L'Actualité économique

Les interactions entre le gouvernement et le secteur privé

Une analyse de la politique de dépense du gouvernement et du coefficient de réflexion

Stephen Hymer and Stephen Resnic

Volume 44, Number 3, October–December 1968

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1000155ar
DOI: https://doi.org/10.7202/1000155ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Hymer, S. & Resnic, S. (1968). Les interactions entre le gouvernement et le secteur privé : une analyse de la politique de dépense du gouvernement et du coefficient de réflexion. *L'Actualité économique*, *44*(3), 401–433. https://doi.org/10.7202/1000155ar

Les interactions entre le gouvernement et le secteur privé

Une analyse de la politique de dépense du gouvernement et du coefficient de réflexion

I — Introduction

On tire souvent des modèles théoriques qui traitent des pays sous-développés, des conclusions de politique quant aux diverses stratégies de développement sans tenir compte, de façon explicite, du rôle du gouvernement. L'attention se porte habituellement sur la relation entre l'agriculture et l'industrie, plutôt que sur la relation entre le secteur privé et le secteur public. Pourtant, ignorer la contribution spécifique que le gouvernement apporte en tant que pourvoyeur de facteurs de développement d'une très grande importance ou encore s'abstenir de considérer le gouvernement comme étant un centre de décision qui dispose de son propre ensemble de préférences, revient à laisser de côté une partie importante du modèle de développement. Le but de cet article est d'introduire le gouvernement en tant que secteur qui a son propre ensemble d'objectifs, d'instruments, de contraintes et d'explorer les interactions qui en résultent entre le secteur gouvernemental et le secteur privé.

Un certain nombre de caractéristiques importantes du secteur gouvernemental dans les pays sous-développés méritent une attention toute spéciale. Premièrement, une proportion significative de l'activité gouvernementale dans les pays en voie de développement a un effet productif direct sur les autres secteurs de l'économie. L'infrastructure et l'éducation financées par le gouvernement, par exemple, constituent souvent une forte proportion du stock de capital physique et humain du pays. Les services du gouvernement dans les domaines du transport, des communications, de la recherche, du maintien de la paix et de l'ordre, etc., constituent des biens intermédiaires qui agissent sur le niveau de la productivité dans le secteur privé. La politique de dépense publique est ainsi un instrument fondamental de la stratégie de développement.

Deuxièmement, la capacité du gouvernement d'obtenir des revenus est fortement limitée par le coût de la perception des impôts et l'existence de contraintes politiques et idéologiques relativement à la structure fiscale. Dans plusieurs pays sous-développés, la plus forte partie des recettes fiscales provient de taxes indirectes que le gouvernement impose sur un nombre limité de produits d'exportation ou d'importation. Les revenus du gouvernement sont donc fonction de la croissance des secteurs imposables.

Enfin, on peut fort bien envisager le secteur gouvernemental comme une institution de la société qui a ses propres objectifs et ses propres préférences, dont certains peuvent être en harmonie avec ceux du secteur privé, d'autres en conflit. Ces objectifs sont établis par le processus politique spécifique au pays et ils reflètent les intérêts et le pouvoir de divers groupes de pression, aussi bien que les désirs de la bureaucratie d'état et les ambitions de l'élite gouvernante. En termes techniques, nous ne pouvons pas supposer que le gouvernement cherche, dans tous les cas, à réaliser l'efficacité au sens de Pareto pour le pays dans son ensemble ; nous devons plutôt le considérer comme maximisant des objectifs qui lui sont spécifiques et sujets à des contraintes spécifiques [1].

Ces principes ayant trait à la productivité de la dépense, à la limite de la capacité de taxer, et à la spécificité des fonctions de préférences du gouvernement, impliquent l'existence d'un quasi-mécanisme de marché qui déterminerait la croissance du secteur gouvernemental et son incidence sur le secteur privé. Si les politiques de dépenses gouvernementales n'ont pas pour effet de stimuler la croissance de l'économie, en particulier des secteurs de l'économie d'où le gouvernement tire ses recettes fiscales, les revenus

1. Voir : C.P. Kindleberger, « Group Behavior and International Trade », *Journal of Political Economy*, février 1951.

de celui-ci cessent de croître et l'expansion du secteur gouvernemental doit s'arrêter. S'il désire survivre et croître, le gouvernement doit allouer une partie de ses ressources à des utilisations qui engendreront du revenu. Cependant, cette nécessité impose des limites à l'action du gouvernement à l'intérieur desquelles celui-ci choisira conformément à sa fonction de préférences.

Les coefficients de réflexion

Formellement, on peut obtenir de la façon suivante la relation qui nous intéresse entre les secteurs privé et public. La taille du secteur gouvernemental est limitée par sa contrainte de budget :

$$G = R + B \tag{1.1}$$

où G représente les dépenses totales, R les revenus totaux et B l'emprunt net. Si nous ignorons B pour le moment, la « taille » de G et son taux de croissance dans le temps sont fonction du niveau et du taux de croissance de R. Comme point de départ de cet article, nous disons qu'il existe une dépendance fonctionnelle de R par rapport à G que nous pouvons appeler le coefficient de réflexion.

Le premier principe que nous avons fait ressortir plus haut indique que le niveau d'activité de divers secteurs de l'économie est fonction de la politique gouvernementale de dépenses. On peut écrire cette relation sous la forme :

$$X = F(g) \tag{1.2}$$

où X est un vecteur d'indices d'activités économiques privées, et g, un vecteur de dépenses gouvernementales dont les éléments $(g_1, g_2, \dots g_n)$ traduisent le niveau d'activité d'une fonction gouvernementale spécifique [2].

La deuxième proposition affirme que les recettes gouvernementales dépendront du vecteur des activités économiques privées :

$$R = tX \tag{1.3}$$

2. Nous supposons les conditions suivantes :

$$X = \bar{X} \text{ si } g = 0, \ \frac{\partial X}{\partial g} > 0, \ \frac{\partial^2 X}{\partial g^2} < 0.$$

où R représente les recettes totales et t est un vecteur de taxes dont les éléments sont les divers taux d'impôt qui se rapportent à chacune des activités économiques privées. Pour les fins de cet article, nous supposons que la structure fiscale que représente ce vecteur tend à être stable dans le temps. Notre principale préoccupation est d'analyser l'effet d'un changement dans g, t étant donné comme une contrainte. On peut raisonnablement soutenir que les gouvernements des pays sous-développés ne peuvent modifier t que d'une façon très limitée à l'intérieur d'une structure économique donnée. En courte période, on peut par conséquent considérer cette variable comme exogène. Une analyse des changements de t, spécialement des « bonds » discontinus qui accompagnent la révolution économique dépasse le cadre de cet article [3].

En combinant ces équations, nous obtenons le coefficient de réflexion :

$$G = tF(g) + B \tag{1.4}$$

qui indique qu'il existe une relation fonctionnelle entre le niveau des dépenses gouvernementales et leur composition.

On peut obtenir un autre type de coefficient de réflexion comme suit. Le secteur gouvernemental a besoin de certains facteurs (*inputs*) qui lui sont fournis par le reste de l'économie ; biens importés, travail, matières premières, etc. Mais les dépenses gouvernementales influent sur la courbe d'offre de ces facteurs. L'aide gouvernementale aux industries exportatrices, par exemple, accroît l'offre de devises, tandis que l'aide gouvernementale à l'agriculture abaisse le prix des aliments et, conséquemment, le prix d'offre du travail et des biens intermédiaires ; de même, les dépenses gouvernementales pour l'éducation accroissent l'offre de main-d'œuvre

3. Même si nous considérons ici cette caractéristique comme un caractère « stylisé » des pays sous-développés, il reste à effectuer des estimations empiriques d'envergure. Cette hypothèse signifie que si l'on établissait une régression entre le revenu et le niveau d'activité dans les secteurs clés, on obtiendrait des paramètres stables et un coefficient de corrélation élevé sur de longues périodes. On peut s'attendre à ce que la structure se déplace à certains moments spécifiques, comme par exemple lorsqu'un pays passe du statut colonial à l'indépendance, mais qu'elle reste stable au cours d'une période donnée. L'information nécessaire pour tester cette hypothèse est disponible, bien que les travaux en ce sens n'aient pas encore été effectués.

qualifiée. Ces relations engendrent un second type de *feedback* de la dépense gouvernementale à la dépense gouvernementale.

Cette relation générale entre les *inputs* gouvernementaux et la propre dépense du gouvernement peut être exprimée dans un modèle simple. Supposons que le gouvernement n'utilise qu'un facteur de production, le travail (L), et que la quantité qu'il utilise soit égale au revenu total (R) divisé par le taux de salaire (w). Si l'on représente la productivité de chaque travailleur par a, la production totale du secteur gouvernemental s'exprime par [4] :

$$G = \frac{a}{w} R \tag{1.5}$$

On suppose qu'une certaine proportion de la dépense gouvernementale, g_2 par exemple, a un effet direct soit sur la productivité du travail utilisé dans le secteur gouvernemental (a), soit sur le coût de ce travail (w). On peut alors obtenir de la façon suivante le second type de coefficient de réflexion :

$$\frac{a}{w} = \rho(g_2) \tag{1.6}$$

Un modèle des deux types de coefficients de réflexion

On peut maintenant résumer dans un ensemble simplifié d'équations notre relation fondamentale entre les secteurs privé et public [5] :

$$G = \frac{a}{w} R \tag{2.1}$$

$$g_0 = G - g_1 - g_2 \tag{2.2}$$

$$R = \rho_1(g_1) \tag{2.3}$$

$$\frac{a}{w} = \rho_2(g_2) \tag{2.4}$$

L'équation (2.2) montre que l'activité gouvernementale peut être divisée en trois catégories distinctes : g_0 qui n'a pas d'effet

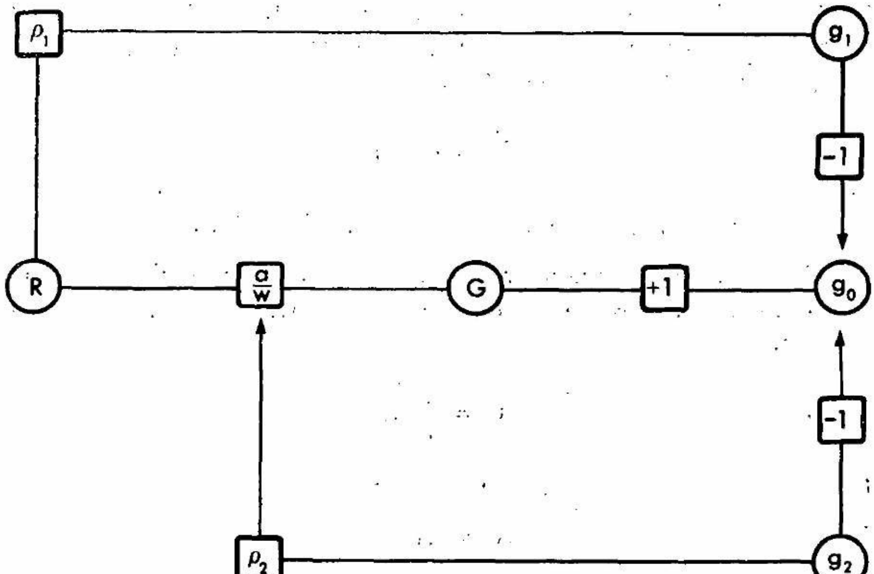
4. Formellement, on peut considérer le gouvernement comme ayant une contrainte de coût : $R = wL$, et une relation de production : $G = aL$. En résolvant, on obtient (1.5).

5. Nous n'avons pas tenu compte dans ce modèle, de l'emprunt net du gouvernement (B).

directement productif sur l'économie dans la période considérée, mais qui est soit une dépense de consommation du gouvernement, soit une activité de développement à long terme ; g_1 qui a un effet direct sur la production du secteur privé et portant sur les recettes du gouvernement tel que décrit par l'équation (2.3) ; g_2 qui a un effet direct soit sur la productivité du travail dans le secteur gouvernemental, soit sur son coût [équation (2.4)]. On peut donc récrire l'équation (2.1) qui exprime la production totale du gouvernement comme suit :

$$G = \rho_2(g_2)\rho_1(g_1)$$

Graphique 1
Deux circuits de feedback de G à G



Modèle

$$G = \frac{a}{w} R$$

$$g_0 = G - g_1 - g_2$$

$$R = \rho_1(g_1)$$

$$\frac{a}{w} = \rho_2(g_2)$$

On peut voir ce modèle exprimé schématiquement dans le graphique 1 qui montre les deux circuits de *feedback* de la dépense gouvernementale à la dépense gouvernementale. Ce schéma montre par exemple que, même si le gouvernement est intéressé à maximiser la dépense de développement comme g_0, il doit néanmoins consacrer certaines sommes à g_1 et à g_2 à cause de leurs effets indirects sur g_0.

II — Le choix qui s'offre au gouvernement

Le problème auquel le gouvernement fait face lorsqu'il se propose de choisir le niveau et l'allocation optimaux de la dépense apparaît au graphique 2. Nous ne considérons, pour le moment, que le premier type de coefficient de réflexion, c'est-à-dire ρ_1 ou le *feedback* provenant des recettes fiscales accrues. Comme auparavant, B est considéré égal à zéro. On suppose de plus qu'il y a trois secteurs d'activités : X_1, un secteur d'exportation ou manufacturier sujet à impôt ; X_2, un important secteur agricole ou de service, non imposé, et qui fournit une quantité de travail illimitée à un salaire constant ; et G, le secteur gouvernemental dont l'activité influe sur X_1.

La courbe de réflexion est représentée dans le quadrant I qui montre le niveau de la dépense gouvernementale comme une fonction du montant alloué à g_1. On l'obtient comme suit.

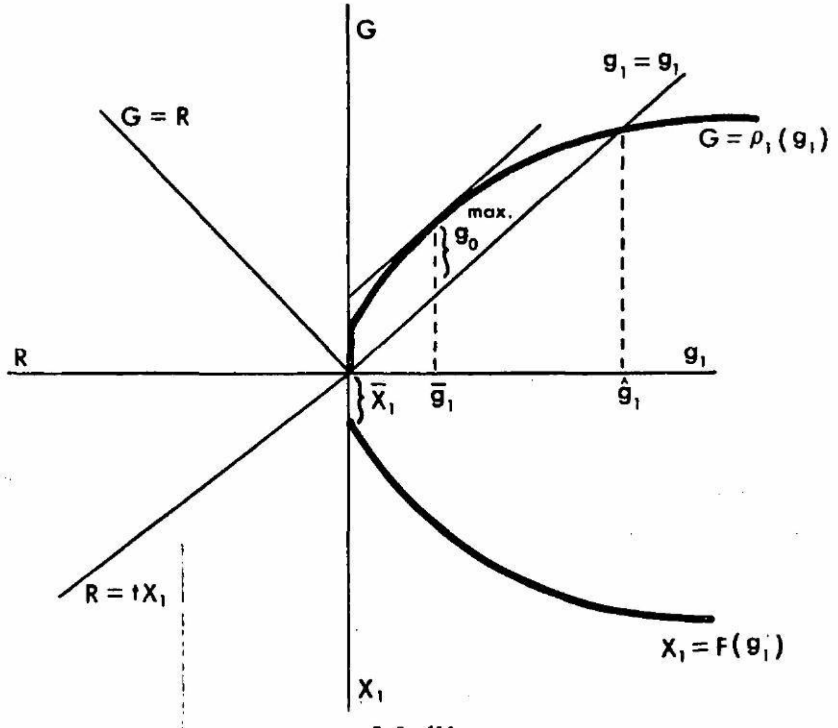
Le quadrant IV montre la productivité du gouvernement sur le secteur privé d'après $X_1 = F(g_1)$ où la courbe est concave vers le bas étant donné les rendements décroissants, $F' > 0$, $F'' < 0$. Si le gouvernement fixait $g_0 = 0$, on suppose que le niveau de la production privée serait $X_1 = \bar{X}_1$.

Le quadrant III montre la relation entre l'activité du secteur privé et les recettes fiscales du gouvernement. Nous avons supposé ici que les taxes représentent une proportion constante de l'activité de X_1, mais nous pourrions très facilement envisager le cas où les impôts représenteraient une proportion croissante ou décroissante de l'activité de X_1. Il est à noter que nous avons supposé ici que les impôts ne sont pas de nature à décourager l'effort productif *(no disincentive effect)*. Cette supposition n'est pas réaliste mais on peut l'atténuer en rendant la fonction de revenu concave par rapport à l'axe X_1, modifiant ainsi la forme de la courbe de réflexion dans le premier quadrant.

Le second quadrant montre la relation entre le revenu et la dépense du gouvernement. En supposant un budget équilibré $R = G$, la relation se traduit par une ligne droite dont la pente est 45°.

La courbe de réflexion dans le quadrant I montre la dépense totale du gouvernement en relation avec le niveau de la dépense consacrée à g_1. On l'obtient en choisissant divers niveaux de g_1

Graphique 2
Le choix du gouvernement



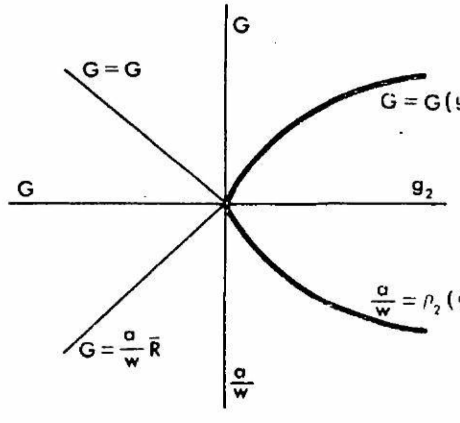
Modèle

$X_1 = F(g_1)$, productivité du gouvernement ($F' > 0$, $F'' < 0$)
$R = tX_1$, fonction de revenu
$R = G$, budget équilibré ($B = 0$)
$G = \rho_1(g_1)$, courbe de réflexion ($\rho_2 = 0$)

qui déterminent X_1, puis R, puis finalement de retour à G^0. L'écart horizontal entre la courbe de réflexion et une droite ayant une pente de 45° représente le surplus disponible que le gouvernement peut consacrer à g_0 $(g_0 = \rho_1(g_1) - g_1)$.

Quel est le point optimal du point de vue du gouvernement ? Il apparaît tout de suite qu'en l'absence d'une fonction de bien-être social qui permettrait d'évaluer le caractère désirable de diverses combinaisons d'activité gouvernementale et privée, il n'existe pas de point unique qui, de toute évidence, serait le meilleur. Nous devons donc faire intervenir notre troisième « principe » de comportement du gouvernement. Il n'est pas réaliste de prendre pour acquis que les gouvernements des pays sous-développés maximisent toujours une notion vague de « bien-être général » représentant d'une façon ou d'une autre la combinaison des intérêts et des vues de la population dans son ensemble. Il est aussi irréaliste de prendre pour acquis que le gouvernement s'efforce toujours d'atteindre l'optimalité de Pareto pour ensuite pratiquer une redistribution en recourant aux taxes « *lump sum* » et aux transferts. Un gouvernement en particulier est influencé par ses propres opinions sur le monde et par des pressions politiques, à la fois internes et externes, venant de divers groupes. Nous supposons plutôt que le gouvernement (c'est-à-dire l'État) d'un pays sous-développé a sa propre

6. Étant donné les suppositions que nous avons faites, la courbe de réflexion est, en somme, l'image réfléchie par un miroir de la fonction de productivité qui se trouve dans le quadrant IV, ou $\rho_1' > 0, \rho_1'' < 0$ et $G = \overline{G}$ lorsque $g_1 = 0$. On peut noter également que notre deuxième type de relation de réflexion $\frac{a}{w}\,\rho_2(g_2)$, peut être obtenu d'une manière semblable, $\overline{R}$ étant donné comme au graphique suivant :

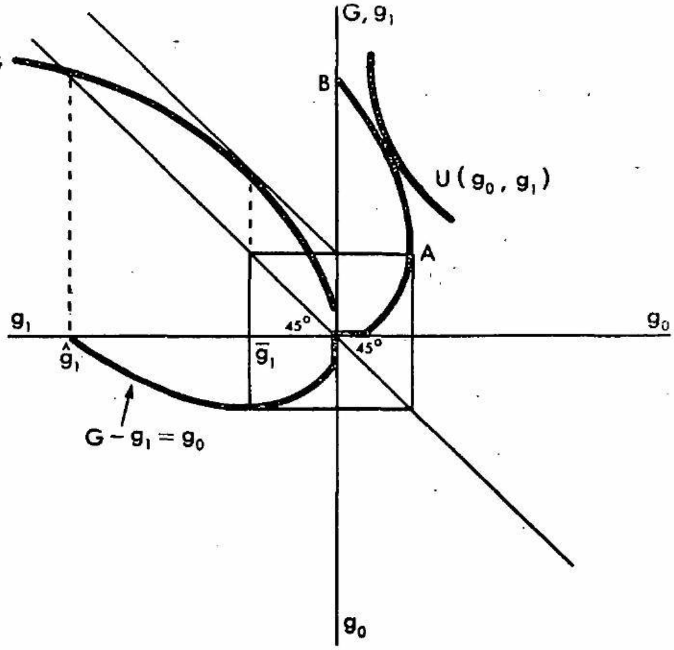


fonction de bien-être qui peut être différente de celle d'une partie importante du secteur privé. Il apparaît donc souhaitable d'analyser les problèmes en termes des implications et des contradictions que peut comporter la possibilité de fonctions de bien-être social différentes.

Supposons que nous fassions l'hypothèse assez brutale que le seul intérêt du gouvernement porte sur g_0. Par exemple, le secteur X_1 peut être une firme étrangère travaillant dans le secteur d'exportation qui n'offre pas d'intérêt pour le gouvernement sauf pour les revenus qu'il lui fournit par le canal des impôts, revenus qui peuvent ensuite être consacrés à l'armée, à la construction de monuments ou au développement. Le gouvernement choisirait alors le point $\bar{g}_1$ où g_0 est à son maximum [7].

Une autre hypothèse brutale dont les effets seraient tout à fait différents, serait à l'effet que le seul intérêt du gouvernement porte sur sa propre dimension totale. Par exemple, le gouvernement peut s'efforcer de maximiser G sans égard à sa composition, à cause de

Graphique 3



7. $g_0 = \rho_1(g_1) - g_1$ g_0 est maximal lorsque $\frac{dg_0}{dg_1} = 1$ ou lorsque $g_1 = \bar{g}_1$.

son aspect générateur d'emplois. Le gouvernement choisirait alors le point $\bar{g}_1$ où g_0 est égal à zéro. C'est le point qui maximise en même temps la « dimension » totale de X_1, à cause des hypothèses particulières de ce modèle. Un gouvernement qui choisirait cette politique atteindrait alors l'emploi le plus élevé possible dans le secteur d'exportation et le secteur gouvernemental, au détriment du reste de l'économie si l'on considère que g_0 est, en partie, formé de dépenses de développement à longue période de gestation.

On peut résumer au graphique 3 les diverses répartitions possibles entre g_0 et g_1 du point de vue du gouvernement (quadrant I). On trace une fonction de bien-être social, $U(g_0, g_1)$ dans le but de montrer une solution possible égalisant les taux marginaux de substitution et de transformation. Nos deux points limites, *A* et *B*, sont mis en évidence pour montrer l'intervalle de choix du gouvernement.

Ni l'un ni l'autre de ces extrêmes ne suffit à décrire le comportement du gouvernement dans un monde complexe. En réalité, le gouvernement va déterminer une pondération d'utilité pour un certain nombre d'objectifs : l'emploi, la production, la dimension du secteur privé, le degré « d'ouverture » de l'économie, etc. D'un point de vue empirique, la proposition reste vide de sens aussi longtemps qu'on ne connaît pas le contenu de la fonction de préférence du gouvernement. Néanmoins, l'analyse qui précède contient une leçon importante pour la recherche sur la structure et la performance des économies et l'évaluation du revenu national. La performance économique d'un pays ne reflète pas simplement des fonctions de production technologiques et des offres de facteurs mais aussi les goûts du gouvernement. Les modèles qui ignorent ce dernier élément — et c'est le cas de la plupart des modèles théoriques et empiriques sur les pays sous-développés — sont donc mal déterminés *(misspecified)* dans la mesure où le secteur gouvernemental constitue une force importante dans l'économie.

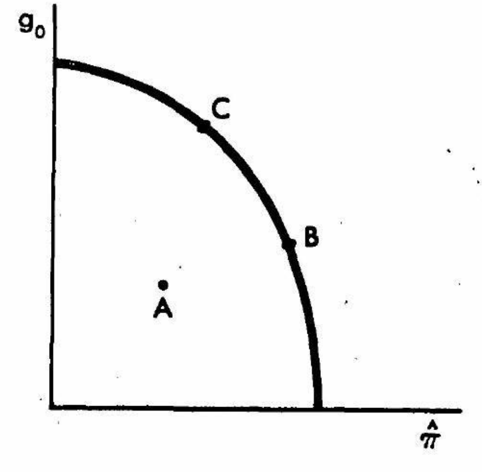
III — Un modèle de transaction *(bargaining)*

Le coefficient de réflexion tel qu'obtenu dans les sections précédentes est centré sur l'allocation de la dépense du gouvernement uniquement du point de vue du gouvernement lui-même. Pour un taux d'impôt donné, le surplus du gouvernement, g_0, s'élevait jusqu'à un maximum puis décroissait à mesure que des montants croissants étaient consacrés aux activités « productives » g_1 ou g_2. Étant donné la fonction de préférence du gouvernement, nous avons pu montrer le choix de l'instrument de politique, g_0, qui maximisait la fonction représentant l'objectif du gouvernement.

Cependant, le gouvernement n'agit pas dans le vide puisque le choix de recourir à tel ou tel type de dépense qu'il effectue a un effet direct sur la production et les profits du secteur privé. Un modèle de transaction simple, tenant compte des préférences du secteur privé, peut servir à illustrer les zones de conflit et de complémentarité entre les secteurs gouvernemental et privé dans le choix des instruments de politique.

Au graphique 4, nous avons tracé une courbe d'opportunité ou de *bargaining* entre diverses combinaisons du surplus privé (net d'impôts), $\hat{\pi}$, et du surplus gouvernemental, g_0. De notre analyse précédente, il apparaît avec évidence que des variations dans t et g_1 agiront sur les surplus du secteur gouvernemental et du secteur privé. Si l'économie se trouve à l'intérieur de la frontière, par exemple au point *A*, un changement soit dans t soit dans g_1 améliorera les conditions des deux secteurs en les déplaçant vers un point sur la frontière, par exemple *B*. Il y a alors une relation de complémentarité entre les deux surplus pour des changements don-

Graphique 4



nés de t ou de g_1. Une fois rendu au point *B*, cependant, il existe un *trade-off* entre le surplus public et le surplus privé. Par conséquent, un déplacement potentiel vers le point *C* doit nous entraîner soit dans un processus politique de négociation, soit à la spécification d'une fonction de bien-être social, $U(g_0, \hat{\pi})$ pour l'ensemble de l'économie. Dans la discussion qui suit, nous verrons la provenance de cette courbe d'opportunité et mentionnerons certaines raisons possibles qui font que certains pays sous-développés peuvent aboutir à l'intérieur de la frontière.

Le modèle de transaction est caractérisé par deux équations mettant en relation le surplus gouvernemental (g_0) et le surplus privé ($\hat{\pi}$), avec les deux instruments de politique, le taux de l'impôt sur les profits (t) et le niveau de la dépense productive (g_1). Le surplus du gouvernement est défini comme l'excédent du revenu sur la dépense consacrée à g_1 et le surplus privé comme les profits après impôts :

(1) L'équation du surplus gouvernemental $g_0 = t\pi - g_1$

(2) L'équation du surplus privé $\hat{\pi} = (1 - t)\pi$

où les variables ne peuvent évoluer qu'entre des limites fixées de sorte que t se trouve entre 0 et 1, et g_0 est toujours positif.

La famille de *courbes d'iso-surplus* du gouvernement aura une forme en *U* telle que le montre le graphique 5 (ce graphique a été construit avec une échelle qui utilise des fonctions analytiques spécifiques qui se trouvent décrites à l'annexe). La pente de cette courbe est définie comme suit :

$$\frac{dt}{dg_1} = - \frac{\dfrac{\partial g_0}{\partial g_1}}{\dfrac{\partial g_0}{\partial t}}$$

Le dénominateur de cette expression, $\frac{\partial g_0}{\partial t}$, est toujours positif puisque, pour une dépense g_1 donnée, une hausse du taux de l'impôt accroîtra le revenu et, conséquemment, le surplus gouvernemental. Le numérateur est positif pour de faibles valeurs de g_1, puis il devient négatif. Comme nous l'avons vu au graphique 2, le surplus gouvernemental, pour un taux d'impôt donné, augmente d'abord à mesure qu'on consacre davantage de dépense à g_1, puis il décroît à partir du point où la productivité marginale de g_1 $\left(\frac{\partial \pi}{\partial g_1}\right)$ tombe au-dessous de $\frac{1}{t}$. On peut le démontrer algébriquement à partir de l'équation (1) :

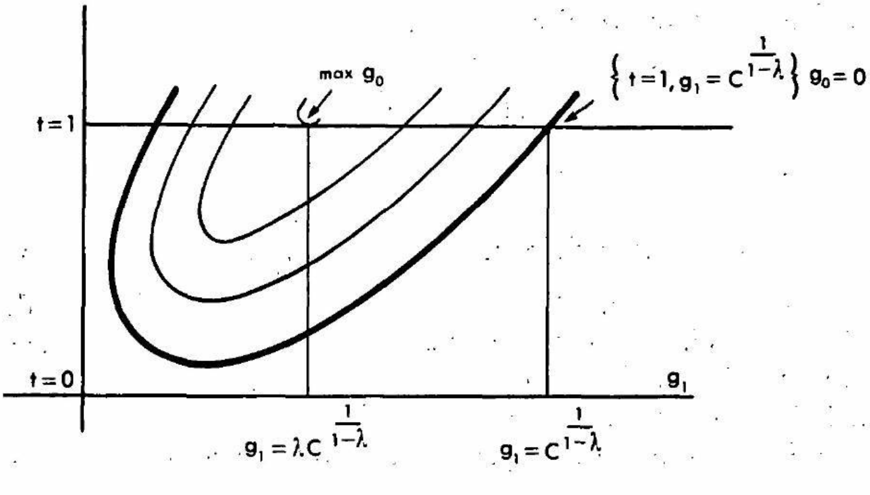
$$\frac{\partial g_0}{\partial g_1} = t \frac{\partial \pi}{\partial g_1} - 1$$

$$\therefore \frac{\partial g_0}{\partial g_1} \gtreqless 0 \text{ si } \frac{\partial \pi}{\partial g_1} \gtreqless \frac{1}{t}$$

On doit observer sur le graphique 5 que, plus t est élevé, plus le point critique se trouve à de fortes valeurs de g_0. La forme de la *courbe d'iso-surplus gouvernementale* est ainsi négative, puis positive lorsque le numérateur change de signe avec l'accroissement de g_1. Le point critique se déplace vers le haut et vers la droite pour les *courbes d'iso-surplus du gouvernement* plus élevées (là encore, nous renvoyons le lecteur à l'annexe où se trouve une démonstration formelle utilisant des fonctions analytiques particulières).

Graphique 5

Courbes d'iso-surplus

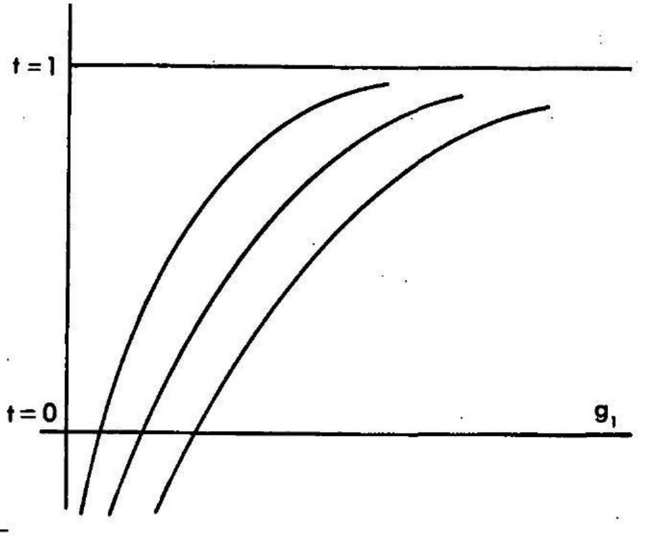


On obtient plus facilement la *courbe d'iso-profit* parce qu'un accroissement de g_1 a toujours un effet positif sur les profits après impôt tandis qu'une hausse de t a toujours un effet négatif. La forme de la *courbe d'iso-profit* est, par conséquent, toujours positive (voir graphique 6) [8].

$$\frac{dt}{dg_1} = \frac{-\dfrac{\partial \hat{\pi}}{\partial g_1}}{\dfrac{\partial \hat{\pi}}{\partial t}}$$

On peut superposer la *courbe d'iso-surplus du gouvernement* et la *courbe d'iso-profit* sur un même diagramme de type Edgeworth-Bowley (graphique 7). Les points de tangence entre les

Graphique 6
Courbes d'iso-profit



8. De l'équation (2) on a

$$d\hat{\pi} = \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial g_1} dg_1 + \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial t} dt$$

$$= (1-t)\frac{\partial \pi}{\partial g_1} dg_1 - \pi dt$$

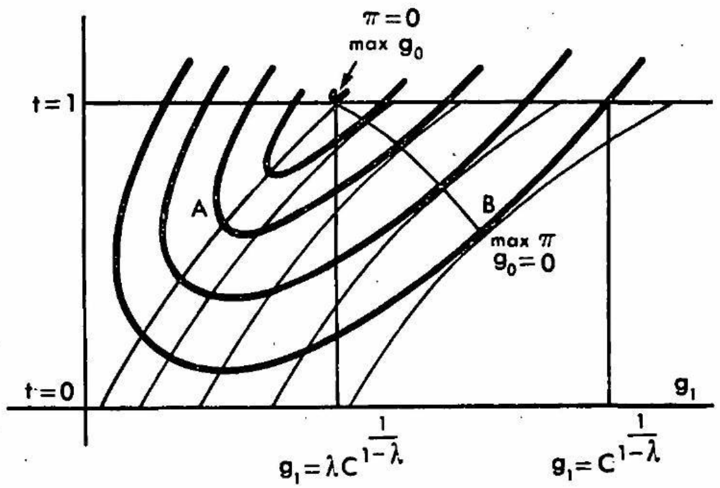
Si on fait $d\hat{\pi} = 0$ pour obtenir notre *courbe d'iso-profit*, nous avons $-\dfrac{(1-t)\dfrac{\partial \pi}{\partial g_1}}{-\pi}$ qui est manifestement positif. Le graphique 6 est tracé à l'échelle selon la formulation qui se trouve en annexe.

courbes d'iso-profit et d'iso-surplus forment une courbe de contrat montrant le *trade-off* entre $\hat{\pi}$ et g_0 avec des combinaisons optimales de t et g_1. Si nous joignons les points de cette courbe de contrat sur un espace $\{\hat{\pi}, g_0\}$, nous obtenons alors la courbe d'opportunité comme au graphique 4.

Une théorie de *bargaining* de même qu'une théorie de la politique seraient nécessaires pour prédire le point que l'on atteindra à la fin du processus. Pour le moment, nous pouvons nous limiter à un cas de façon à montrer que plusieurs pays peuvent ne pas se trouver sur la courbe de contrat.

Supposons que nous commencions avec un taux d'impôt donné, t. La politique de dépense du gouvernement se trouve alors représentée par une ligne droite parallèle à l'axe g_1 et perpendiculaire à l'axe t. À mesure que g_1 croît, g_0 croît jusqu'au point A et $\hat{\pi}$ s'accroît jusqu'au point B qui se trouve au-delà de A. Supposons que le gouvernement choisisse de maximiser g_0 en demeurant au point A. Il est évident que le sort des deux parties pourrait être amélioré en augmentant t et g_1 dans une combinaison quelconque qui déplacerait l'économie vers la courbe de contrat jusqu'à ce qu'elle l'atteigne. Est-ce qu'une telle décision sera nécessairement prise ? Le secteur privé peut fort bien s'y opposer. Il peut préférer un

Graphique 7
Courbe de contrat entre les secteurs public et privé



gouvernement incompétent et « paresseux » à un gouvernement efficace. Ce dernier se déplacerait vers la courbe de contrat, mais une fois qu'il l'aurait atteinte, il pourrait bien décider de se déplacer le long de la courbe en comprimant les profits. Le secteur privé peut avoir intérêt à garder un gouvernement qui agirait comme un *satisficer* en lui accordant suffisamment de g_0 pour qu'il soit stable et content, même si ceci est obtenu en sacrifiant l'efficacité.

Cette analyse simple ne couvre que deux variables. Dans le monde réel, le gouvernement s'intéresserait sans aucun doute à d'autres objectifs (emploi, production, etc.). Ces autres variables enregistreraient aussi des changements à mesure que g_1 varie. La spécification de fonctions de bien-être social serait nécessaire à l'analyse d'un cas plus complexe. Pour le moment, nous pouvons nous contenter de noter que les dérivées $\frac{dX_1}{dg_1}$, $\frac{dL}{dg_1}$, etc., ont toutes des valeurs différentes et qu'il n'existe pas de maximum unique pour l'ensemble de la société.

IV — Un modèle dynamique

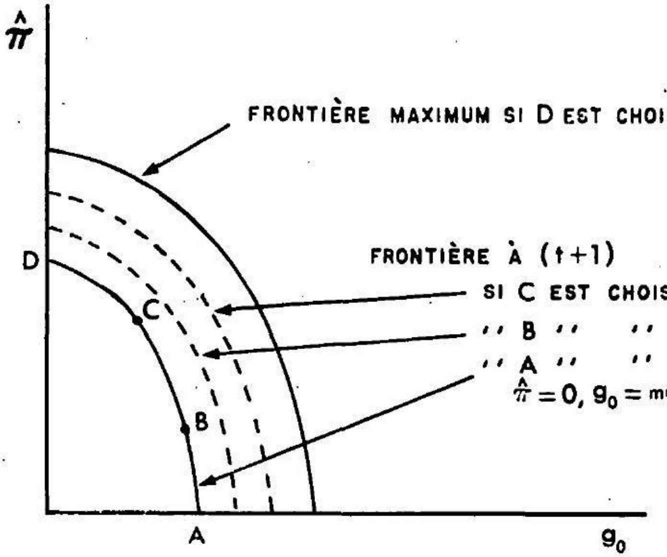
Les mouvements de g_0 et $\bar{\pi}$ le long de la frontière d'efficacité ont des implications dynamiques importantes dont on devrait tenir compte lorsqu'il s'agit de choisir la politique fiscale appropriée du gouvernement. Les profits constituent l'une des plus importantes sources d'épargnes privées dans les pays sous-développés et le niveau de $\bar{\pi}$ devient un déterminant important du taux de formation privée de capital. De la même façon, le gouvernement utilise une partie de son surplus, g_0, pour la formation de capital et le développement. Une combinaison spécifique de $\bar{\pi}$ et de g_0 à une période donnée va déterminer le niveau et la composition de l'investissement public et privé et, partant, le taux de croissance de l'économie.

Supposons, par exemple, que l'investissement gouvernemental soit nul et que le secteur privé réinvestisse une fraction quelconque, s_1, de ses profits nets. Plus le niveau $\bar{\pi}$ que l'on permet au secteur privé sera élevé, plus fort sera le taux de formation du capital et plus loin on repoussera la frontière d'efficacité. On peut le voir au graphique 8 qui montre la frontière d'efficacité de la période $(t+1)$ qui correspond à un choix de points *A, B, C, D,* à la période *t*. Si on choisit le point *A* de sorte que $\hat{\pi}=0$ et que g_0 soit à son maximum, il n'y a aucune formation de capital et la frontière d'efficacité reste stationnaire. Si on choisit le point *D* de sorte que g_0 soit nul et $\hat{\pi}$ à son niveau maximal, la frontière d'efficacité s'éloigne de l'origine dans toute la mesure du possible. *B* et *C* représentent des choix intermédiaires.

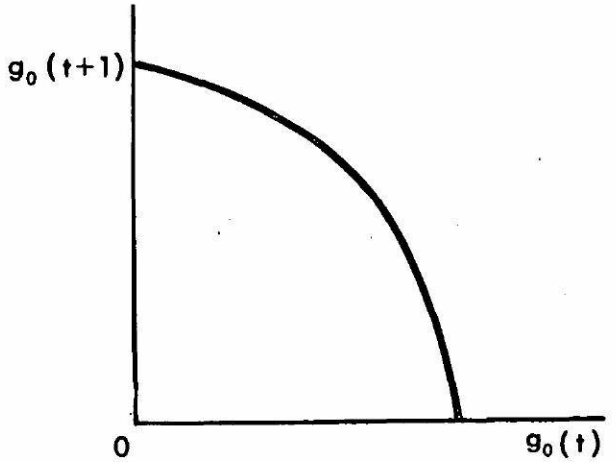
Par conséquent, le gouvernement qui choisit g_0 pour une période agit sur ses possibilités de choix à la période suivante et ce processus se poursuit *ad infinitum*. Du point de vue du gouvernement, le choix optimal dépendra de la durée de son plan et de sa préférence pour le temps. Supposons, à titre d'exemple, que la durée de plan du gouvernement ne couvre qu'une période et qu'il ne tire aucune utilité de $\hat{\pi}$. Nous supposons alors qu'à $(t+1)$ le gouvernement choisira le point où $\hat{\pi}(t+1)=0$ et où $g_0(t+1)$ est à son maximum. Une courbe de possibilité de production de Fisher pour une période peut être obtenue à partir du graphique 8.

Graphique 8

Frontière d'efficacité pour g_0 et $\hat{\pi}$



Cette courbe montre pour chaque g_0 au temps (t), la quantité de g_0 qui peut être obtenue au temps $(t+1)$ [9] :



Un modèle plus intéressant tient compte de la contribution des secteurs public et privé à la formation du capital. Le secteur privé utilise deux types de stock de capital : K_1 qui est le stock de capital privé qui se présente sous la forme d'usines, d'outillage, etc., et K_2 qui est le stock de capital public qui se présente sous la forme de capital d'infrastructure, de capital humain, etc. L'investissement privé est une fonction des profits tandis que l'investissement public est fonction du revenu. Le modèle de base est le suivant :

(3.1) [10] $$Y = F(K_1,\ K_2,\ L)$$

(3.2) $$I_1 = s\hat{\pi} = s(1-t)\hat{\pi}$$

(3.3) $$I_2 = gt\pi$$

(3.4) $$g_0 = G - I_2$$

9. La formule bien connue qui permet d'obtenir la valeur actuelle de g_0 et sa valeur à la période suivante est :

$$V = g_0(t) + \frac{g_0(t+1)}{(1+i)}$$

où i est le taux d'escompte. Cette valeur sera maximale lorsque :

$$\frac{dV}{dg_0} = \frac{(1+i) + F'(g_0)}{(1+i)} = 0$$

où, $i = -[F(g_0) + 1]$.

10. (3.1) représente, par hypothèse, une fonction de production dont les rendements à l'échelle sont constants.

où : Y = *output* total du secteur privé
K_1 = stock de capital privé
K_2 = stock de capital public
L = travail employé en Y
I_1 = investissement privé
I_2 = investissement public
s = taux d'épargne privée
g = taux d'épargne du gouvernement
t = taux d'impôt sur les profits (π)
$\hat{\pi}$ = profits du secteur privé nets d'impôt
g_0 = surplus du gouvernement
G = dépense totale du gouvernement

En calculant la différentielle totale de (3.1) nous avons :

$$dY = f_1 dK_1 + f_2 dK_2 + f_3 dL \tag{3.5}$$

Mais $dK_1 = I_1$, $dK_2 = I_2$ et $f_3 = w$ où w est le taux de salaire supposé donné (c'est-à-dire que nous supposons l'existence d'une offre de travail parfaitement élastique au taux de salaire donné w) [11]. On peut alors récrire (3.5) comme suit :

$$dY - w dL = f_1 I_1 + f_2 I_2 \tag{3.6}$$

ou :

$$d\pi = f_1 s(1-t)\pi + f_2 g t \pi \tag{3.7}$$

où nous avons utilisé les équations (3.2) et (3.3).

On peut transformer, de la façon suivante, l'équation (3.7) en une équation de croissance montrant le taux de croissance des profits dans le secteur privé en termes de deux variables instrumentales, t et g :

$$\frac{d\pi}{\pi} = \pi^* = f_1 s(1-t) + f_2 g t \tag{3.8}$$

Cependant, le gouvernement s'intéresse à son propre surplus (g_0). Il existe alors une relation entre π^* et le rapport entre le surplus public et le surplus privé $\frac{g_0}{\pi}$ qui se présente comme suit.

11. Les dérivées partielles, f^i, représentent les productivités marginales respectives du capital privé et public, et du travail.

Par définition, $g_0 = (1 - g)t\pi$ où $t\pi = G$ (voir équation (3.4)) et $gt = t - \frac{f_0}{\pi}$. En substituant cette dernière expression dans l'équation de croissance (3.8) nous avons

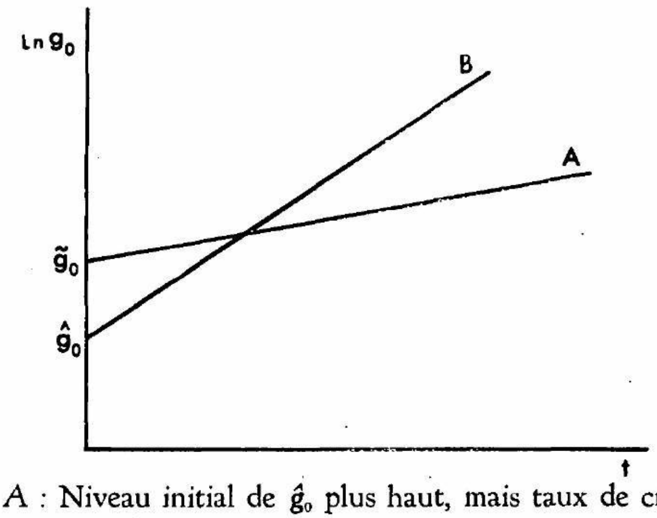
$$\pi^* = f_1 s(1 - t) + f_2\left(t - \frac{g_0}{\pi}\right). \tag{3.9}$$

Pour un t donné, $\pi^* = F\left(\frac{g_0}{\pi}\right)$ où $\dfrac{\partial \pi^*}{\partial \frac{g_0}{\pi}} < 0$.

On peut utiliser ces équations de croissance pour montrer les sentiers de croissance qui résultent de diverses valeurs des variables

Graphique 9

Sentiers possibles de g_0



Sentier A : Niveau initial de $\hat{g}_0$ plus haut, mais taux de croissance plus faible.

Sentier B : On sacrifie sur le niveau présent de $\hat{g}_0$ mais on choisit un taux de croissance plus élevé sur la base d'un niveau initial de g_1 plus élevé ou d'un niveau de t plus bas.

Si g_0 est dépensé uniquement à des fins de consommation, le problème se résume à une question de préférence quant au temps.

$$\text{Max} \int_0^\infty U(g_0)\,dt \qquad \text{S.T. } g_0^* = f[g_0(t)]$$

instrumentales g et t. Si nous anticipons les résultats, le modèle montre que le gouvernement doit choisir entre des sentiers de croissance tels que ceux que l'on retrouve au graphique 9. Le sentier A part d'un niveau initial de g_0 plus élevé que le sentier B mais est d'un taux de croissance plus faible. Le sentier B sacrifie sur le g_0 présent mais engendre un taux de croissance plus élevé étant donné un niveau initial de g plus élevé ou un niveau initial de t plus bas que dans le sentier A.

Attachons-nous maintenant à la détermination des règles de décision du gouvernement en présence d'un rapport $\frac{g_0}{\pi}$ donné. En différentiant l'équation (3.9) par rapport à t, on constate que, pour un rapport $\frac{g_0}{\pi}$ donné, le taux de croissance de π et g_0 s'élève ou s'abaisse à mesure que t augmente selon que $f_1s \lesseqgtr f_2$ ou :

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial t} = -f_1 s + f_2 \tag{4.0}$$

où :

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial t} \lesseqgtr 0 \text{ lorsque } f_1 s \gtreqless f_2.$$

L'explication de ce résultat est claire. f_2 représente la productivité d'un investissement d'une valeur de un dollar en ce qui concerne la formation publique de capital. f_1s représente la productivité d'une réduction d'impôt d'une valeur de un dollar en faveur du secteur privé, en tenant compte à la fois de la productivité du capital privé et de la fuite vers la consommation privée. Pour un niveau donné de g_0, le gouvernement désirera que la formation de capital ait lieu entièrement en K_1 ou en K_2 selon que $f_1s \lesseqgtr f_2$.

On peut résumer les résultats de ce modèle sous la forme des deux règles de décision suivantes :

Premier cas. Si $f_2 > f_1s$, le gouvernement fixe t à son niveau maximal, c'est-à-dire égal à 1, réduisant ainsi l'investissement privé à zéro. L'équation de croissance devient alors

$$\pi^* = f_2\left(1 - \frac{g_0}{\pi}\right).$$

Plus le niveau de g_0 est élevé, plus faible sera le taux de croissance de π^* et, partant, de g_0.

Deuxième cas. Si $f_1 s > f_2$, le gouvernement fixe à zéro le niveau de la formation publique de capital et ne prélève des impôts qu'en vue de g_0, c'est-à-dire $t = \frac{g_0}{\pi}$. L'équation de croissance devient alors

$$\pi^* = f_1 s \left(1 - \frac{g_0}{\pi}\right)$$

et, encore là, il existe un *trade-off* entre la part des profits consacrée à g_0 et le taux de croissance : plus t est élevé, plus le taux de croissance est faible.

Toutefois, ces deux cas ne montrent que des solutions partielles car ils reposent sur la constance de $f_1 s$ et de f_2 dans le temps. En réalité, ces deux termes varieront à mesure que le rapport $\frac{K_1}{K_2}$ se modifiera. Dans le premier cas, $K_1^* = 0$ et $K_2^* > 0$; $\frac{K_1}{K_2}$ baissera alors et $\frac{f_1 s}{f_2}$ croîtra jusqu'à ce que $f_1 s = f_2$. Dans le deuxième cas, $K_2^* = 0$ et $K_1^* > 0$; $\frac{K_1}{K_2}$ s'accroîtra alors et $\frac{f_1 s}{f_2}$ diminuera.

Le sentier de croissance d'équilibre tendra toujours alors vers ce que nous appelons le troisième cas dans lequel $f_1 s = f_2$. Le long du sentier de croissance d'équilibre, $\frac{K_1}{K_2}$ sera égal à $\bar{K}^*$, c'est-à-dire au niveau du rapport entre capital public et capital privé qui rend $f_1 s$ égal à f_2. Le rapport entre I_1 et I_2 devra aussi être égal à $\bar{K}^*$ afin de conserver le sentier de croissance. Nous pouvons alors obtenir comme suit la solution par rapport à t le long de ce sentier d'équilibre.

En résolvant (3.9) pour le taux de croissance d'équilibre, nous obtenons :

$$\bar{K} = \frac{(1 - t)}{\left(t - \frac{g_0}{\pi}\right)}$$

et alors,

$$t = \frac{1 + \bar{K}\frac{g_0}{\pi}}{(1+\bar{K})}$$

La principale conclusion que nous avons tirée de ce modèle à l'effet que le gouvernement doit choisir entre $\frac{g_0}{\pi}$ et π^* reste valable. On peut le voir facilement en retournant une fois de plus à l'équation (3.9) et en faisant $f_1 s = f_2$ de façon à être à l'équilibre. Ceci nous donne

$$\pi^* = f_2\left(1 - t + t - \frac{g_0}{\pi}\right) = f_1 s\left(1 - t + t - \frac{g_0}{\pi}\right)$$

$$= f_2\left(1 - \frac{g_0}{\pi}\right) = f_1 s\left(1 - \frac{g_0}{\pi}\right)$$

et le choix que le gouvernement doit faire entre π^* et $\frac{g_0}{\pi}$ est encore évident.

Nous pouvons maintenant examiner quelques-uns des facteurs qui entrent dans le choix des sentiers de croissance qu'effectue le gouvernement. D'abord, supposons que g_0 soit dépensé entièrement à des fins de consommation publique dans l'intérêt de la nation dans son ensemble ou d'un groupe dominant en particulier. Le problème d'optimisation en est alors simplement un de préférence quant au temps. Etant donné un taux d'escompte, le gouvernement peut choisir le « flot » de revenus qui maximise la valeur escomptée actuelle d'un « flot » de g_0 ayant une valeur initiale g_0 et un taux de croissance g_0^* [12].

Il est cependant, à la fois plus intéressant et à propos de supposer que g_0 est utilisé, au moins en partie, à des fins générales de

12. Nous calculerions la valeur actuelle de $\int_0^T g_0(0)\, e^{(g_0^* - r)t} dt$ où r est le taux d'escompte, et T la fin de la période du plan. En intégrant nous avons :

$$\frac{g_0(0)}{g^* - r}\left[e^{(g_0^* - r)T} - 1\right]$$

Étant donné que $g_0^* = F(\bar{g}_0)$, le maximum pourrait être calculé du point de vue du gouvernement.

développement ou pour une autre activité productive quelconque. Supposons que g_0 soit utilisé comme investissement dans un autre secteur Y_2 qui lorsqu'il deviendra productif procurera, par un processus de *feedback*, des revenus au gouvernement. Supposons que cet autre débouché possible en ce qui concerne les fonds d'investissement offre un taux de rendement r_2. Le mouvement de fonds se dirigeant vers le gouvernement se compose maintenant de deux flux distincts : le premier est $g_0 e^{r_1 t}$, le surplus engendré par le secteur Y_1 qui a fait l'objet d'une analyse plus haut; le second est $g_0 e^{r_2 t}$, le mouvement engendré par suite d'un investissement g_0 dans le cadre d'un programme de développement. Les fonds disponibles, pour le gouvernement, à une date future quelconque seront donc :

$$g_0 e^{r_1 t} + g_0 e^{r_2 t} = g_0 (e^{r_1 t} + e^{r_2 t}).$$

Le gouvernement maximisera la valeur escomptée de ce « flot » en ayant à l'esprit que r_1 est une fonction décroissante de g_0. (Il est aussi probable que r_2 sera une fonction décroissante de g_0, si nous sommes en face de rendements décroissants.) Une variante plus réaliste, bien que trop complexe pour faire ici l'objet d'une analyse, consisterait à supposer que le programme de développement exige une longue période de gestation de sorte que pour les n premières années, son rendement est nul.

Enfin, nous considérons un modèle dans lequel le gouvernement investit dans un stock de capital qui accroît la productivité du travail dans le secteur gouvernemental lui-même. Nous supposons qu'il y a une fonction de production gouvernementale mettant en relation la production du secteur gouvernemental, son propre stock de capital et le travail qu'il emploie.

$$G = G(K, L) \tag{4.1}$$ [13].

Le travail est disponible en quantités illimitées à un taux de salaire fixe $\bar{w}$. L'investissement du gouvernement est représenté par l'excédent des revenus sur les salaires.

$$I = R - \bar{w}L. \tag{4.2}$$

Nous supposons, de plus, que R se détermine d'une façon autonome et croît à un taux constant R^*. Un sentier de croissance

13. Nous supposons une fonction de production gouvernementale dont les rendements à l'échelle sont constants.

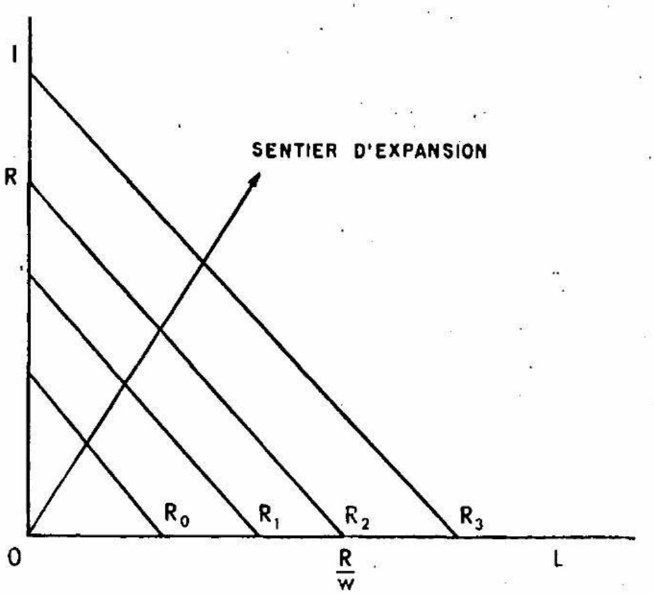
balancée est alors défini, dans lequel toutes les variables croissent au même taux :

$$G^* = K^* = L^* = I^* = R^*.$$

Dans ce modèle, la variable instrumentale du gouvernement est son taux d'épargne, c'est-à-dire la portion de son revenu total dans chaque période, qu'il consacre à son propre investissement. Le graphique 10 montre le choix possible pour des niveaux arbitraires de R. Nous supposons que le gouvernement choisit un sentier d'expansion qui comporte un taux d'épargne, $\frac{I}{R}$, constant. Il est facile de montrer qu'étant donné un taux de croissance de R déterminé de façon exogène, il y a un taux d'épargne optimal qui permet, pour G, le sentier de croissance le plus élevé possible. Il existe alors une règle d'or de l'investissement gouvernemental le long d'un sentier de croissance balancée égal à R^*, qui est analogue au taux naturel de croissance.

Nous savons que, le long du sentier de croissance balancée, le capital croît au même taux que le revenu, ou que $I = KR^*$. En

Graphique 10



substituant cette expression dans l'équation (4.2), nous obtenons pour n'importe quel moment

(4.3) $$R = R^*K + \bar{w}L.$$

Par cette équation, le gouvernement connaît le coût d'opportunité du capital et du travail. Le gouvernement peut modifier son coefficient capital/travail en faisant varier son taux d'épargne, aussi longtemps qu'il continue de satisfaire à l'équation (4.3).

Pour le gouvernement, le problème consiste à choisir le K et le L qui maximisent G (équation 4.1) sujet à la contrainte $R = R^*K + \bar{w}L$. On trouvera la solution au graphique 11. On atteint le maximum lorsque le rapport entre la productivité marginale du travail et celle du capital, $\frac{f_1}{f_2}$, est égal à $-\frac{w}{R}$. Là se trouve la règle d'or du gouvernement.

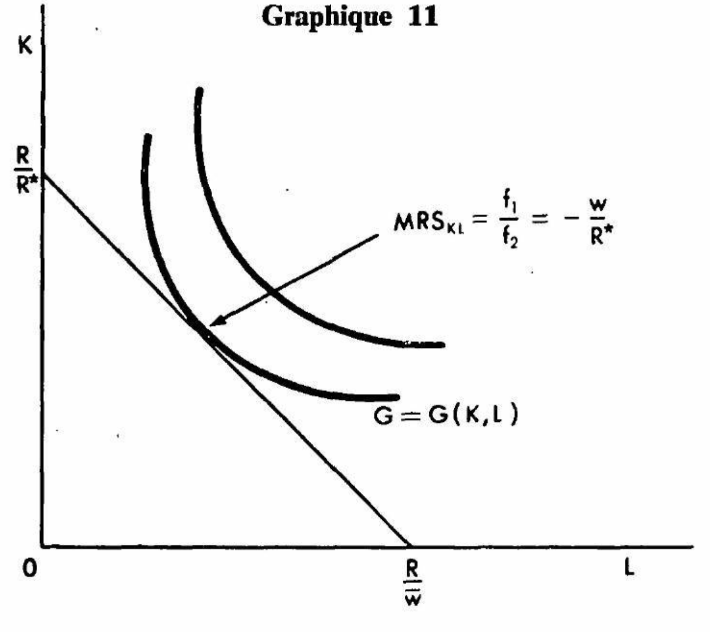
Il est intéressant d'établir un rapport entre ce qui précède et d'autres formulations possibles de cette « règle d'or ». En vertu du théorème d'Euler,

$$G = f_1L + f_2K$$

et, sur la base de l'équation (4.3) :

$$R = \bar{w}L + R^*K.$$

Graphique 11



Supposons que nous considérions que nous pouvons convertir l'équation du gouvernement en termes monétaires en multipliant par P_g de sorte que $P_gG = R$. En d'autres termes, nous supposons (comme c'est l'habitude de le faire) que la valeur de la production du gouvernement est égale à la valeur de son revenu total ou à sa dépense consacrée à l'investissement et au travail. Nos équations se liraient alors comme suit :

$$P_gG = P_gf_1L + P_gf_2K$$

$$R = \bar{w}L + R^*K.$$

Puisque :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{w}{R^*},$$

nous concluons que :

$$w = P_gf_1$$

$$R^* = P_gf_2.$$

Le long du sentier qui traduit la règle d'or, le *marginal revenue product* du capital est égal au taux de croissance et le *marginal revenue product* du travail est égal au taux de salaire. Il importe de noter que, afin d'obtenir ce résultat, nous avons supposé que la valeur de la production du gouvernement, pour toute période, était égale à la valeur des dépenses courantes plus celles de capital. La vraie définition de la valeur totale devrait être la dépense courante, wL, plus les coûts imputés du capital. Notre formule nécessite une hypothèse à l'effet que les coûts de capital devraient être imputés au taux de croissance R^*.

Stephen HYMER
et
Stephen RESNICK,
Economic Growth Center,
Yale University

ANNEXE À LA SECTION III

Interaction entre le gouvernement et le secteur privé

Le modèle de transaction *(bargaining)* peut s'écrire comme suit (la définition des variables se trouve dans le texte) :

(1) $$X_1 = g_1^{\alpha} L^{\beta} K^{\gamma}$$

(2) $$K = \bar{K}$$

(3) $$w = \frac{\beta X_1 P}{L}$$

(4) $$R = t\pi = t(1 - \beta)X_1$$

(5) $$\hat{\pi} = (1 - t)\pi$$

(6) $$R = G = g_0 + g_1$$

L'équation (1) décrit la fonction de production du secteur privé. On la suppose du type Cobb-Douglas. Dans cette fonction de production, l'effet de g_1 est comme un changement technologique neutre en ce sens qu'il n'affecte pas les taux marginaux de substitution entre K et L. Sous plusieurs aspects, il serait à la fois plus intéressant et plus à propos d'explorer la possibilité que la dépense gouvernementale consacrée, disons à la recherche ou à l'éducation, affecte davantage *(biased towards)* le capital ou le travail. Il convient de noter que l'on considère ici g_1 comme un flux alors que plusieurs activités gouvernementales, par exemple, les routes, les barrages, ont davantage l'aspect d'un stock de capital. On pourrait considérer le modèle comme décrivant des périodes de temps plus longues qu'une année ou, si on le considère comme un modèle à court terme, comme ne couvrant que la dépense périodique du gouvernement pour l'entretien des routes, la satisfaction des besoins d'information, etc.

L'équation (2) suppose que le capital privé ne varie pas pendant la période considérée.

L'équation (3) indique que l'on embauche des travailleurs jusqu'à ce que le taux de salaire soit égal au produit marginal. Étant donné les hypothèses d'une fonction de production de type Cobb-Douglas, et de salaires et de prix constants, ceci nous donne pour le travail une expression qui prend la forme d'une fonction simple non linéaire de X_1 :

$$L = \frac{P\beta}{w} X_1$$

L'équation (4) nous montre le revenu total du gouvernement (égal à la dépense totale) comme étant dans un rapport constant avec les profits. Les profits avant impôts sont le résidu que l'on obtient après avoir payé les salaires et, parce que nous avons une fonction de type Cobb-Douglas, ils représentent une part constante de la production.

Les équations (5) et (6) nous permettent d'obtenir respectivement les profits après impôts ($\hat{\pi}$) et le total de R et de G.

Équations (1) à (6)

En résolvant par rapport à g_1 :

(7) $$X_1 = A g_1^{\lambda}$$

(8) $$L = B g_1^{\lambda}$$

(9) $$R = t c g_1^{\lambda}$$

(10) $$\hat{\pi} = (1 - t) c g_1^{\lambda}$$

(11) $$g_0 = t c g_1^{\lambda} - g_1$$

où :

$$A = \left(\frac{P\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} K^{\frac{\alpha}{1-\beta}}$$

$$\lambda = \frac{\alpha}{1-\beta} \text{ et } \frac{\alpha}{1-\beta} < 1 \text{ puisque } \alpha + \beta < 1$$

$$B = \frac{P\beta}{w} A$$
$$C = (1-\beta)A$$

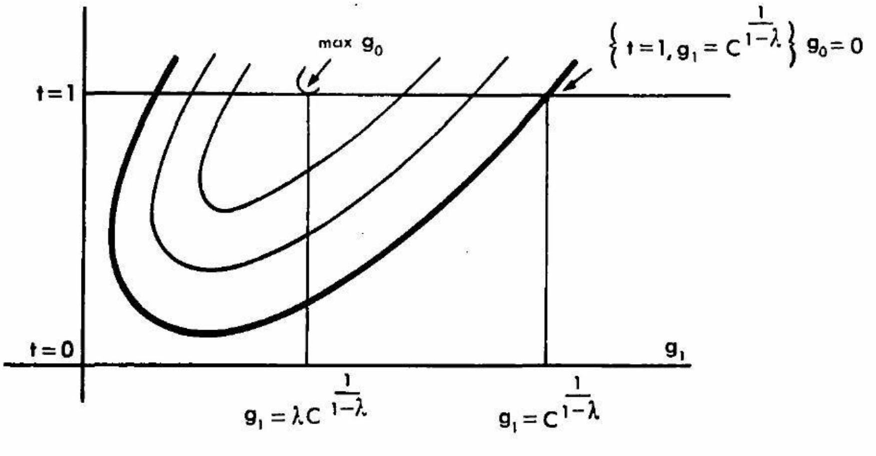
Obtention des courbes d'iso-surplus

$$g_0 = tcg_1^{\lambda} - g_1$$
$$t = \frac{g_0}{cg_1^{\lambda}} + \frac{g_1}{cg_1^{\lambda}}$$
$$\frac{dt}{dg_1} = g_1^{-\lambda}\left[\frac{-\lambda g_0}{cg_1} + \frac{(1-\lambda)}{c}\right]$$
$$\frac{dt}{dg_1} \lesseqgtr 0 \text{ comme } g_1 \lesseqgtr \frac{\lambda g_0}{(1-\lambda)}$$

Étant donné G_0,

$\lim_{g_1 \to 0} t = +\infty$ et $\lim_{g_1 \to \infty} t = +\infty$

Graphique 5A
Courbes d'iso-surplus



Famille de courbes en *U* dont le point maximal se déplace vers le haut et vers la droite lorsque g_0 augmente et atteint son niveau le plus élevé quand $g_1 = \lambda c^{\frac{1}{1-\lambda}}$; la limite inférieure lorsque $g_0 = 0$, est représentée par une ligne grasse.

Si $t = 1$, $g_0 = 0$ lorsque $g_1 = c^{\frac{1}{1-\lambda}}$

Pour max g_0, $\dfrac{dg_0}{dg_1} = \lambda t c g_1^{\lambda-1} - 1 = 0$

et lorsque $t = 1$, $g_0 = \max$ lorsque $g_1 = (\lambda c)^{\frac{1}{1-\lambda}}$

Obtention des courbes d'iso-profit

$$\hat{\pi} = (1 - t) c g_1^{\lambda}$$

$$t = 1 - \frac{\pi}{c g_1^{\lambda}}$$

$$\frac{dt}{dg_1} = \lambda \pi c^{-1} g_1^{-\lambda-1} = \frac{\lambda \pi}{c g_1^{\lambda+1}} > 0$$

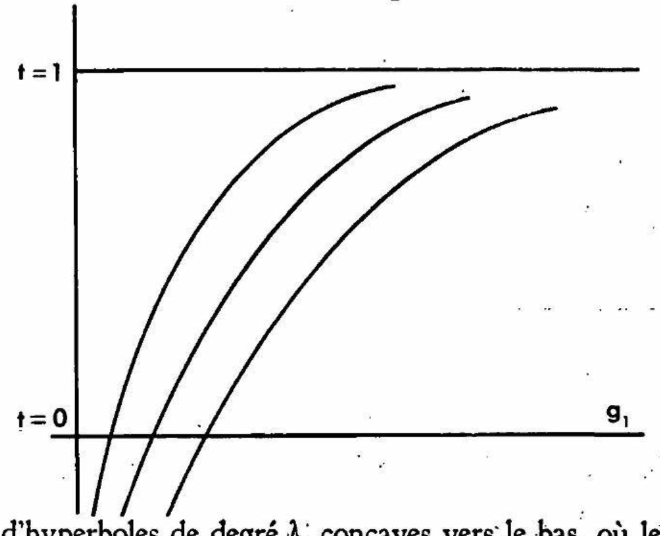
$$\frac{d^2t}{dg_1^2} = (-\lambda - 1) \lambda \pi / c g_1^{\lambda+2} < 0$$

$\therefore$ concave vers le bas.

Étant donné $\hat{\pi}$,

$$\lim_{g_1 \to 0} t = -\infty \qquad \text{et} \qquad \lim_{g_1 \to \infty} t = 1$$

Graphique 6A
Courbes d'iso-profit



Famille d'hyperboles de degré λ, concaves vers le bas, où les profits croissent de gauche à droite ; $\pi = 0$ lorsque $t = 1$ ou $g_1 = 0$.

Si $t = 0,\ g_1 = \left(\frac{\pi}{c}\right)^{\frac{1}{\lambda}}$

$t = 1,\ \pi = 0$

c'est-à-dire que l'on arrive au cas limite, . courbe de profit nul, lorsque $t = 1$ ou $g_1 = 0$ et dont la forme est rectangulaire.

On peut combiner les deux familles de courbes sur un même graphique 7A. Les points de tangence entre les courbes d'iso-profit et d'iso-surplus forment la courbe de contrat pour le modèle spécifique exposé dans cette annexe. Tel que mentionné plus haut, le cas général est développé dans le texte.

Graphique 7A
Courbe de contrat entre les secteurs privé et public