, de la suite complète des investissements antérieurs réalisés par l'individu i.

Nous appellerons donc trajectoire réalisable une suite d'investissements successifs compatibles chacun simultanément avec les deux sortes de contraintes (productives et institutionnelles) évoquées plus haut.

Nous aurons donc une infinité de trajectoires réalisables pour une filière k et un niveau de sortie $\bar{n}_{k,\bar{l}}$ donnés. L'ensemble de ces trajectoires réalisables, pour l'individu i, sera alors noté :

$$T_{k,1}^i = \Big\{I_k^i = \left\{I_{k,1}^i, I_{k,2}^i, \ldots, I_{k,\bar{l}}^i\right\} \in \mathbb{R}_+^{\bar{l}} \;\Big|\; I_{k,l}^i = f_i\left(n_{k,l-1}, e_{k,l}\right),$$

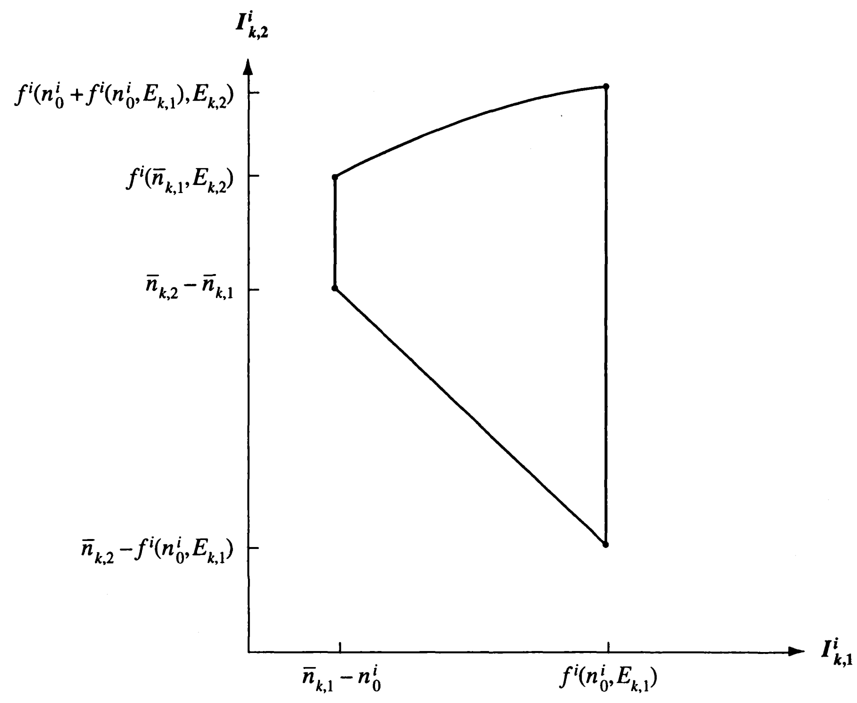
$$n_{k,l} = n_{k,l-1} + I_{k,l} \geq \bar{n}_{k,l} \text{ et } e_{k,l} \in \left[0, E_{k,l}\right] \forall l \geq 1\Big\}.$$

Nous illustrerons notre propos par un graphique à deux cycles d'études $l = 1, 2$:

La figure 2 donne l'ensemble des investissements du deuxième cycle compatibles avec les contraintes en fonction des investissements, eux-mêmes compatibles avec les contraintes, réalisés au cours du premier cycle.

FIGURE 2

REPRÉSENTATION DE L'ENSEMBLE DES TRAJECTOIRES RÉALISABLES



Un exemple d'ensemble de trajectoires réalisables dans un cas à deux cycles d'études.

1.3.5 *Le programme*

En réunissant tous les éléments que nous avons définis successivement, nous pouvons écrire et définir le programme de l'individu i :

Max $\pi^i(w, \rho, I^i_k)$,

$(\bar{n}_{k,\bar{l}}, I^i_k)$,

$I^i_k \in (T^i_{k,\bar{l}})$.

Remarque Le choix de l'individu i porte sur deux variables, car celui-ci doit choisir le niveau de sortie $\bar{n}_{k,\bar{l}}$ (choix discret) et la trajectoire I^i_k (choix continu).

2. CHOIX ÉDUCATIFS INDIVIDUELS ET EFFICACITÉ DES SYSTÈMES ÉDUCATIFS

Dans la première partie, nous avons formulé le comportement éducatif d'un individu guidé par la recherche du profit maximum, « producteur » de connaissances et d'aptitudes contraint par la « technique » et l'institution scolaire, face à un système éducatif qui peut être organisé soit en tronc commun, soit en filières.

Dans cette seconde partie, nous déduirons de ce modèle les choix de cet individu face à ces deux types d'organisation éducative et, finalement, nous examinerons comment et en quels termes nous pourrions comparer l'efficacité respective de ces différents systèmes éducatifs : en termes de valeur, il s'agirait de comparer les profits virtuels de l'individu dans chacun des systèmes éducatifs, en termes de quantité, il s'agirait de comparer sa production de capital humain dans ces mêmes systèmes.

2.1 *Un résultat préliminaire : la maximisation du profit implique la minimisation du coût*

Nous aurons comme résultat préliminaire au choix optimal : la trajectoire optimale $(I^i_{k*})^*$, celle qui rend le profit optimal, est aussi celle qui minimise le coût, soit plus précisément :

Proposition 2 Si $(I^i_{k*})^*$ est une trajectoire optimale de l'individu i – k^* étant la filière optimale et $(I^i_{k*})^*$ la suite d'investissements successifs réalisés par l'individu i dans cette filière – c'est-à-dire si $\pi_i(I^i_{k*})^* = \text{Max}\{\pi_i(I^i_k) \mid I^i_k \in T^i_k \text{ pour tout } k\}$, alors $(I^i_{k*})^*$ est un minimum de C_i dans l'ensemble des trajectoires réalisables pour l'individu i dans la filière k^* produisant le même niveau de sortie $n^* = \sum_{l=0}^{lk*} (I^i_{k*,l})^*$, c'est-à-dire $C_i((I^i_{k*})^*) = \text{Min}\left\{C_i(I^i_{k*}) \mid I^i_{k*} \in T^i_{k*} \text{ et } \sum_{l=0}^{\bar{l}k*} I^i_{k*,l} = n^*\right\}$.

Démonstration S'il existe I^i_{k*} dans T^i_{k*} tel que $\sum_{l=0}^{\bar{l}k*} I^i_{k*,l} = n^*$ et $C_i(I^i_{k*}) < C_i((I^i_{k*})^*)$, alors $\pi_i(I^i_{k*}) > \pi_i((I^i_{k*})^*)$, c'est-à-dire $(I^i_{k*})^*$, n'est pas un maximum de π_i.

2.2 *Trajectoires de minimisation du coût*

Nous définirons une trajectoire de minimisation du coût comme la trajectoire réalisable appartenant à l'ensemble $T^i_{k,\bar{l}}$ permettant de réaliser le coût minimum pour atteindre le niveau de sortie $\bar{n}_{k,\bar{l}}$ du cycle $\bar{l}$ dans la filière k.

À chaque niveau de sortie $\bar{n}_{k,\bar{l}}$ de la filière k correspond une famille de trajectoires réalisables, mais une seule trajectoire de minimisation du coût. Ainsi, dans un système éducatif organisé en tronc commun où il n'existe qu'une filière unique proposant différents niveaux de sortie, il y aura pour cette filière autant de trajectoires de minimisation du coût que de niveaux de sortie, chacune de ces trajectoires pouvant être la trajectoire optimale, c'est-à-dire celle qui maximise le profit.

En revanche, dans un système éducatif organisé en filières où il existe une multitude de filières proposant chacune un niveau de sortie différent, il y aura pour chacune des filières une seule trajectoire de minimisation du coût correspondant au seul niveau de sortie proposé par la filière.

La caractérisation de la ou des trajectoires de minimisation du coût s'effectuera en deux étapes : d'abord, à partir d'une discussion graphique du problème représentant le cas simple où la filière compte simplement deux cycles, et ensuite, dans le cas général où la filière compte une infinité de ces cycles en utilisant le théorème de Kuhn et Tucker.

La première étape possède des vertus pédagogiques : elle permet de manier aisément les éléments du modèle; la seconde étape consolide et stylise les résultats entrevus à l'issue de la première étape.

2.3 *Discussion graphique*

Le cadre autour duquel s'articule la discussion graphique se caractérise par une filière k, qui comprend deux cycles $l = 1, 2$ et des niveaux intermédiaires requis $\bar{n}_1, \bar{n}_2$.

Notre problème est alors de caractériser le coût minimal de production d'un niveau quelconque appartenant à l'ensemble $\{\bar{n}_1 < \bar{n}_2\}$ pour un individu possédant le niveau initial $n_0^i < \bar{n}_1$ (n_0^i également noté I_0).

2.3.1 *Écriture du programme de minimisation*

Si l'on omet les indices inutiles, le programme s'écrit :

* si l'objectif est $\bar{n}_1$, il n'y a pas de problème de répartition de l'effort entre les cycles, puisque dans ce cas, le *cursus* ne comporte qu'un cycle d'études

$$\min_{I_1} c(n_0^i, I_1)$$

$$\bar{n}_1 - n_i^0 \le I_1 \le f(n_0^i, E_1).$$

Il n'y a pas de solution si $f(n_0^i, E_1) < \bar{n}_1 - n_0^i$, mais il existe une solution unique dans le cas contraire ($f(n_0^i, E_1) > \bar{n}_1 - n_0^i$), car $\partial_l c > 0 : I_1 = \bar{n}_1 - n_0^i$.

** Seul l'objectif $\bar{n}_2$ est un cas intéressant et, dans ce cas, le programme s'écrit :

$$\min_{(I_1, I_2)} c(n_0^i, I_1) + \rho \cdot c(n_0^i + I_1, I_2).$$

Sous les contraintes :

$\bar{n}_1 - n_i^0 \leq I_1 \leq f(n_0^i, E_1)$

$\bar{n}_2 - \bar{n}_1 \leq I_2 \leq f(n_0^i + I, E_2)$.

Il est donc nécessaire de représenter les contraintes.

2.3.2 *La représentation des contraintes*

Nous avons déjà discuté plus haut la forme générale de l'ensemble des trajectoires réalisables; nous nous limiterons ici au cas intéressant où l'ensemble des trajectoires $\{(I_1, I_2) \mid \bar{n}_1 - n_0^i \leq I_1 \leq f(n_0^i, E_1) \text{ et } n - (n_0^i, E_1) \leq I_2 \leq f(n_0^i + I_1, E_2)\}$ réalisables et compatibles avec l'objectif n a un intérieur non vide dans $\mathbb{R}^2$, c'est-à-dire au cas où nous avons à la fois :

(i) $f(n_0^i, E_1) > \bar{n}_1 - n_0^i$: en fournissant l'effort maximum en première période, l'individu peut faire plus que le minimum exigé en premier cycle;

(ii) $f(n_0^i, E_1) + f(n_0^i + f(n_0^i, E_1), E_2) > n - n_0^i$: en fournissant l'effort maximum en première période puis en seconde période, l'individu peut réaliser plus que l'objectif n.

2.3.3 *Les courbes d'isocoût*

Une courbe d'isocoût décrit l'ensemble des combinaisons d'investissements associé à un coût total donné et, pour deux périodes, nous aurons la définition suivante : $\{(I_1, I_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid C(w, I_1, I_2) = \bar{c}\}$, où $\bar{c}$ est un nombre réel positif ou nul.

Nos hypothèses entraînent certaines conséquences sur la forme des courbes d'isocoût. La fonction C étant convexe en (I_1, I_2) comme combinaison de fonctions convexes, les courbes d'isocoût sont concaves par rapport à l'origine.

Le théorème des fonctions implicites permet, par ailleurs, d'identifier localement la courbe d'isocoût ou graphe d'une fonction implicite dont on connaît la dérivée. De manière précise, si $(\bar{I}_1, \bar{I}_2)$ est un point de l'intérieur de $\mathbb{R}_+^2$, c'est-à-dire si $\bar{I}_1 > 0$ et $\bar{I}_2 > 0$, et si, par ailleurs, $C(w, \bar{I}_1, \bar{I}_2, \rho) = \bar{c}$, il existe un voisinage U (respectivement V) de $\bar{I}_1$ (resp. $\bar{I}_2$) dans $\mathbb{R}$ et une fonction différentiable g de U dans V, tels que $g(\bar{I}_1) = \bar{I}_2$; $C(w, \rho, I_1, g(I_1)) = \bar{c}$ pour tout $I_1 \in U$ et :

$$\partial g(I_1) = -\frac{\partial_I c(w, n_0, I_1)}{\rho \cdot \partial_I c(w, n_0 + I_1, I_2)} - \frac{\partial_n c(w, n_0 + I_1, I_2)}{\partial_I c(w, n_0 + I_1, I_2)}$$

pour tout $I_1 \in U$. (Ces résultats sont démontrés en annexe.)

De manière plus précise, $\partial g(I_1)$ est exprimé ci-dessus comme la somme de deux termes (1) et (2) :

$(1) = -\dfrac{\partial_I c(w, n_0, I_1)}{\rho\,\partial_I c(w, n_0 + I_1, I_2)}$ s'interprète comme la variation de l'investissement de seconde période nécessaire pour maintenir le coût constant si l'investissement de première période augmente d'une unité et si le niveau de première période demeure constant; cette quantité est négative sans ambiguïté, puisque le coût marginal $\partial_I\, c(w, n, I)$ est positif;

$(2) = -\dfrac{\partial_n c(w, n_0 + I_1, I_2)}{\partial_I c(w, n_0 + I_1, I_2)}$ s'interprète comme la variation de l'investissement de seconde période nécessaire pour maintenir le coût constant si le niveau de première période augmente d'une unité, l'investissement de première période demeurant constant; ce terme est nul (resp. positif) si les rendements *inter-périodes* sont constants (resp. croissants).

$\partial g(I_1)$ sera donc négative si les rendements *interpériodes* sont constants, mais pourra être positive si les rendements *interpériodes* sont suffisamment croissants, c'est-à-dire si l'effet indirect de l'investissement de première période (via le niveau) sur le coût de seconde période l'emporte sur son effet direct sur le coût de première période.

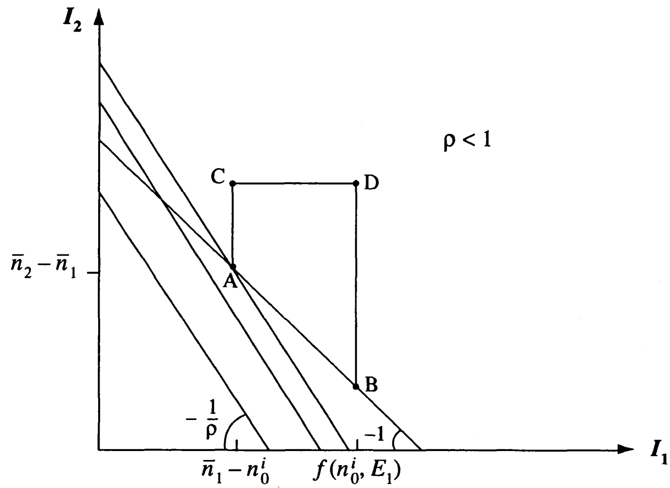
2.3.4 *Les trajectoires de minimisation du coût dans le cas des rendements* intra *et* interpériodes *constants*

Nous nous situons, sans perte de généralité significative, dans le cas qui semble *a priori* le plus vraisemblable, où l'individu peut atteindre $\bar{n}_1$, mais non $\bar{n}_2$ en première période, puis $\bar{n}_2$ en seconde période s'il a atteint $\bar{n}_1$ en première période.

La ou les trajectoires de minimisation sont alors le ou les points de l'ensemble ABCD des trajectoires réalisables, par lesquelles passe la courbe d'isocoût « la plus basse », c'est-à-dire le point A dans la figure 3a et les points du segment AB dans la figure 3b.

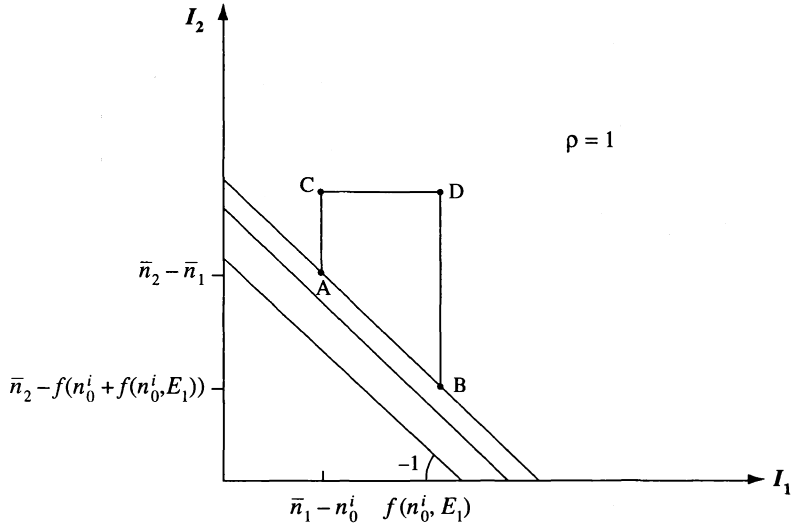
FIGURE 3A

REPRÉSENTATION DES TRAJECTOIRES DE MINIMISATION DU COÛT



La trajectoire de minimisation du coût lorsque les rendements *intra* et *inter* sont constants et le facteur d'escompte < 1.

FIGURE 3B



La trajectoire de minimisation du coût lorsque les rendements *intra* et *inter* sont constants et le facteur d'escompte = 1.

La ou les trajectoires de minimisation des coûts peuvent prendre les deux formes types suivantes :

* si $\rho < 1$, c'est-à-dire si le taux d'intérêt est positif, il existe une trajectoire de minimisation du coût et une seule $(I_1^*, I_2^*) = (\bar{n}_1 - n_0^i; \bar{n}_2 - \bar{n}_1)$ qui consiste à réaliser chaque année le minimum exigé (« solution en coin »), figure 3a;

* si $\rho = 1$, c'est-à-dire si le taux d'intérêt est nul, les trajectoires de minimisation du coût décrivent le segment AB = $[(\bar{n}_1 - n_0^i, \bar{n}_2 - \bar{n}_1); (f(n_0^i, E_1), \bar{n}_2 - (n_0^i + f(n_0^i, E_1)))]$ (indétermination, figure 3b).

Dans le cas de la figure 3a, il apparaît qu'en toute trajectoire du segment AB, l'individu peut diminuer son coût de production de $\bar{n}_2$ en modifiant la répartition de son effort, de manière à diminuer l'effort de première période. Au point A = (I_1^*, I_2^*), l'individu désire toujours redistribuer son effort de manière à diminuer son coût, mais il se heurte à la contrainte de niveau minimum exigé en première période ($n_1 \geq \bar{n}_1$). Ce point (I_1^*, I_2^*) correspond donc à la répartition de l'effort entre les deux cycles qui minimise le coût de production de $\bar{n}_2$.

Contrairement au cas représenté dans la figure 3a, il apparaît qu'en toute trajectoire du segment AB de la figure 3b, l'individu ne peut diminuer son coût de production de $\bar{n}_2$ en réallouant l'effort entre les cycles. Tous les points (I_1, I_2) du segment AB sont des points de tangence, ce qui signifie qu'en tous ces points, l'individu minimise son coût en choisissant cette répartition de l'effort entre les deux cycles; il est donc indifférent entre toutes les trajectoires représentées par les points du segment AB.

2.3.5 *Les trajectoires de minimisation du coût dans le cas des rendements* intrapériodes *décroissants et* interpériodes *constants*

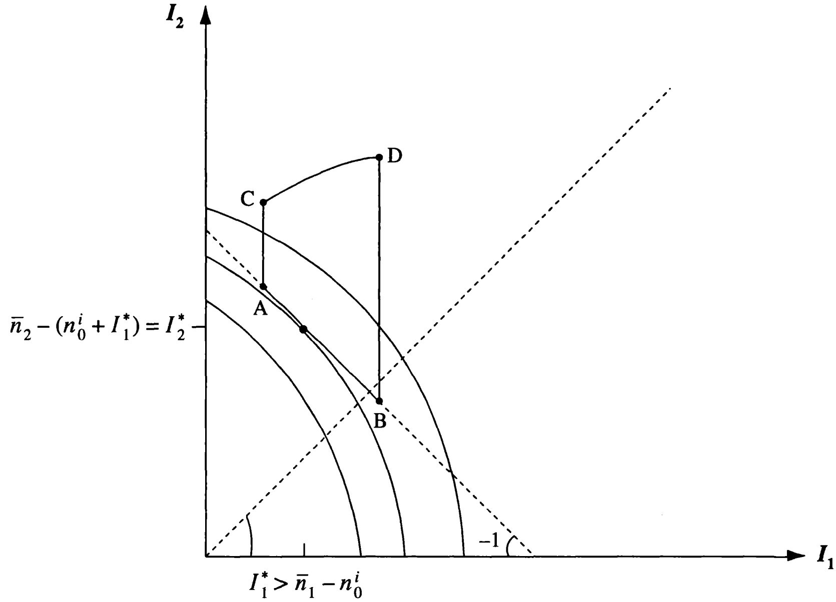
On adopte la même représentation de l'ensemble des trajectoires réalisables que ci-dessus. La solution graphique s'obtient de la même manière en recherchant la courbe d'isocoût la plus basse compatible avec l'appartenance de la trajectoire à l'ensemble ABCD des trajectoires réalisables.

On rencontre alors les trois solutions typiques suivantes.

Dans le premier cas, celui représenté en figure 4, la trajectoire de minimisation du coût correspond à un point intérieur du segment AB : l'individu choisit une répartition de son effort entre les deux cycles qui le conduit à réaliser davantage que le minimum exigé en première période (solution intérieure : $I_1^* \in]\, \bar{n}_1 - n_0^i, f(n_0^i, E_1)[$).

FIGURE 4

REPRÉSENTATION DES TRAJECTOIRES DE MINIMISATION DU COÛT (SUITE)



La trajectoire de minimisation du coût avec des rendements *intra* décroissants et *inter* constants : solution intérieure.

Dans le deuxième cas, la trajectoire de minimisation du coût est le point A : l'individu choisit de réaliser le minimum exigé à chacune des deux périodes (solution en coin : $I_1^* = \bar{n}_1 - n_0^i$).

Enfin, dans le troisième cas, la trajectoire de minimisation du coût est le point B : l'individu choisit de réaliser l'effort maximal en première période (solution en coin : $I_1^* = f(n_0^i, E_1)$).

Ces résultats s'interprètent également de la manière suivante.

Concernant le premier des trois cas, il apparaît qu'en toute trajectoire du segment [A, I^*[, l'individu peut diminuer son coût de réalisation de l'objectif $\bar{n}_2$ en modifiant la répartition de son effort entre les deux cycles, de manière à augmenter son effort de première période; symétriquement, en toute trajectoire du segment]I^*, B], l'individu peut diminuer son coût de production de $\bar{n}_2$ en modifiant la répartition de son effort, de manière à augmenter l'effort de seconde période. Le point de tangence (I_1^*, I_2^*) correspond, par conséquent, à la répartition de l'effort entre les deux cycles qui minimisent le coût de réalisation de $\bar{n}_2$.

Si l'on examine à présent le deuxième cas, on constate que le coût de production minimal de $\bar{n}_2$ est atteint au point A où l'individu ne peut diminuer davantage son effort de premier cycle sans sortir du domaine des trajectoires réalisables, c'est-à-dire sans violer la contrainte de niveau minimum exigé $I_1 \geq \bar{n}_1 - n_0^i$.

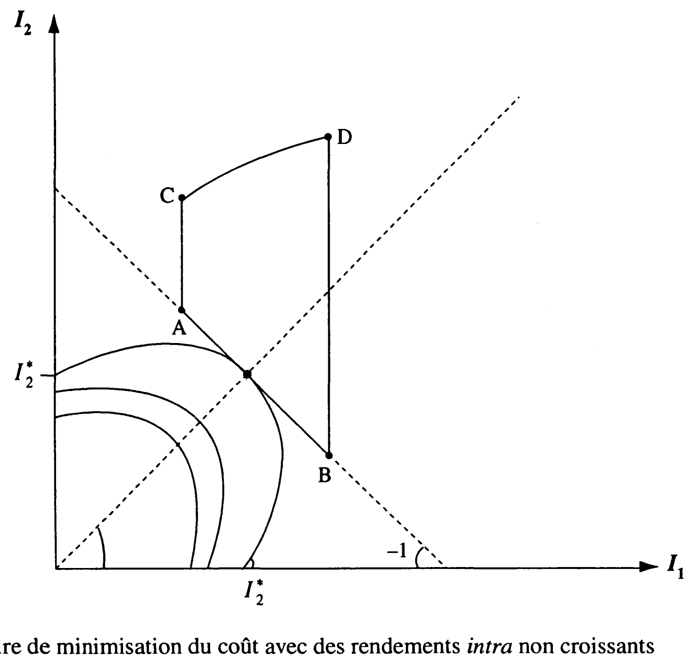
Enfin, dans le troisième et dernier cas, le coût minimal est atteint au point B, où l'individu ne peut accroître davantage son effort de première période, puisqu'il se heurte alors à la contrainte d'effort maximal $e_1 \leq E_1$.

2.3.6 *Les trajectoires de minimisation du coût dans le cas des rendements* intrapériodes *non croissants et* interpériodes *croissants*

On rencontre les trois solutions typiques suivantes qui peuvent être interprétées de la même manière que précédemment : solution intérieure I^* représentée en figure 5; solution en coin A; solution en coin B. Il faut noter que cette dernière solution B n'est plus nécessairement située au-dessus de la diagonale, du fait de la croissance des rendements *interpériodes*.

FIGURE 5

REPRÉSENTATION DES TRAJECTOIRES DE MINIMISATION DU COÛT (SUITE)



La trajectoire de minimisation du coût avec des rendements *intra* non croissants et *inter* croissants : solution intérieure.

La discussion heuristique menée dans le cas d'une filière à deux cycles montre que nos hypothèses sont compatibles avec une grande variété de trajectoires de minimisation du coût, incluant aussi bien les solutions en coin du type A (effort minimal à chaque période, c'est-à-dire $I_1 = \bar{n}_1 - n_0^i$ et $I_l = \bar{n}_l - \bar{n}_{l-1}$, $\forall l \geq 2$), ou du type B (effort maximal à chaque période, sauf la dernière, c'est-à-dire $I_l = f(n_{l-1}, E_l)$ pour tout $l < L$) que toute la gamme des solutions intérieures comprises entre ces deux extrêmes. Elle suggère également que les solutions en coin de type B ne deviennent plausibles qu'en présence de rendements *interpériodes* suffisamment croissants.

Pour conclure, nous dirons que la discussion graphique fait clairement apparaître le sens du programme de minimisation du coût : il définit la ou les trajectoires qui permettent la meilleure répartition de l'effort entre les cycles d'études successifs pour la réalisation de l'objectif de niveau.

2.3.7 *Les trajectoires de minimisation du coût dans une filière comportant un nombre quelconque de cycles*

Nous considérons une filière polycycles k proposant une suite $(\bar{n}_{k,l})_{1 \leq l \leq L_k}$ et nous cherchons à caractériser la ou les trajectoires qui minimisent le coût de production de $\bar{n}_{L_k}$ pour un individu i quelconque.

Formellement, le programme de minimisation du coût s'écrit, en omettant les indices k et i :

$$\underset{(I_l)_{1 \leq l \leq L}}{\text{Min}}\ C(w, \rho, I) = \sum_{l=1}^{L} \rho_l \cdot c(w, n_{l-1}, I_l),$$

$$\text{avec } n_0 + \sum_{l=1}^{L} I_l \geq \bar{n}_L \text{ et } \bar{n}_1 - n_{l-1} \leq I_l \leq f(n_{l-1}, E_l)\ \forall l = (1, ..., L),$$

où $\rho_1 = 1$, n_0 représentant le niveau initial de l'individu et $n_l = n_{l-1} + I_l$ pour tout l.

Nous supposerons, comme dans la discussion graphique ci-dessus, que l'intérieur de l'ensemble des trajectoires réalisables de l'agent est non vide (condition de Slater). Cette hypothèse est justifiée par deux types de considérations complémentaires : elle signifie, d'une part, que l'individu est en situation de choisir, que son choix n'est pas annihilé par le jeu des contraintes, et d'autre part, elle garantit, combinée avec les hypothèses de différentiabilité et de convexité, que les conditions de premier ordre de Kuhn et Tucker sont à la fois nécessaires et suffisantes, c'est-à-dire qu'elles caractérisent les trajectoires de minimisation du coût.

Hypothèse 8 Condition de Slater. Pour tout $l = 1, ..., L$, $\hat{n} + f(\hat{n}_{l-1}, E_1) > \bar{n}_l$ où $\hat{n}_0 = n_0$ et $\hat{n}_l$ est le niveau acquis en réalisant l'effort maximal E_t à tous les cycles $t \leq l$.

La caractérisation des trajectoires de minimisation du coût entrevues au cours de la discussion graphique est obtenue de manière rigoureuse grâce aux conditions de Kuhn et Tucker.

Proposition 3 Pour que I^* soit une trajectoire de minimisation du coût de production du niveau $\bar{n}_L$, il faut et il suffit :

(i) que I^* soit réalisable,

(ii) $n_0 + \sum_{l=1}^{L} I_l^* = \bar{n}_L$,

(iii) qu'il existe $(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+^L \times \mathbb{R}_+^L$ tel que pour tout l :

$$\partial_l\, C(w, \rho, I^*) = \alpha + \sum_{t \geq 1} \beta_t - \gamma_1 + \sum_{t \geq l+1} \gamma_t\, \partial_n\, f(n^*_{t-1}, E_t),$$

$$\beta_l (I^* + n^*_{t-1} - \bar{n}_1) = 0 \quad \alpha(n_0 + \sum_{l=1}^{L} I_l^* - \bar{n}_L) = 0 \quad \gamma_l (f(n^*_{t-1}, E_l) - I_l^*) = 0,$$

$$(\text{où } n_0^* = n_0^i = n_0 \text{ et } n_1^* = n_0 + \sum_{t=1}^{l} I_t^* \text{ pour tout } l \geq 1).$$

Corollaire 1 I^* est une solution intérieure du programme de minimisation du coût de production de $\bar{n}_L$, si et seulement si :

(i) I^* appartient à l'intérieur du sous-ensemble des trajectoires réalisables telles que $n_0 + \sum_{l=1}^{L} I_l = \bar{n}_L$;

(ii) il existe un nombre réel $\alpha > 0$ tel que pour tout l, $\partial_{I_l} C(w, \rho, I^*) = \alpha$.

I^* est une solution en coin de type A du programme de minimisation du coût de production de $\bar{n}_L$ si et seulement si :

(i) I^* est réalisable;

(ii) $\partial_{I_l} C(w, \rho, I^*) \geq \partial_{I_{l+1}} C(w, \rho, I^*)$ pour tout l.

Corollaire 2 Si les rendements sont constants, dans chaque cycle et entre les cycles, alors l'ensemble des trajectoires de minimisation du coût de production de $\bar{n}_L$ est le sous-ensemble des trajectoires réalisables telles que $n_0 + \sum_{l=1}^{L} I_l = \bar{n}_L$, dès lors que les taux d'escompte sont tous égaux à 1; ce sous-ensemble est réduit à la solution en coin de type A, lorsque cette dernière est réalisable et que la suite $(\rho_l)_{1 \leq l \leq L}$ des taux (où $\rho_1 = 1$) est strictement décroissante (c'est-à-dire telle que $\rho_{l+1} < \rho_l$ pour tout l).

Corollaire 3 Si les rendements sont décroissants dans chaque cycle et constants entre les cycles, alors l'ensemble des trajectoires de minimisation du coût de production de $\bar{n}_L$ est réduit à une solution en coin de type A, lorsque cette dernière est réalisable et que les exigences de l'institution sont non croissantes pour l'individu, c'est-à-dire dès lors que la suite $(\bar{e}_l)_{1 \le l \le L}$, définie de manière unique par les relations $f(n_0, \bar{e}_1) = \bar{n}_1 - n_0$ et $f(\bar{n}_{l-1}, \bar{e}_l) = \bar{n}_l - \bar{n}_{l-1}$ pour tout $l \ge 2$, est non croissante.

Corollaire 4 La trajectoire, I^* telle que $I_l^* = f(n_{l-1}^*, E_l)$ pour tout $l < L$ et $I_L^* = \bar{n}_L - \bar{n}_{L-1}^*$ (où $n_0^* = n_0^i$ et $n_l^* - n_{l-1}^* = I_l^*$ pour tout $l \ge 1$), c'est-à-dire la trajectoire correspondant à l'effort maximal à chaque cycle sauf le dernier, ne peut être une trajectoire de minimisation du coût de réalisation de $\bar{n}_L$ pour un individu dont les rendements *interpériodes* sont constants et les rendements *intrapériodes* sont décroissants, si la suite $(I_l^*)_{1 \le l \le L}$ est décroissante et que l'une au moins des inégalités $I_l^* \ge I_{l+1}^*$ est stricte.

Si, en particulier, $E_l = E$ pour tout l, le programme de minimisation du coût de production de $\bar{n}_L$ d'un individu de ce type n'aura pas de solution en coin de type B.

Toutes les démonstrations (proposition 3 et corollaires 1, 2, 3, 4) sont reportées en annexe afin de ne pas entraver la lisibilité.

Nous venons donc de montrer que :

(i) en rendements constants, *intra* et *intercycles*, toutes les trajectoires réalisables du segment B minimisent le coût si les taux d'escompte ρ_l sont égaux à 1; sous les mêmes hypothèses de rendement, la trajectoire de minimisation du coût est une solution en coin de type A si la suite $(\rho_l)_{1 \le l \le L}$ des taux d'escompte (où $\rho_l = 1$) est strictement décroissante, c'est-à-dire telle que $\rho_{l+1} < \rho_l$ pour tout l;

(ii) en rendements *intracycles* décroissants et *intercycles* constants, la trajectoire de minimisation du coût est une solution en coin de type A, si les exigences de l'institution sont décroissantes (au sens large) pour l'individu, c'est-à-dire si la suite $(\bar{e}_l)_{1 \le l \le L}$ des efforts minima exigés, définie de manière unique par les relations $f(n_0, \bar{e}_1) = \bar{n}_1 - n_0^i$ et $f(\bar{n}_{l-1}, \bar{e}_l) = \bar{n}_l - \bar{n}_{l-1}$ pour tout $l \ge 2$, est décroissante;

(iii) en rendements *intracycles* décroissants et *intercycles* constants, la trajectoire de minimisation du coût ne peut être une solution en coin de type B, dès lors que la suite des investissements associés est décroissante.

2.4 *Efficacité des systèmes éducatifs*

Nous avons vu qu'une même suite de niveaux certifiés $(\bar{n}^q)_{1 \le q \le m}$ avec $(a < \bar{n}^1 < \dots < \bar{n}^m < b$ et $m \ge 2)$ peut être disposée, soit en « série », dans un système de tronc commun pur, soit en « parallèle », dans un système de filières pur. Nous supposerons, par ailleurs, que ces deux systèmes sont équivalents tant du point de vue de la technique de production (fonction de production individuelle *intracycle*, division du temps en cycles d'études identiques) que du point de vue des valeurs (équivalent monétaire du coût psychologique, fonction de gain, taux d'escompte identiques).

Hypothèse 9 Soit $(\bar{n}^q)_{1 \leq q \leq m}$, une suite de niveaux certifiés telle que $m \geq 2$ et $a < \bar{n}^1 < ... < \bar{n}^m = b$. Le système de tronc commun est constitué d'une filière unique, $k = 1$, divisée en m cycles $l = 1, ..., m$; chaque cycle l délivrant un niveau certifié $\bar{n}^l$, requis pour accéder au cycle $l + 1$ si $l < m$. Le système de filières est constitué de m filières $k = 1, ..., m$; chaque filière k est elle-même divisée en k cycles $l = 1, ..., k$; le cycle l de la filière k du système de filières a la même durée que le cycle l de la filière unique du système de tronc commun, mais il ne donne lieu à aucune épreuve de certification, à l'exception du cycle k de la filière k, qui délivre le niveau certifié $\bar{n}^k$. Nous supposons enfin que la fonction de production *intracycle* f_i de l'individu i est identique dans les deux systèmes, quel que soit i; l'équivalent monétaire du coût de l'effort est identique dans les deux systèmes (on le note w); le taux d'escompte associé au cycle l est le même quels que soient la filière ou le système (on le note ρ_l); les fonctions de gains sont identiques dans les deux systèmes.

Les deux systèmes, illustrés, dans la figure 1 du début, sont donc définis, de telle sorte qu'ils ne diffèrent que par les contraintes institutionnelles qu'ils font peser sur les choix éducatifs.

Nous montrons alors, dans ce qui suit, que les profits, et sous une hypothèse raisonnable, les niveaux individuels produits, sont supérieurs ou égaux, dans le système de filières, à ce qu'ils sont dans le système de tronc commun. Nous en déduisons que le système de filières est plus efficace que le système de tronc commun, aussi bien en valeur qu'en produit, à la condition que le coût administratif d'organisation et de fonctionnement soit identique dans les deux systèmes.

2.4.1 *Systèmes éducatifs et profits individuels*

Nous nous intéressons ici à l'efficacité, en valeur, des systèmes éducatifs. Nous montrons, dans les propositions 4 et 5 ci-dessous, que le système de filières est plus efficace que le système de tronc commun, au sens où le profit de chaque individu est supérieur, au sens large, dans le premier système (proposition 4), le profit de certains types d'individus étant, de plus, supérieur strictement (proposition 5).

Proposition 4 Le profit maximal d'un individu quelconque dans le système de filières est supérieur ou égal à son profit dans le système de tronc commun. (Démonstration en annexe.)

Proposition 5 Soit un individu dont la production optimale dans le système de filières est $\bar{n}^q$ avec $q \geq 2$; la fonction de production est à rendements *inter-périodes* constants; $f(n_0, E_1) > \bar{n}_1 - n_0$ et $f(\bar{n}^l, E_l) > \bar{n}^l - \bar{n}^{l-1}$ pour tout $l \geq 2$; si la suite $(\rho_l)_{1 \leq l \leq m}$ des taux d'escompte est strictement décroissante et si la suite $(\hat{e}_l)_{1 \leq l \leq q}$ des efforts minima nécessaires à l'individu considéré pour produire $\bar{n}^q$ dans la filière de tronc commun est strictement décroissante, alors son profit maximal dans le système de filières est strictement supérieur à son profit maximal dans le système de tronc commun. (Démonstration en annexe.)

Ces résultats sont la traduction, en valeur, du fait que le système de tronc commun est plus contraignant pour les individus que le système de filières. La contrainte institutionnelle, supplémentaire, imposée par le tronc commun d'acquérir le niveau $\bar{n}^l$ pour pouvoir participer au cycle $l + 1$, limite en effet les possibilités individuelles d'allocation de l'effort entre les cycles et augmente ainsi (au sens large pour tous, au sens strict pour les individus « contraints ») le coût minimal de production d'un niveau quelconque.

2.4.2 *Systèmes éducatifs et production de capital humain*

Nous pouvons également comparer les deux systèmes du point de vue de leur efficacité productive. La conclusion est de même nature. Nous montrons, en effet, dans la proposition 6, que le niveau produit par chaque individu dans le système de filières est supérieur, au sens large, au niveau produit dans le système de tronc commun sous l'hypothèse raisonnable que les surcoûts engendrés pour les individus par le système de tronc commun soient croissants (au sens large) avec le niveau certifié.

Proposition 6 La production optimale de niveau scolaire d'un individu quelconque dans le système de filières est supérieure ou égale à sa production optimale dans le système de tronc commun, dès que les surcoûts engendrés pour les individus par le système de tronc commun croissent, au sens large, avec le niveau certifié. (Démonstration en annexe.)

Les contraintes restreignant dans le système de tronc commun les possibilités individuelles d'allocation de l'effort entre les cycles, elles sont donc susceptibles de conduire à réduire la production de capital humain et ne peuvent en tout cas pas conduire à l'augmenter.

CONCLUSION

Rappelons, pour conclure, que l'objet de l'article, l'analyse de l'impact de systèmes éducatifs différenciés sur le comportement scolaire individuel, est atteint à partir de l'analyse successive de deux problèmes.

Le premier problème est celui de la recherche, par l'individu, de la meilleure allocation possible de son effort scolaire sur l'ensemble des cycles d'études que comporte son *cursus*. Cette recherche de l'allocation de l'effort studieux la moins coûteuse pour l'individu est elle-même une étape préliminaire dans un comportement plus général de recherche rationnelle du niveau de sortie optimal (celui qui garantit le profit maximum).

Le second problème est celui de l'efficacité comparée de ces deux systèmes éducatifs, d'un double point de vue : celui des profits virtuels que ces systèmes éducatifs peuvent garantir aux individus, et celui de la production de capital humain que, par leur organisation respective, ces deux systèmes éducatifs génèrent.

Les deux problèmes ainsi distingués sont logiquement imbriqués, l'analyse de l'efficacité comparée de ces deux systèmes éducatifs découlant de celle des comportements d'individus évoluant dans des cadres plus ou moins contraignants.

Concernant les choix éducatifs opérés par les agents, nous caractérisons les trajectoires (ou allocations de l'effort scolaire) qui minimisent le coût. Celles-ci dépendent des hypothèses retenues quant aux rendements, taux d'escompte, exigences institutionnelles, etc. Un faisceau d'hypothèses décrit ainsi un profil scolaire individuel : les rendements expriment les rythmes de l'acquisition scolaire; le taux d'escompte, le taux de préférence pour le présent; le niveau initial, le capital culturel ou familial, etc. Le modèle nous permet donc de prédire quelle sera l'allocation de l'effort choisie par l'individu en fonction du profil scolaire standard choisi. Une des conclusions de notre analyse est, ici, que, dans un système de tronc commun pur, l'individu « moyen » choisira de réaliser systématiquement l'effort minimum lui permettant d'atteindre juste le niveau requis à l'issue de chacun des cycles d'études que comprend son *cursus*.

Enfin, concernant le problème de l'efficacité comparée des deux systèmes éducatifs, nous démontrons que le système éducatif de filières pur est plus efficace que le système de tronc commun pur, au sens où les profits et la production de capital humain obtenus sont plus importants dans le système éducatif de filières pur, notamment pour les individus les moins aptes.

Il faudrait sans doute nuancer ces conclusions, si l'on introduisait dans l'analyse les problèmes d'incertitude et d'information imparfaite, sous la forme d'un «risque» d'échec scolaire. Il est tout à fait possible que cette introduction amende le résultat d'efficacité en faveur du système de tronc commun. On remarque ainsi, par exemple, que, dans la réalité, les formations organisées en filières présentent souvent de sérieuses barrières à l'entrée. Celles-ci peuvent s'interpréter comme un moyen, pour la structure comme pour les candidats, d'apprécier leurs niveaux individuels et celui requis par la formation et ainsi d'éliminer une partie des risques inhérents à l'engagement d'une scolarité dans une filière. Les exigences de niveau intermédiaire du système de tronc commun rendent le même type de service (contrôle des risques), mais en évitant les barrières à l'entrée. Les modalités de contrôle des connaissances du système de tronc commun permettent donc sans doute un meilleur contrôle des risques individuels, dans la perspective d'une démocratisation de l'enseignement «à la française», qui consiste en une large diffusion d'un type d'enseignement général. La question devient alors de savoir dans quelles limites ce type de démocratisation est souhaitable, et notamment quelle part l'on doit souhaiter pour l'enseignement professionnel dans le cadre du processus général d'allongement des durées de scolarité.

ANNEXE

Démonstration 1 (i) Comme $\partial_e f > 0$ et $f(n, 0) = 0\ \forall n$, on a en fait, quel que soit $n : f(n, e) = 0 \Leftrightarrow e = 0$. Donc $c(w, n, 0) = w \bullet 0 = 0$, quel que soit n. (ii) En différenciant l'identité de définition de c, c'est-à-dire $c(w, n, f(n, e)) = w \bullet e$, par rapport à w, on obtient : (a) $\partial_w c(w, n, f(n, e)) = e$ et comme $e > 0$ si et seulement si $f(n, e) > 0$, on a bien $\partial_w c > 0$ si et seulement si $I > 0$. De la même manière, en différenciant l'identité de c par rapport à e, on obtient : (b) $\partial_I c(w, n, f(n, e)) \bullet \partial_e f(n, e) = w$, soit encore, puisque par hypothèse on a $\partial_e f(n, e) > 0$: $\partial_I c(w, n, f(n, e)) = w \bullet (\partial_e f(n, e))^{-1} > 0$ pour tout (n, e); on a donc bien $\partial_I c > 0$ pour tout (n, e). (c) Enfin, en différenciant $c(w, n, f(n, e)) = w \bullet e$ par rapport à n, on obtient : $\partial_n c + \partial_I c \bullet \partial_n f(n, e) = 0 \Rightarrow \partial_n c = -\partial_I c \bullet \partial_n f(n, e) \Rightarrow \partial_n c = -w \bullet (\partial_e f(n, e))^{-1} \bullet \partial_n f(n, e)$. Comme $\partial_n f(n, e) \geq 0$ et $\partial_e f(n, e) > 0$, nous avons bien $\partial_n c \leq 0$, pour tout (n, e). *Remarque :* Si en particulier $\partial_n f = 0$ (resp. $\partial_n f > 0$), alors $\partial_n c = 0$ (resp. $\partial_n c < 0$).

Il reste à démontrer la *convexité* de c en (n, I) : nous voulons montrer que $c(w, \lambda n + (1 - \lambda)n', \lambda I + (1 - \lambda)I') \leq \lambda c(w, n, I) + (1 - \lambda)\, c(w, n', I')$ pour tout (n, I), tout (n', I') et quel que soit $\lambda \in [0, 1]$.

Soit e (resp. e') l'unique quantité de travail scolaire, telle que $f(n, e) = I$ (resp. $f(n', e') = I'$). Par la concavité de f, on a : $f(\lambda n + (1 - \lambda)n', \lambda e + (1 - \lambda)e') \geq \lambda I + (1 - \lambda)I'$. Comme c est strictement croissante en I, nous avons donc : $c(w, \lambda n + (1 - \lambda)n', \lambda I + (1 - \lambda)I') \leq c(w, \lambda n + (1 - \lambda)n', f(\lambda n + (1 - \lambda)n', \lambda e + (1 - \lambda)e'))$. Mais en fait, le membre de droite de cette inégalité est égal à $w(\lambda e + (1 - \lambda)e')$. L'identité de définition de c nous donne $c(w, n, f(n, e)) = w \bullet e$; soit encore $\lambda we + (1 - \lambda)we'$, soit également $\lambda c(w, n, I) + (1 - \lambda)\, c(w, n', I')$. Supposons enfin que les rendements d'échelle soient décroissants, c'est-à-dire que la fonction f soit strictement concave en e, et montrons qu'alors $\partial^2_{II}\, c < 0$, c'est-à-dire que c est strictement convexe en I. Cela découle, en fait, immédiatement du raisonnement précédent, où nous posons $n = n'$ et où nous remplaçons les inégalités larges par des inégalités strictes □ .

Démonstration 3 Les conditions (i), (ii), et (iii) de la proposition 3 sont les conditions de premier ordre de Kuhn et Tucker associées au programme de minimisation du coût (en remarquant que l'on a nécessairement $n_0^i + \sum_{1 \leq l \leq L} I_l^* = \bar{n}_L$, puisque la fonction C est strictement croissante par rapport à chacun de ces arguments). Il suffit donc, pour établir la proposition 3, de démontrer que ces conditions sont nécessaires et suffisantes. Nous nous appuyons, pour cela, sur le théorème d'Arrow–Enthoven rappelé en annexe : on remarque que la fonction de coût total $I \rightarrow C(w, \rho, I)$ est convexe (proposition 1), les fonctions $I \rightarrow I_l + n_{n-l} - \bar{n}_l$ (où $n_l = n_0 + \sum_{1 \leq l \leq L} I_l$ si $l \leq 1$ et $n_l = n_0$ si $l = 0$) sont linéaires, donc concaves; les fonctions $I \rightarrow f(n_{l-1}, E_l) - I_l$ (où n_l est défini comme précédemment) sont concaves comme fonctions composées de fonctions concaves; d'autre part, la condition de Slater est vérifiée par hypothèse. Les conditions de Kuhn et Tucker sont donc nécessaires et suffisantes □ .

Démonstration du corollaire 1 Conséquence immédiate de la proposition 3 et des définitions d'une solution intérieure ($\bar{n}_l - n_{l-1} < I_l < f(n_{l-1}, E_l)$ pour tout l) et d'une solution en coin de type A ($I_1 = \bar{n}_1 - n_0$ et $I_l = \bar{n}_l - \bar{n}_{l-1}$ pour tout $l \geq 2$) □.

Démonstration du corollaire 2 Sous l'hypothèse de constance des rendements *intra* et *intercycles*, le coût marginal *intracycle* est une constante $c > 0$ indépendante du cycle (proposition 1). Supposons, en premier lieu, $\rho_l = 1$ pour tout l. Nous avons alors $\partial_{I_l} C(w, \rho, I) = c$ pour tout I et tout l; mais nous constatons alors immédiatement qu'une trajectoire I vérifie les conditions de Kuhn et Tucker posées dans la proposition 3, si et seulement si, elle est réalisable et telle que $n_0 + \sum_{1\leq l\leq L} I_l = \bar{n}_L$ (prendre $\alpha = c$ et $\beta = \gamma = 0$).

Supposons, à présent, que la solution en coin de type A est réalisable et que la suite $(\rho_l)_{1\leq l\leq L}$ est strictement décroissante; alors, la suite $(\partial_{I_l} C(w, \rho, I))_{1\leq l\leq L} = (\rho_l \bullet c)_{1\leq l\leq L}$ est strictement décroissante quel que soit I. Il en résulte immédiatement que le programme de minimisation du coût admet une solution en coin de type A (corollaire 1) et que celle-ci est l'unique solution de ce programme □.

Démonstration du corollaire 3 Sous l'hypothèse de décroissance des rendements dans chaque cycle, la fonction de coût *intrapériode* est strictement convexe par rapport à l'investissement (proposition 1). Il en va donc de même, de façon immédiate, de la fonction de coût *interpériode* $I \rightarrow C(w, \rho, I)$. Ceci implique, en particulier, que le programme de minimisation du coût a au plus une solution I^* (il y en a, en fait, exactement une, puisque la fonction C étant continue et l'ensemble des trajectoires réalisables étant compacte et non vide, le programme de minimisation admet au moins une solution).

Il suffit donc de vérifier que ce programme admet une solution en coin de type A; or, l'hypothèse de non croissance des exigences de l'institution pour l'individu combinée aux hypothèses de rendement implique que la suite $(\partial_{I_l} C(w, \rho, I^*))_{1\leq l\leq L} = (\rho_l \bullet \partial_{I_l} c(w, n^*, I^*_l))_{1\leq l\leq L}$ est non croissante. En effet, la suite $(\rho_l)_{1\leq l\leq L}$ est non croissante par hypothèse; le coût *intrapériode* est indépendant du niveau du fait de la constance des rendements *interpériodes*, et est une fonction croissante strictement convexe de l'investissement *intrapériode* du fait de la décroissance des rendements *intrapériodes* (proposition 1); la suite $(I^*_l)_{1\leq l\leq L} = (\bar{n}_1 - \mathrm{n}_0, \bar{n}_2 - \bar{n}_1, ..., \bar{n}_L - \bar{n}_{L-1})$ est non croissante du fait de la constance des rendements; le programme admet donc une solution en coin de type A (corollaire 2) □.

Démonstration du corollaire 4 La seconde partie du corollaire se déduit simplement de la première de la manière suivante. L'hypothèse $E_l = E$ pour tout l, combinée à la constance des rendements *interpériodes*, implique en effet $I^*_l = f(n^*_{l-1}, \mathrm{E})$ pour tout l. Par ailleurs, la condition de Slater implique $f(n^*_{L-1}, E) > I^*_L$ (si $I^*_L = f(n^*_{l-1}, E)$, l'ensemble des trajectoires réalisables permettant de produire n_L est réduit au point I^*, et a donc un intérieur vide). La suite $(I^*_l)_{1\leq l\leq L}$ est donc décroissante et l'on a de plus $I^*_{L-1} > I^*_L$. D'où la conclusion.

Démontrons donc la première partie. Nous procédons par l'absurde, en supposant que I^* est une solution en coin de type B, que la suite $(I_l^*)_{1 \leq l \leq L}$ est décroissante avec au moins une inégalité stricte, et en en déduisant une contradiction. Comme I^* est par hypothèse une solution en coin de type B et comme, par ailleurs, les rendements *interpériodes* sont constants, il existe, d'après la proposition 3, un réel $\alpha > 0$ et un vecteur γ de $\mathbb{R}_+^L$ tels que $\partial_I C(w, \rho, I^*) = \alpha e - \gamma$, où e est le vecteur de $\mathbb{R}^L$ dont toutes les composantes sont égales à 1. Nous avons donc, en particulier, $\partial_I C(w, \rho, I^*) \leq \alpha e$. Comme, par ailleurs, $f(I_{L-1}^*, E_L) > I_L^*$ (condition de Slater, cf. ci-dessus), nous avons nécessairement $\gamma_L = 0$, et donc $\partial_{I_L} C(w, \rho, I^*) = \alpha \geq \partial_{I_l} C(w, \rho, I^*)$ pour tout l.

Mais $\partial_{I_l} C(w, \rho, I^*) = \rho_l \partial_{I_l} c(w, I_{l-1}^*, I_l^*)$ pour tout l, du fait de la constance des rendements *interpériodes*. L'hypothèse de décroissance de la suite $(I_l^*)_{1 \leq l \leq L}$, combinée à la constance de la fonction c par rapport à n (constance des rendements *interpériodes*), à la croissance et à la convexité stricte de cette fonction par rapport à I (définition de c et décroissance des rendements *intrapériodes*) et à la croissance de la suite $(\rho_l)_{1 \leq l \leq L}$, impliquent alors la décroissance, avec au moins une inégalité stricte de la suite $(\partial_{I_l} C(w, \rho, I^*))_{1 \leq l \leq L}$. Il existe donc, en particulier, un l tel que $\partial_{I_l} C(w, \rho, I^*) > \partial_{I_L} C(w, \rho, I^*)$, la contradiction recherchée □ .

Démonstration 4 Le coût minimal de production du niveau $\bar{n}^q$ pour un individu quelconque dans le système de filières est inférieur ou égal à ce qu'il est dans le système de tronc commun, puisque l'ensemble des trajectoires réalisables dans la filière q du système de filières contient l'ensemble des trajectoires réalisables permettant de produire $\bar{n}^q$ dans la filière unique du système de tronc commun. En notant π_i^* (resp. $\bar{\pi}_i^*$), le profit maximal de l'individu i dans le système de filières (resp. tronc commun) et π_i^q (resp. $\bar{\pi}_i^q$) le profit obtenu par l'individu i en produisant $\bar{n}^q$ dans le système de filières (resp. tronc commun), nous avons donc : $\pi_i^q \geq \pi_i^q \geq \bar{\pi}_i^*$ pour tout q, et donc $\pi_i^* \geq \bar{\pi}_i^*$ □ .

Démonstration 5 Il résulte de nos hypothèses et des corollaires 2 et 3 que la trajectoire de minimisation du coût de notre individu est dans la filière de tronc commun : $(\bar{n}_1 - \mathrm{n}_0, \bar{n}_2 - \bar{n}_1, ..., \bar{n}_q - \bar{n}_{q-1})$. Ceci reste vrai, qui plus est, par continuité de la fonction f, lorsque l'on diminue les niveaux exigés $\bar{n}_1, ..., \bar{n}_{q-1}$ d'une quantité suffisamment proche de 0. Soit, en effet, $\in$ un nombre réel strictement positif. Si $\in$ est choisi suffisamment proche de 0, alors, nécessairement : $f(n_0, E_1) > (\bar{n}_1 - \in) - n_0$ et $f(\bar{n}_l - \in, E_l) > (\bar{n}_l - \in) - (\bar{n}_{l-1} - \in) = \bar{n}_l - \bar{n}_{l-1}$ pour tout $l \geq 2$; la suite $(\bar{e}_l(\in))_{1 \geq l \geq q}$ des efforts minima nécessaires pour produire $(\bar{n}_l - \in)_{1 \geq l \geq q}$ (c'est-à-dire, la suite définie par $f(n_0, \bar{e}_1(\in)) = (\bar{n}_1 - \in) - n_0$ et $f(\bar{n}_{l-1}, \bar{e}_l(\in)) = \bar{n}_l - \bar{n}_{l-1}$ pour tout $l \geq 2$) est strictement décroissante.

Dès lors, la trajectoire de minimisation du coût, lorsque la suite des niveaux exigés est $(\bar{n}_1 - \in, ..., \bar{n}_{q-1} - \in, \bar{n}_q)$ est la trajectoire $I(\in) = ((\bar{n}_1 - \in) - n_0, \bar{n}_2 - \bar{n}_1, \bar{n}_{q-1} - \bar{n}_{q-2}, \bar{n}_q - \bar{n}_{q-1} + \in)$, c'est-à-dire, la trajectoire antérieure $I(0)$ modifiée de manière à reporter une partie $\in$ de l'investissement total de la première à la dernière période. Comme la trajectoire $I(0)$ est réalisable sous les contraintes affaiblies associées aux niveaux exigés ($\overline{n}_1 - \in, ..., \overline{n}_{q-1} - \in, \overline{n}_q$), et est donc *a fortiori* réalisable dans le système de filières pur où le niveau exigé est le niveau minimal a pour tous les cycles antérieurs à q, et comme, par ailleurs, il existe une seule trajectoire de minimisation du coût pour chaque vecteur de niveaux exigés, nous avons nécessairement, en notant I^* la trajectoire de minimisation du coût de production de $\overline{n}_q$ dans le système de filières : $C(w, \rho, I^*) \leq C(w, \rho, I(\in)) < C(w, \rho, I(0))$. Il en résulte, en particulier, que $\pi(w, \rho, I^*) = y(\overline{n}_q) - C(w, \rho, I^*) > y(\overline{n}_q) - C(w, \rho, I(0)) = \pi(w, \rho, I(0))$ □.

Démonstration 6 Le raisonnement repose à nouveau, de manière essentielle, sur la fonction de coût : notons $\Delta C_q = C_q - C'_q$ la différence entre le coût minimal de production $\overline{n}_q$ dans le système de tronc commun et ce coût dans le système de filières; nous savons, d'après la proposition 4, que $\Delta C_q \geq 0$ pour tout l. Nous avons supposé, de plus, que la suite $(\Delta C_q)_{1 \leq q \leq m}$ est croissante, c'est-à-dire que $\Delta C_{q+1} \geq \Delta C_q$ pour tout $q < m$; si, à présent, $\Delta\pi_q = \pi_q - \pi'_q$ désigne la différence entre le profit associé à la production (avec minimisation du coût) de $\overline{n}_q$ dans le système de tronc commun et le système de filières, nous avons $\Delta\pi_q = -\Delta C_q$ pour tout q. Si, en particulier, $\pi'_{q*} > \pi_{q*}$ pour tout q, nous avons alors $\pi^*_q > \pi_q$ pour tout $q > q^*$; d'où la conclusion □.

BIBLIOGRAPHIE

ARIES, P. (1973), *L'enfant et la vie familiale sous l'Ancien Régime*, Seuil, Collection « L'Univers Historique ».

ARROW, K.J., et A.C. ENTHOVEN (1961), « Quasi-Concave Programming », *Econometrica*, octobre : 779-800.

AVANZINI, G. (1975), « La pédagogie au XXe siècle », E. PRIVAT, *Histoire contemporaine en sciences humaines*, Paris.

BECKER, G.S. (1964) et (1967), *Human Capital*, New York/Londres, Columbia University Press.

BOUDON, R. (1969), « La crise universitaire française, essai de diagnostic sociologique », *Annales* 24 : 738-764.

BOUDON, R. (1973), *L'inégalité des chances*, Paris, Armand Colin.

JAROUSSE, J.P., et A. MINGAT (1992), « La formation du capital humain : gestion par le marché ou gestion par l'État », *Revue économique*, juillet : 739-754.

KUHN, H.W., et A.W. TUCKER (1951), « Non-Linear Programming », in J. NEYMAN (ed.), *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, Berkeley, 481-492.

LÉVY-GARBOUA, L., et A. MINGAT (1979), « Les taux de rendement de l'éducation », *Économique de l'éducation,* Economica.

OCDE, (1995), *1985-1992, Statistiques de l'enseignement de l'OCDE.*

OCDE, (1995), *Regards sur l'éducation.*

PROST, A. (1968), *Histoire de l'enseignement en France, 1800-1967*, Paris, Armand Colin.

PROST, A. (1982), « L'école et l'évolution de la société », *Esprit* : 11-12, 17-24.

RILEY, J. (1975), « Competitive Signalling », *Journal of Economic Theory,* 10 : 174-186.

SPENCE, M. (1973), « Job Market Signalling », *Quarterly Journal of Economics,* 3 : 355-374.

SPENCE, M. (1974), « Competitive and Optimal Responses to Signals : An Analysis of Efficiency and Distribution », *Journal of Economic Theory,* 7 : 296-332.