L'Actualité économique

# Options financières et opportunités intertemporelles d’investissement irréversible en incertitude

Philippe Crabbé

Volume 62, Number 4, décembre 1986

URI: https://id.erudit.org/iderudit/601392ar
DOI: https://doi.org/10.7202/601392ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Crabbé, P. (1986). Options financières et opportunités intertemporelles d’investissement irréversible en incertitude. *L'Actualité économique*, *62*(4), 579–596. https://doi.org/10.7202/601392ar

L'Actualité Économique. Revue d'analyse économique, vol. 62, no 4, décembre 1986

# *Options financières et opportunités intertemporelles d'investissement irréversible en incertitude*

Philippe CRABBÉ
*Université d'Ottawa*
et
GREEN, *Université Laval*

INTRODUCTION

La théorie des options financières depuis les travaux de Black-Scholes [8] et Merton [50] et, en général, la théorie de la formation intertemporelle des prix des avoirs en capital [51] ont contribué à la compréhension du fonctionnement d'une économie en régime d'incertitude et fourni des directions précises et empiriquement vérifiables concernant la mise en application de ces théories [9]. La théorie des investissements a tout particulièrement bénéficié de ces développements [40].

La théorie des options financières a été étendue récemment à des avoirs qui avaient des propriétés similaires aux options. Cette extension a permis de mieux comprendre certains aspects de ces avoirs mais aussi d'en souligner les différences. D'un point de vue mathématique abstrait, les options financières, l'échantillonnage séquentiel, les modèles de fouinage sont tous des problèmes d'arrêt optimal.

La théorie des investissements irréversibles en régime de certitude se fonde sur les travaux d'Arrow [3] et sur la littérature sur les coûts d'ajustement [64]. Elle a connu un développement remarquable en économie des ressources naturelles tant renouvelables que non renouvelables ([13], [29], [39]). Elle a été étendue à l'incertitude ([11], [12], [14], [54]). C'est surtout dans la littérature sur l'économie de l'environnement que le rôle de l'information dans la théorie des investissements irréversibles en régime d'incertitude a trouvé sa formulation la plus complète ([4], [20], [25], [27], [35], [56], [52]).

Une version préliminaire de cet article fut présentée aux Congrès de la Société canadienne de science économique à Montréal et de L'Association canadienne d'économique à Winnipeg en 1986. Les commentaires de R. Bodell, G. Gaudet, H. Nguyen, F. Schoumaker et surtout J. Mintz furent très appréciés.

La théorie des investissements irréversibles est importante du point de vue pratique puisque ceux-ci commandent un taux de bénéfice-coût supérieur à l'unité pour être entrepris.

La première partie de cet article caractérise la propriété d'irréversibilité d'un investissement ou d'un avoir tant en régime de certitude que d'incertitude. La deuxième partie appliquera la théorie des options financières aux investissements irréversibles. La troisième partie est consacrée à une revue de la littérature sur les applications de la théorie des options financières à d'autres types d'avoirs. La conclusion présente un bilan provisoire de ces applications et propose des voies de recherche ultérieure.

## SECTION 1 : ÉLÉMENTS D'UNE DÉFINITION DE L'IRRÉVERSIBILITÉ

L'irréversibilité offre des caractéristiques particulières selon qu'on la définit en régime de certitude ou d'incertitude.

En régime de certitude, la *réversibilité* correspond à des propriétés en théorie du capital qu'on appelle malléabilité et transférabilité. La malléabilité parfaite signifie qu'un stock de capital peut être augmenté ou diminué sans aucune contrainte comme du mastic (*putty-putty*) ou, de manière équivalente, sans coûts d'ajustement. À l'autre extrême, la non-malléabilité parfaite correspond à l'hypothèse *one hoss shay* en théorie du capital : le stock de capital ne peut être réduit une fois qu'il est construit (l'investissement ne peut être négatif) même pas par dépréciation sauf tout d'un coup à l'horizon. Que ces contraintes sur le stock de capital et sur l'investissement soient de nature physique ou institutionnelle (par exemple, respect des clauses d'un contrat) est sans importance. Ces contraintes donnent lieu à des coûts en termes de variables duales ou peuvent être approximées par des coûts d'ajustement. Plus ces variables duales ont une valeur élevée, plus le coût de l'irréversibilité est élevé.

D'une manière générale, l'irréversibilité est une propriété d'une décision antérieure de contraindre les décisions ultérieures. Comme le dit C. Henry, toute décision statique est irréversible par définition [35]. La réversibilité est une propriété essentiellement dynamique. Puisque la sélection d'une décision irréversible exclut la sélection de décisions à venir qui auraient été accessibles si cette décision n'avait pas été prise, ces décisions à venir et la décision irréversible sont mutuellement exclusives. En certitude, la règle de sélection des investissements mutuellement exclusifs est de choisir entre les alternatives ayant un rapport bénéfice-coût supérieur ou égal à un, celle qui offre le plus haut rapport. Ce rapport généralement supérieur à un est le coût d'option c'est-à-dire le rapport bénéfice-coût le plus élevé correspondant à l'investissement le plus favorable sacrifié.

La malléabilité est une propriété physique ou institutionnelle d'un avoir. Il existe un second aspect de la malléabilité ou de la réversibilité qui est implicite à l'existence des variables duales associées aux contraintes. Les variables duales ont l'interprétation d'être les quasirentes des contraintes ou le coût marginal à long terme de relâcher ces contraintes sur un marché parfaitement concurrentiel. L'hypothèse de l'existence d'un marché parfait en régime de certitude équivaut à supposer que l'avoir ou l'opportunité d'investissement est librement transférable en quantités illimitées au prix d'équilibre du marché. En d'autres mots, si le stock de capital doit être réduit (augmenté), la quantité par laquelle il a été réduit (augmenté) peut être offerte (demandée) sur le marché au prix d'équilibre. La quantité offerte (demandée) trouvera toujours un demandeur (offreur) et le prix du marché auquel se fera la transaction sera toujours connu ; aucun escompte sur le prix anticipé ne devra jamais être consenti. L'avoir jouit d'une valeur d'abandon qui correspond à sa valeur de marché anticipée. Dans la mesure où les marchés des avoirs sont imparfaits, les variables duales ne mesurent qu'imparfaitement le coût de l'irréversibilité. Ce coût est d'ailleurs augmenté par l'imperfection des marchés.

En régime d'incertitude, s'il n'existe pas un ensemble complet de marchés pour les biens contingents, l'information acquiert de la valeur. Un investissement irréversible peut exclure la possibilité de bénéficier de cette information acquise soit activement soit passivement. Un investissement complètement irréversible est purement à boucle ouverte. L'exemple typique d'une décision complètement irréversible est la décision d'arrêter d'échantillonner dans un plan d'échantillonnage séquentiel. L'arrêt de l'échantillonnage exclut complètement l'usage d'information à venir. Le problème de l'échantillonnage séquentiel est un problème de programmation dynamique markovien dans lequel, à chaque étape, la valeur marginale d'arrêter l'échantillonnage, c'est-à-dire de prendre la décision irréversible, est comparée à la valeur marginale de continuer d'échantillonner selon un plan optimal [22]. Par conséquent, la valeur marginale d'arrêter l'échantillonnage doit généralement excéder zéro et cet excédent correspond au coût d'option c'est-à-dire au sacrifice de la décision rejetée la plus favorable, celle de continuer d'échantillonner selon le plan optimal. En théorie bayesienne de l'échantillonnage, ce coût d'option est la valeur espérée postérieure de l'information parfaite[1]. La formulation la plus complète de cet aspect informationnel des décisions irréversibles se trouve dans Bernanke [7]. Comme le font remarquer Jones et Ostroy, l'incapacité de prendre avantage de l'information à venir n'est pas une caractéristique spécifique de l'investissement irréversible. En effet, une décision parfaitement réversible est aussi dans l'impossibilité de tirer profit de l'information à venir puisque cette dernière ne peut la concerner : une décision parfaitement réversible est aussi parfaitement myope [37]. La nature de l'incertitude peut également affecter la réversibilité d'un investissement. Par exemple, un accident nucléaire affecte toutes les industries et impose donc des contraintes affectant toutes les décisions à venir à cette localisation. Par contre, la chute brutale du

1. H. Raiffa mentionne que la valeur de l'information contenue dans un échantillon est plus complexe à calculer que la formule qu'il suggère pour le calcul de cette valeur pour un échantillon non séquentiel sans préciser davantage [56]. L'expression appelée par Bernanke « valeur de retarder la décision » est la formule recherchée [7].

prix d'une matière première permet des reconversions vers d'autres activités en utilisant plus ou moins le même capital fixe (*cf.* note 7).

L'incertitude dans une économie sans ensemble complet de marchés pour les biens contingents et dans laquelle l'information des agents est asymétrique affecte la transférabilité des avoirs. Puisque les caractéristiques des vendeurs et des acheteurs de biens capitaux peuvent être inconnues aux uns et aux autres et puisque l'équilibre de marché ne sera généralement pas efficace, les vendeurs et les acheteurs prospectifs pourront devoir dépenser des ressources pour s'identifier l'un l'autre par le fouinage par exemple. Les vendeurs pourront devoir subir des pertes en capital et consentir des escomptes sur les biens qu'ils liquident. Lippman et McCall ont appliqué le modèle de fouinage statique à ce problème et caractérisé l'irréversibilité par le temps requis pour transformer un avoir en monnaie [43]. Le temps requis pour transformer la monnaie en monnaie est évidemment nul. Si le temps requis est infini, l'avoir est parfaitement irréversible. Par conséquent, la monnaie est le plus réversible des avoirs. Du point de vue technique, la caractérisation de l'irréversibilité en régime d'incertitude par un modèle de fouinage est très suggestive puisque les modèles de fouinage et les modèles d'échantillonnage séquentiels sont des problèmes d'arrêt optimal. Lippman et McCall utilisent le modèle de fouinage statique. Idéalement, le modèle devrait être dynamique afin de permettre l'utilisation d'une valeur de réservation qui est variable dans le temps [42].

En résumé, l'irréversibilité est caractérisée par l'existence de contraintes imposées par une décision antérieure sur les décisions à venir et par l'absence de marchés parfaits. Ces deux aspects, contraintes et marchés, sont indispensables à la définition de l'irréversibilité. Qui dit contrainte dit variable duale ou coût d'ajustement. Les liens entre ces contraintes, les variables duales et les coûts d'ajustement mériteraient d'être approfondis. Jones et Ostroy ont examiné surtout l'aspect coût de l'irréversibilité sans passer par une théorie de la dualité. Le lien entre l'aspect contrainte de l'irréversibilité et l'aspect coût ne se fait chez Jones et Ostroy que par l'intermédiaire de coûts imbriqués (*nested*) les uns dans les autres [37]. Par contre, Lippman et McCall ont examiné surtout l'aspect imperfection du marché de l'irréversibilité [42]. Une théorie de l'irréversibilité qui intégrerait à la fois l'aspect contrainte, sa dualité et une théorie des marchés imparfaits tant en certitude qu'en incertitude reste à construire.

L'irréversibilité a également un aspect stratégique qui est exploité dans la littérature en organisation industrielle[2]. Comme l'ont montré Eaton et Lipsey, l'essence de l'engagement (*commitment*) en tant que comportement stratégique est la capacité de créer l'irréversibilité ([23], [24]). Le véhicule naturel de cet engagement pour une firme est le capital à usage spécifique, c'est-à-dire le capital irréversible ou à fonds perdus, qui est à la source des rendements croissants à l'échelle [2][3]. La durabilité et la divisibilité du capital affectent la nature de

2. Je remercie mon collègue à Laval, N. Schmidt de m'avoir indiqué ces références.

3. Ces rendements à l'échelle peuvent peut-être constituer un problème dans l'estimation des coûts et bénéfices. Je dois cette remarque à R. Bodell.

l'équilibre d'entrée dans l'industrie [24]. D'autre part, la concurrence parfaite ou les marchés contestables requièrent des investissements complètement réversibles ([62], [65]).

Cet article se concentre sur l'aspect équilibre partiel de la décision d'investir (rendements exogènes) et néglige ses aspects stratégiques. Dans la mesure où l'aspect contrainte et l'aspect marché sont complémentaires dans une théorie de l'irréversibilité, il est évident que l'aspect stratégique doit être pris en compte dans une théorie plus générale.

## SECTION 2 : OPTIONS FINANCIÈRES ET INVESTISSEMENTS IRRÉVERSIBLES

Une option financière est un contrat qui accorde à son propriétaire le droit d'acheter (il s'agit alors d'un *CALL*) ou de vendre (il s'agit alors d'un *PUT*) un nombre fixé d'actions spécifiées qu'elles donnent lieu à dividendes ou non, à un prix donné (appelé *prix d'exercice*) à l'intérieur (il s'agit alors d'une *option américaine*) ou à l'expiration seulement (il s'agit alors d'une option *européenne*) d'un certain laps de temps. L'exercice d'une option est un acte irréversible.

La valeur d'un *CALL* sur une action *sans dividende* qu'il soit européen ou américain est donné *à sa date d'expiration* par :

$$C_T = \max [O, S_T - F]$$

où

$C_T$ est la valeur du *CALL* à l'expiration $T$
$S_T$ est le prix de l'action à $T$
$F$ est le prix d'exercice.

Une propriété importante de la fonction de valeur du *CALL* à son expiration est qu'elle est une fonction convexe de $S_T$. Avant son expiration, une option américaine satisfait à la condition suivante :

$$C_t \geq \max [O, S_t - Fe^{-rT}, S_t - F]$$

où $r$ est le taux d'intérêt certain supposé constant.

L'usage du taux d'intérêt certain présuppose la neutralité vis-à-vis du risque dans l'économie.

Une option américaine à n'importe quel moment vaut au moins sa valeur courante après escompte du prix d'exercice à son expiration et sa valeur lors de son exercice immédiat. Elle vaut toujours au moins autant qu'une option européenne.

Si $S_t$ est interprété comme le rendement d'un investissement net de ses coûts variables et $F$ comme ses coûts fixes supposés constants dans le temps, les résultats de statique comparée de la théorie des options (quelle que soit la distribution de probabilités des rendements) peut être utilisée pour obtenir les résultats suivants ([18], [48], [59]) :

$$-e^{-rT} \leq \frac{\partial C_t}{\partial F} \leq 0$$

La valeur de l'option est d'autant plus grande que ses coûts fixes (son prix d'exercice) sont faibles à moins que l'option soit perpétuelle. Dans ce dernier cas, le prix d'exercice est sans influence.

$$\frac{\partial C_t}{\partial T} \geq 0$$

La valeur d'une option est d'autant plus grande que sa date d'expiration est éloignée. En particulier, une option perpétuelle vaut plus ou au moins autant qu'une option à date d'expiration fixe. Cette propriété des options peut être particulièrement importante pour évaluer certaines clauses de contrats[4].

$$\frac{\partial C_t}{\partial S_T} \geq 0$$

La valeur d'une option est d'autant plus élevée que son rendement à l'expiration est élevée.

Un théorème fondamental de la théorie des options est qu'une option américaine sur une action ne donnant pas lieu à dividendes ne sera jamais exercée avant son expiration. Donc, une option américaine a exactement la même valeur qu'une option européenne si l'action à laquelle elle est rattachée ne donne pas lieu à dividendes.

Si $S_t$ suit un mouvement brownien géométrique, c'est-à-dire est distribué lognormalement à chaque $t$, la valeur d'une option sur une action ne donnant pas lieu à dividendes est donnée par la formule de Black-Scholes :

$$C_t = S_T N(x) - Fe^{-rT} N(x - \sigma\sqrt{T})$$

où $$x \equiv \frac{\log(S_T / Fe^{-rT})}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{T}$$

où

$\sigma$ est l'écart-type instantané du logarithme de $S_t$.
$N(\ )$ est l'ordonnée normale.

L'hypothèse de mouvement brownien géométrique permet de transformer les inégalités faibles des résultats de statique comparée en inégalités strictes et d'y ajouter les deux résultats suivants :

$$\frac{\partial C_t}{\partial r} > 0$$

La valeur de l'option croît avec le taux d'intérêt.

4. Par exemple, lors de la négociation du Traité de la Rivière Columbia, le Canada n'a pas dans son analyse coût-bénéfice tenté d'évaluer les options de diversion des eaux de la Rivière Columbia dont le Traité restreignait la durée [19].

Quoique ce résultat soit évident lorsqu'on examine la formule Black-Scholes, il est surprenant pour la théorie des investissements irréversibles. En effet, si le taux d'escompte diminue les frais fixes de l'investissement irréversible, il diminue également ceux des investissements qui n'ont pas été retenus. On s'attendrait donc à ce que l'impact d'un changement du taux d'intérêt soit ambigu comme c'est le cas dans les modèles utilisant plusieurs types d'avoir [34]. Clairement, le résultat de statique comparée obtenu révèle que l'application aveugle de la théorie élémentaire des options financières aux investissements irréversibles est par trop simpliste. Dans le cas de l'option financière, il existe seulement une alternative à exercer l'option, c'est de ne pas l'exercer. Si la détention de l'option financière n'entraîne aucun coût, un changement dans le taux d'intérêt ne peut affecter cette alternative.

$$\frac{\partial C_t}{\partial \sigma} > 0$$

Une augmentation du paramètre $\sigma$ de la variance $(\sigma^2 t)$ des logarithmes des rendements nets de l'investissement à un moment donné augmente la valeur de l'option. Ce résultat provient de la convexité de la fonction $C_t$. Il reflète la nature asymétrique du contrat d'option. Une augmentation des rendements $S_t$ augmente la valeur de détenir l'option si elle est exercée. Une diminution des rendements n'affecte pas la valeur de l'option si elle n'est pas exercée.

Outre le résultat de statique comparée concernant le taux d'intérêt qui est contre-intuitif, il y a au moins cinq caractéristiques du modèle élémentaire des options *CALL* qui ne sont pas satisfaisantes pour la théorie des investissements irréversibles. La première est que l'option sur une action qui n'offre pas de dividendes ne sera exercée qu'à son terme. En particulier si le temps d'expiration est infini (option perpétuelle), l'option ne sera jamais exercée. La deuxième est que le prix d'exercice, ici le coût fixe de l'investissement irréversible, est constant dans le temps. La troisième est que la détention de l'option n'est pas sujette à un coût par exemple d'intérêt. En d'autres mots, le coût d'acquisition et de détention de l'option est traité comme un fonds perdu. La quatrième est que le prix d'exercice, ici le coût fixe, devrait être lui-même stochastique. La cinquième est que l'usage du taux d'intérêt certain présuppose la neutralité des agents vis-à-vis du risque.

La première faiblesse du modèle peut être corrigée en supposant que l'action à laquelle l'option est rattachée donne lieu à paiement de dividendes. Dans ce cas, l'option américaine pourra être exercée avant sa date d'expiration puisqu'elle est coûteuse à détenir. La valeur de cette option si elle est perpétuelle a été déterminée par Samuelson et McKean comme étant [58] :

$$\frac{C_t}{F} = \frac{(\varepsilon - 1)^{\varepsilon - 1}}{\varepsilon^{\varepsilon}} \left(\frac{S_0}{F}\right)^{\varepsilon}$$

où $\varepsilon$ est un paramètre supérieur à 1[5].

Si $\varepsilon \leq 1$, l'option est exercée immédiatement. Le moment $t^*$ auquel l'option devrait être exercée est déterminée par :

$$E_0\{e^{-rt^*}\} = \left(\frac{S_0}{\psi}\right)^{\varepsilon}$$

où $$\psi = F\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$$

$\psi$ est la frontière correspondant au premier temps de passage ([17], [48]). La frontière est ici caractérisée par une constante — analogue au prix ou salaire de réservation dans les modèles statiques de fouinage — à cause du caractère perpétuel de l'option. Si le temps d'expiration de l'option était fini, $\psi$ serait une fonction du temps, solution du problème d'arrêt optimal suivant :

$$C_t = \underset{\psi_t}{\text{Max}} \int_0^T e^{-rt}[\psi_t - F]\, g[\psi_S|_{S=0}^{T}, S_0, t]\, dt$$

où $g$ [ ] est la fonction de densité caractérisant la probabilité que $F = \psi_t$ à $t$ pour la première fois.

Ce problème n'est en général pas soluble analytiquement pour $T$ fini et requiert une solution par approximation discrète [48].

Les résultats qualitatifs de statique comparée sont les mêmes que dans le modèle élémentaire. Toutefois, lorsque l'action donne droit à dividendes, le résultat de statique comparée que la valeur de l'option croît avec le taux d'intérêt est obtenu en supposant implicitement que l'accroissement du taux d'intérêt est compensé par un accroissement du taux de croissance (la dérive) du prix de l'action ; le taux de dividende est maintenu constant. *Si l'on ne fait pas cette hypothèse implicite*, on obtient :

$$\frac{\partial C_t}{\partial r} < 0$$

parce qu'un accroissement de $r$ augmente le dividende ($r$ moins la dérive) et, par conséquent, le coût de détenir l'option.

La deuxième faiblesse du modèle peut être corrigée en supposant que le prix d'exercice, le coût fixe augmente exponentiellement dans le temps. Cette hypothèse est analogue à celle du paiement des dividendes sur l'action dans la mesure où l'exercice de l'option permet d'éviter de supporter des coûts. Un coût fixe augmentant exponentiellement crée une incitation à exercer l'option plus tôt que si le prix d'exercice était constant. La condition nécessaire et suffisante pour l'exercice prématuré de l'option est [63] :

5. Si $S_t$ est brownien géométrique, $\varepsilon$ est la racine positive de l'équation quadratique $r = (\alpha - \frac{\sigma^2}{2})\,\varepsilon + \frac{\sigma^2}{2}\,\varepsilon^2$ où $\alpha$ est la dérive du processus stochastique ([18], [48]).

$$(g-r) > \frac{\sigma^2}{2}$$

où $g$ est le taux de croissance du coût.

Dans ce cas, il existe une frontière $\psi_t$ telle que

$$C_t = \frac{(\varepsilon-1)^{\varepsilon-1}\, S_t^{\varepsilon}}{\varepsilon^{\varepsilon} F_t^{\varepsilon-1}} \qquad \text{si } S_t \leq \psi_t$$

$$= S_t - F_t \qquad \text{si } S_t > \psi_t$$

où

$$\varepsilon = \frac{g-r}{\sigma^2/2}$$

$$\psi_t = F_t \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$$

Les résultats de statique comparée sont qualitativement les mêmes qu'auparavant.

La troisième faiblesse du modèle peut être corrigée en supposant qu'il existe un coût à détenir l'option. Ce coût serait une constante par période, $H$ qui, escompté sur un horizon infini, serait $H/r$ [63]. La condition nécessaire et suffisante pour l'exercice prématuré de l'option est que $H/r > F$.

Dans ce cas, il existe deux frontières $\varkappa_t$ et $\psi_t$ telles que :

$$C_t = 0 \qquad \text{si } S_t < \varkappa_t$$

$$= A_1 S_t + A_2 S^{\varepsilon} - \frac{H}{r} \qquad \text{si } \varkappa_t \leq S_t \leq \psi_t$$

$$= S_t - F \qquad \text{si } S_t > \psi_t$$

où

$$\varepsilon = \frac{2r}{\sigma^2}$$

$$A_1 = [1 - (1 - \frac{Fr}{H})^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}]^{-1}$$

$$A_2 = \frac{-A_1}{\varepsilon \varkappa_t^{\varepsilon-1}} = \frac{1-A_1}{\varepsilon \psi_t^{\varepsilon-1}}$$

$$\psi_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}(F - \frac{H}{r})\frac{1}{1-A_1}$$

$$\varkappa_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}(\frac{H}{r})\frac{1}{A_1}$$

Les résultats de statique comparée demeurent les mêmes qualitativement. De plus :

$$\frac{\partial C_t}{\partial H} < 0$$

Une quatrième faiblesse du modèle pourrait être corrigée en supposant que l'action donne lieu à dividendes et que $F$ lui-même est stochastique et suit un mouvement brownien géométrique. Si on suppose que la valeur de l'option est homogène de degré 1 en $S_t$ et $F_t$, on peut se limiter au comportement de $S_t/F_t$ lorsqu'il atteint une barrière $\psi_t$ [48].

Si l'option est perpétuelle, $\psi_t$ est une constante $\psi$

$$C_t = (\psi - 1)\, F_0 \left(\frac{S_0/F_0}{\psi}\right)^{\varepsilon} \qquad \text{où } \psi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$$ [6]

Le temps d'exercice $t^*$ est déterminé par :

$$(\psi - 1)\; E_0 \, \{F_{t^*} e^{-rt^*}\}$$

De nouveau, les résultats qualitatifs de statique comparée demeurent les mêmes qu'auparavant sauf dans le cas de l'augmentation de la variance du coût.

Finalement, une cinquième faiblesse du modèle élémentaire des options financières est de ne pas tenir compte de l'aversion vis-à-vis du risque. Une solution à ce problème est de considérer que la firme qui émet l'action donnant lieu à dividendes, est possédée par des agents qui témoignent d'aversion vis-à-vis du risque afin de pouvoir utiliser les résultats du modèle intertemporel de formation des prix des avoirs financiers. Dans ce cas, il est fait usage du résultat que le rendement $\alpha_i$ d'un avoir $i$ est donné par

$$\alpha_i = r + \beta_i\,(r_m - r)$$

où

$r_m$ est le rendement du portefeuille du marché

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma^2_m}$$

$\sigma_{im}$ est la covariance des rendements avec le portefeuille du marché

$\sigma^2_m$ est la variance du portefeuille du marché.

Dans les formules précédentes, $r$ est essentiellement remplacé par $\delta = \alpha_i - \alpha_S$ où $\alpha_S$ est le taux de rendement d'équilibre d'un avoir financier qui a la même covariance avec le marché que le rendement $S$ supposé constant dans le temps. En l'absence d'aversion ou risque, $r_m = r = \alpha_i$.

6. Si $S_t$ et $F_t$ sont brownien géométriques, $\varepsilon$ est donné par :

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\alpha_S - \alpha_F}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2(r - \alpha_F)}{\sigma^2}} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha_S - \alpha_F}{\sigma^2}\right)$$

$$\sigma^2 = \sigma_S^2 + \sigma_F^2 - 2\,\sigma_{SF}$$

Les souscrits $S$ et $F$ réfèrent aux processus stochastiques correspondants [48].

Les résultats qualitatifs de statique comparée sont maintenant tels que $\partial C_t / \partial T$ devient ambigu, $\partial C_t / \partial \sigma > 0$ si $\sigma_{Sm} < 0$ (et $\beta_S$ est supposé ne pas être affecté par un changement dans $\sigma$), $\partial C_t / \partial F < 0$ et $\partial C_t / \partial r < 0$ (si $r_m - r$ est supposé ne pas être affecté par un changement dans $r$).

Les extensions de la théorie de la valeur des options financières permettent d'obtenir des résultats plus réalistes lorsqu'elles sont appliquées aux investissements irréversibles tel, par exemple, l'exercice prématuré de l'option lorsque les éléments de coût sont introduits (dividende, prix d'exercice croissant dans le temps ou coût de détention). Les coûts fixes stochastiques, quoiqu'ils ajoutent un élément de réalisme à la théorie, ne changent pas les résultats de statique comparée de base. Finalement, l'hypothèse d'aversion au risque rend ambigus plusieurs résultats de statique comparée qui concernent la théorie des investissements irréversibles. Malheureusement, la théorie des investissements irréversibles en cas d'aversion au risque est quasi inexistante.

## SECTION 3 : SURVOL DES APPLICATIONS ÉCONOMIQUES DE LA THÉORIE DES OPTIONS FINANCIÈRES

Les premières applications de la théorie des options financières à d'autres avoirs ayant des propriétés analogues sont mentionnées dans la revue de la littérature faite par C.W. Smith et auraient déjà été suggérées par Black et Scholes ([8], [59]). Ceux-ci considèrent que le capital action d'une firme peut être considéré comme une option achetée aux détenteurs de sa dette. Les actionnaires vendent la firme aux détenteurs de la dette à un prix correspondant aux revenus de l'émission de la dette et les actionnaires ont l'option de racheter la firme des détenteurs de la dette à la date de maturité de celle-ci pour un montant égal à la valeur nominale de la dette. Les options financières permettent également d'évaluer le capital-actions et la dette d'une firme, connaissant sa valeur totale. Elles permettent d'évaluer les changements dans la politique d'investissment de la firme. Elles permettent également d'évaluer certains fonds qui émettent deux classes d'actions.

Un autre domaine d'application est les ressources naturelles. La première application a été faite par A.F. Tourinho dans un cahier de recherche qui, à ma connaissance, n'a jamais été publié [63]. Il démontre que des réserves de ressources naturelles ont plus de valeur lorsqu'il y a incertitude sur les prix du marché qu'en cas de certitude. Ce résultat provient naturellement du traitement de la réserve comme une option. Des réserves qui n'auraient pas de valeur en certitude parce que leur coût d'extraction excède le prix du marché acquièrent de la valeur en incertitude. L'incertitude sur les prix stimule l'exploration et ce d'autant plus que l'augmentation de l'incertitude augmente la valeur de l'option. Elle retarde l'extraction. C'est Tourinho qui a analysé le cas du prix d'exercice croissant avec le temps et le cas des coûts de détention des options. L'analyse de Tourinho a été reprise en partie par Pindyck [54]. Paddock, Siegel et Smith appliquent la théorie des options financières aux baux pétroliers [53]. Ils considèrent les options d'extraire et de développer comme des options imbriquées les unes dans les autres.

Ils interprètent les clauses de travaux requis comme étant justifiées parce que, sans elles, les réserves ne seraient jamais exploitées selon la théorie des options sur actions sans dividende.

Sans utiliser la théorie des options financières, Charles démontre qu'avec du capital non malléable, la gestion des pêcheries tend à être plus conservatrice qu'en certitude [11]. Le choix d'un stock plus élevé qu'en certitude dépend du coût relatif du capital et du taux de croissance de la ressource. Toutefois, l'incertitude porte chez lui sur le stock et non sur le prix du poisson.

Hartwick et Yeung ont établi que la fonction de profit escompté d'une firme en concurrence parfaite faisant face à un prix fixe mais aléatoire exploitant une ressource non renouvelable, neutre vis-à-vis du risque, sujette à coût d'extraction convexe dans le prix de la ressource extraite ([32], [33], [66]). Ceci est également vrai si le taux d'intérêt aléatoire induit l'incertitude sur les prix. Cette convexité implique qu'un marché pour les options sur les ressources naturelles peut exister seulement s'il existe des consommateurs risquophobes qui devront payer une prime aux producteurs neutres vis-à-vis du risque. Certains résultats de statique comparée vis-à-vis du prix et de la taille du stock assez peu transparents sont obtenus. Le prix courant de l'option est toujours plus bas, plus bas est la différence entre le prix de la ressource et le prix d'exercice de l'option. Les résultats de Hartwick et Yeung dépendent de manière cruciale de l'hypothèse de neutralité vis-à-vis du risque de la firme. S'ils avaient supposé une fonction d'utilité concave de la fonction de profit, le résultat opposé aurait été obtenu. S'ils avaient supposé la neutralité vis-à-vis du risque et des investisseurs risquophobes, les résultats de statique comparée auraient pu devenir ambigus.

McDonald et Siegel appliquent la théorie des options financières européennes à la théorie de la firme qui a l'option de fermer, qui est sujette à des coûts quasi fixes de production et qui est possédée par des actionnaires risquophobes [49]. Ils montrent comment des liens existants entre les prix à termes soit réels soit fictifs et les prix comptants du bien produit peuvent être utilisés pour déterminer la valeur d'une option sur les profits à venir de l'entreprise.

Anderson applique la théorie des options financières aux licences d'exportation [1]. Il essaie d'expliquer les phénomènes suivants : les quotas ne sont généralement pas remplis et pourtant les licences commandent un prix positif sur les marchés. Les quotas se retrouvent fréquemment avec des tarifs. Les quotas ne peuvent être revendus. Les quotas non utilisés cette année ne donnent pas droit à leur renouvellement l'année suivante. Comme la licence peut être utilisée n'importe quand pendant l'année, elle est équivalente à une option américaine. La licence permet l'exercice (c'est-à-dire l'achat au prix mondial et la revente au prix domestique d'une unité d'importation) n'importe quand pendant l'année. Les quotas causent la protection puisque les licences commandent un prix positif. La théorie des options financières doit toutefois être modifiée pour permettre à l'exercice de l'option d'avoir un impact sur le prix de l'action sous-jacente (ici le prix domestique des importations).

Deux contributions par Majd et Myers ([44], [45]) suivant des articles par Ball et Bowers [6], Green et Talmor [30], Smith et Stulz [60] traitent du droit d'un gouvernement de percevoir l'impôt sur le revenu des corporations comme un portefeuille d'options sur le revenu de la firme. Ceci est dû aux asymétries fiscales. Seul le revenu positif est taxé. Le droit du gouvernement de taxer est alors équivalent à un portefeuille d'options *call* européennes sur les flux annuels de revenu temporellement indépendants. Les asymétries fiscales sont sans importance pour les firmes bien diversifiées ou pour les firmes qui enregistrent toujours un revenu positif. Elles sont très importantes, toutefois, pour des projets indépendants, c'est-à-dire des projets qui s'identifient avec la firme elle-même. L'asymétrie fiscale est tempérée par l'étendue des clauses de report rétrogrades et antérogrades. Les privilèges de report ne brisent pas la correspondance entre le droit fiscal du gouvernement et une série d'options *call*. Toutefois, elles excluent l'usage d'une formule analytique pour déterminer la valeur d'une option parce que le versement d'impôt par une firme pour une année particulière dépend de la séquence des revenus obtenus sur un certain nombre d'années antérieures. Les résultats de statique comparée seront donc obtenus par simulation en supposant les flux de revenus avant impôt comme exogènes. Ils sont qualitativement similaires aux résultats de statique comparée du modèle de base. La mesure dans laquelle les reports de la taxe antérogrades peuvent souligner les asymétries fiscales dépend de la durée d'un projet et donc de sa valeur d'abandon. Majd et Myers suggèrent que la même procédure pourrait être appliquée à la firme sujette à réglementation.

Les pertes provenant d'une activité économique et pouvant être déduites des revenus d'autres activités aux fins d'impôt peuvent également être traitées comme des options[7].

## Conclusion

Un certain nombre de résultats de la théorie des options financières dont la formule Black-Scholes sont basés sur l'hypothèse de lognormalité. Quoique cette hypothèse ait des avantages bien connus (prix positif, variations proportionnelles des prix équiprobables) et qu'elle soit supportée tant théoriquement qu'empiriquement sur les marchés à terme des valeurs boursières et des matières premières, elle est plus contestable pour les rendements d'investissement. Si toutefois, ce rendement est exprimé en prix des matières et permet d'utiliser les prix à terme de celles-ci, l'hypothèse est plus vraisemblable [49].

L'utilisation du modèle en temps continu des options financières permet l'utilisation de l'information du marché, c'est-à-dire le prix au comptant ou le prix à terme de manière efficace. Le prix du marché est une statistique suffisante. Ce modèle requiert moins d'évaluation subjective que la programmation dynamique markovienne qui requiert la connaissance des distributions de probabilité conditionnelle très difficiles à obtenir en pratique. Par contre, l'asymétrie d'in-

7. Je dois cette suggestion à J. Mintz.

formation est un phénomène très répandu qui met en péril le réalisme de l'hypothèse d'un marché efficace et justifie la dépense de ressources pour l'augmentation soit active soit passive d'information.

Certains résultats de statique comparée empruntés à la théorie des options sont très utiles pour évaluer les options d'investissement irréversibles. Certains ont mené à la nécessité de réviser le modèle de base. Une révision nécessaire est celle qui permettrait d'avoir un prix d'exercice qui soit fonction non seulement du temps ou stochastique mais aussi fonction du rendement des investissements alternatifs. Des résultats limités existent en temps discret en théorie du fouinage dynamique [42].

La théorie des options financières appliquée à la théorie des investissements irréversibles permet des économies d'information considérables au prix d'hypothèses théoriques dont le réalisme est encore insuffisant. Le cumul de ces hypothèses rendrait le modèle très complexe à résoudre analytiquement[8].

Un aspect important de la théorie des options financières non considéré dans cet article est la valeur d'abandon d'un avoir qui peut être traité comme une option *put* [9]. Cette valeur d'abandon est conditionnée par la dépréciation, l'obsolescence, le changement de qualité et les gains en capital sur l'avoir qui peuvent tous être considérés comme endogènes[7].

---

8. Je dois la suggestion du cumul des hypothèses à F. Schoumaker.

## BIBLIOGRAPHIE

1. ANDERSON, J.E., *Quotas as Options:Optimality and Quota Licence Pricing under Uncertainty*, Communication présentée au Congrès Mondial d'Économétrie 1985.

2. ARCHIBALD, G.C., B.C. EATON et R.G. LIPSEY, « Address Models of Value Theory », dans J.E. Stiglitz et G.F. Mathewson, éd., New Developments in the Analysis of Market Structure, MIT Press 1986, pp. 3-47.

3. ARROW, K.J. et M. KURZ, *Public Investment, The Rate of Return and Optimal Fiscal Policy,* Resources for the Future 1970.

4. ARROW, K.J. et A.C. FISHER, « Environmental Preservation, Uncertainty and Irreversibility », *Quarterly Journal of Economics,* 89 (1974), pp. 312-319.

5. BALDWIN, C.Y. et R.F. MEYER, « Liquidity Preference under Uncertainty », *Journal of Financial Economics,* 7 (1979), pp. 347-374.

6. BALL, R. et J. BOWERS, «Distortions Created by Taxes Which are Options on Value Creation: The Australian Resources Rent Tax Proposal », *Australian Journal of Management*, 8 (1973).

7. BERNANKE, B.S., « Irreversibility Uncertainty and Cyclical Investment », *Quarterly Journal of Economics*, 98 (1983), pp. 85-106.

8. BLACK, F. et M. SCHOLES, « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *Journal of Political Economy,* 81 (1973), pp. 637-654.

9. BREALEY, R. et S. MYERS. *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill 1981.

10. BRENNAN, M.J. et E.S. SCHWARTZ, « Evaluating Natural Resource Investments », *Journal of Business*, 58 (1985), pp. 135-157.

11. CHARLES, A.T., « Optimal Fisheries Investment under Uncertainty », *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 40 (1983), pp. 2080-2091.

12. CHARLES, A.T. et G.R. MUNRO, « Irreversible Investment and Optimal Fisheries Management. A Stochastic Analysis », *Marine Resource Economics*, 1 (1985), pp. 247-264.

13. CLARK, C.W., F.W. CLARKE et G.R. MUNRO, « The Optimal Exploitation of Renewable Resource Stocks: Problems of Irreversible Investment », *Econometrica* 47 (1979), pp. 25-47.

14. CLARK, C.W., G.R. MUNRO et A.T. CHARLES, « Fisheries, Dynamics and Uncertainty », dans A. Scott, éd., *Progress in Natural Resource Economics*, Clarendon Press 1985, pp. 99-120.

15. COOK, P.J. et D.A. GRAHAM, « The Demand for Insurance and Protection: The Case of Irreplaceable Commodities », *Quarterly Journal of Economics*, 91 (1977), pp. 143-156.

16. CONRAD, J.M. « Quasi-Option value and the Expected Value of Information », *Quarterly Journal of Economics,* 95 (1980), pp. 813-819.

17. COX, D.R. et H.D. MILLER, *The Theory of Stochastic Processes*, Methuen 1965.

18. COX, J.C. et M. RUBINSTEIN, *Options Markets*, Prentice-Hall, 1985.

19. CRABBÉ, P.J., *Option value and Quasi-Option Value of Natural Resources,* Communication présentée au Congrès Mondial d'Économétrie 1985.

20. CRABBÉ, P.J., « The Quasi-Option Value of Irreversible Investment: A Comment », *Journal of Environmental Economics and Management* (à paraître).

21. CUKIERMAN, A., « The Effects of Uncertainty on Investment under Risk Neutrality with Endogenous Information », *Journal of Political Economy,* 88 (1980), pp. 462-475.

22. DE GROOT, M.H., *Optimal Statistical Decisions,* McGraw-Hill 1975.

23. EATON, B.C. et R. LIPSEY, « Exit Barriers are Entry Barriers: The Duality of Capital as a Barrier to Entry », *Bell Journal of Economics,* 11 (1980), pp. 721-729.

24. EATON, B.C. et R.G. LIPSEY, Capital, Commitment and Entry Equilibrium, *Bell Journal of Economics,* 12 (1981), pp. 593-604.

25. FISHER, S., « Call Option Pricing When the Exercise Price is Uncertain and the Valuation of Index Bonds », *Journal of Finance,* 33 (1978), pp. 169-176.

26. FISHER, A.C. et J.V. KRUTILLA, « Valuing Long-Run Ecological Consequences and Irreversibilities », *Journal of Environmental Economic and Management,* 1 (1974), pp. 96-108.

27. FREEMAN, A.M., « The Quasi-Option Value of Irreversible Investment », *Journal of Environmental Economics and Management,* 11 (1984), pp. 292-295.

28. FREIXAS, X. et J.J. LAFFONT, « On the Irreversibility Effect » dans M. Boyer et R.E. Kihlstrom, *Bayesian Models in Economic Theory*, North-Holland 1984.

29. GAUDET, G., « Investissement optimal et coûts d'ajustement dans la théorie économique de la mine », *Revue canadienne d'économique,* 16 (1983), pp. 39-45.

30. GREEN, R.C. et E. TALMOR, « On the Structure and Incentive Effects of Tax Liabilities, » *Journal of Finance,* 40 (1985), pp. 1095-1114.

31. GREENLEY, D.A., R.G. WALSH et R.A. YOUNG, « Option Value: Empirical Evidence from a Case Study of Recreation and Water Quality », *Quarterly Journal of Economics,* 96 (1981), pp. 657-673.

32. HARTWICK, J.M. et D. YEUNG, *Option Pricing by the Nonrenewable Resource Extracting Firm Facing Output Uncertainty,* Institute for Economic Research, Queen's University, D.P. n° 590, 1985.

33. HARTWICK, J.M. et D. YEUNG, « Preference for Output Price Uncertainty by the Nonrenewable Resource Extracting Firm, *Economic Letters,* (1985).

34. HEANY, W.J. et R.A. JONES, *The Timing of Investment*, University of British Columbia Business School, W.P. 998, 1985.

35. HENRY, C., « Option values in the Economics of Irreplaceable Assets », *Review of Economic Studies*, Symposium on the Economics of Exhaustible Ressources, 1974, pp. 89-104.

36. HENRY, C., « Investment Decisions under Uncertainty: The Irreversibility Effects », *American Economic Review*, 64 (1974), pp. 1006-1012.

37. JONES, R.A. et J.M. OSTROY, « Flexibility and Uncertainty », *Review of Economic Studies*, 51 (1984), pp. 13-32.

38. KENSINGER, J.W., *Project Abandonment as a Put Option Dealing with the Capital Investment Decision and Operating Risk Using Option Pricing Theory*, E.L. Cox School of Business, Southern Methodist University, W.P. 80-121, 1980.

39. LASSERRE, P., « Exhaustible Resource Extraction with Capital », dans A. Scott, éd., *Progress in Natural Resource Economics*, Clarendon Press 1985, pp. 176-195.

40. LIND, R., éd., *Discounting for Time and Risk in Energy Policy*, Resources for the future, 1983.

41. LIPPMAN, S.A. et J.J. MCCALL, « The Economics of Job Search: A Survey », *Economic Inquiry*, 12 (1976), pp. 365-390.

42. LIPPMAN, S.A. et J.J. MCCALL, « The Economics of Uncertainty », dans K.J. Arrow et M.D. Intriligator, *Handbook of Mathematical Economics*, vol. 1, North-Holland 1982.

43. LIPPMAN, S.A. et J.J. MCCALL, « An Operational Measure of Liquidity », *American Economic Review*, 76 (1986), pp. 43-55.

44. MAJD, S. et S.C. MYERS, *Valuing the Government's Tax Claim on Risky Corporate Assets*, NBER, WP n° 1553, 1985.

45. MAJD, S. et S.C. MYERS, *Tax Asymmetries and Corporate Tax Reform*, mars 1986 (non publié).

46. MARSHAK, T. et R. NELSON, « Flexibility, Uncertainty and Economic Theory », *Metroeconomica*, 14 (1962), pp. 42-58.

47. MCDONALD, R.C. et D. SIEGEL, *Option Pricing When the Underlying Asset is Non-Stored*, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, Northwestern University, D.P. n° 512, 1981.

48. MCDONALD, R.C. et D. SIEGEL, *The Value of Waiting to Invest*, National Bureau of Economic Research, W.P. n° 1019, 1982.

49. MCDONALD, R.C. et D. SIEGEL, «Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down », *International Economic Review*, 26 (1985), pp. 331-350.

50. MERTON, R. « The Theory of Rational Option Pricing », *Bell Journal of Economics*, 4 (1973), pp. 141-183.

51. MERTON, R. « Intertemporal Capital Asset Pricing Model », *Econometrica*, 41 (1973).

52. MILLER, J.R. et F. LADD, « Flexibility, Learning and Irreversibility in Environmental Decisions: A Bayesian Approach », *Journal of Environmental Economics and Management*, 11 (1984), pp. 161-172.

53. PADDOCK, J.C., D.R. SIEGEL et J.L. SMITH, *Option Valuation of Claims on Physical Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases*, MIT, Energy Laboratory, W.P. 83-005, 1983.

54. PINDYCK, R.S., « The Optimal Production of an Exhaustible Resource When Price is Exogeneous and Stochastic », *Scandinavian Journal of Economics*, (1981), pp. 277-288.

55. PINDYCK, R.S., « Adjustment Cost, Uncertainty and the Behavior of the Firm », *American Economic Review*, 72 (1982).

56. RAIFFA, H., *Decision Analysis*. Addison-Wesley 1968.

57. ROBERTS, K.W. et M. WEITZMAN, « Funding Criteria for Research Development and Exploration Projects », *Econometrica*, 48 (1981), pp. 1261-1288.

58. SAMUELSON, P.A., « Rational Theory of Warrant Pricing », dans R. Merton, éd., *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, vol. 3, MIT Press 1970.

59. SMITH, C.W., Option Pricing, *Journal of Financial Economics*, 3 (1976), pp. 3-51.

60. SMITH, C. et R.M. STULZ, « The Determinants of Firms 'Hedging Policies », *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1985, pp. 391-405.

61. SMITH, V.K., « Option Value: A Conceptual Overview », *Southern Journal of Economics*, 49 (1983), pp. 654-668.

62. SPENCE, M., « Contestable Markets and the Theory of Industry Structure », *Journal of Economic Literature*, 21 (1983), pp. 981-990.

63. TOURINHO, O.A.F., *The Option Value of Reserves of Natural Resources*, Graduate School of Business Administration, Berkeley, W.P. n° 94, 1979.

64. TREADWAY, A.B., « On Rational Entrepreneurial Behavior and the Demand for Investment », *Review of Economic Studies*, 36 (1969), pp. 227-239.

65. WEITZMAN, M., « Contestable Markets: An Uprising in the Theory of Industry Structure », *American Economic Review*, 73 (1983), pp. 486-487.

66. YEUNG, D. et J.M. HARTWICK, *Interest Rate and Output Price Uncertainty and Industry Equilibrium for Nonrenewable Resource Extracting Firms*, Queen's University, D.P. n° 599, 1985.