

# Répartition personnelle et fonctionnelle des revenus: une approche intégrée

Camilo Dagum

Volume 29, numéro 2, 1998

L'économie du XXIe siècle de François Perroux à la mondialisation

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/703876ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/703876ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Institut québécois des hautes études internationales

ISSN

0014-2123 (imprimé)

1703-7891 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Dagum, C. (1998). Répartition personnelle et fonctionnelle des revenus: une approche intégrée. *Études internationales*, 29(2), 239–265.  
<https://doi.org/10.7202/703876ar>

Résumé de l'article

L'objectif principal de cette étude est de concevoir une approche intégrée de la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu. Les hypothèses de base sur lesquelles reposent les théories et modèles de répartition personnelle et fonctionnelle du revenu sont discutées. Une liaison entre la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu est réalisée grâce à l'introduction d'une fonction non linéaire micro-économique génératrice du revenu (FGR) en termes de capital humain et de richesse. La fonction FGR en question est caractérisée par un taux marginal de substitution technique positif, décroissant et convexe et par une élasticité de substitution variable. La FGR permet l'estimation des taux de rendement du capital humain et de la richesse et la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu. Par agrégation, ces résultats sont obtenus pour l'ensemble de l'économie nationale.

# Répartition personnelle et fonctionnelle du revenu : une approche intégrée

Camilo DAGUM\*

*RÉSUMÉ : L'objectif principal de cette étude est de concevoir une approche intégrée de la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu. Les hypothèses de base sur lesquelles reposent les théories et modèles de répartition personnelle et fonctionnelle du revenu sont discutées. Une liaison entre la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu est réalisée grâce à l'introduction d'une fonction non linéaire micro-économique génératrice du revenu (FGR) en termes de capital humain et de richesse. La fonction FGR en question est caractérisée par un taux marginal de substitution technique positif, décroissant et convexe et par une élasticité de substitution variable. La FGR permet l'estimation des taux de rendement du capital humain et de la richesse et la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu. Par agrégation, ces résultats sont obtenus pour l'ensemble de l'économie nationale.*

*ABSTRACT : The main purpose of this study is to provide a unified approach to the functional and personal distributions of income. The basic assumptions of the most relevant functional distribution theories and personal income distribution models are discussed. A linkage between functional and personal income distributions is achieved by introducing a non-linear microeconomic income generating function (IGF) in terms of human capital and wealth. The specified IGF has a positive, decreasing and convex marginal rate of technical substitution and fulfills the property of variable elasticity of substitution. The IGF enables the estimation of the economic agent's human capital and wealth rates of return together with their corresponding functional and personal distributions of income. By aggregation, these results are obtained for a national economy.*

Du système de comptabilité nationale découlant du principe comptable de Luca Paccioli, on peut déduire que  $Q=Y=Z$  pour les trois catégories de résultats de tout processus macro-économique, à savoir, la production (Q), le revenu (Y) et la dépense (Z).

Le revenu (Y) couvre deux importants champs d'analyse : (i) la répartition fonctionnelle et (ii) la répartition personnelle du revenu. La première explique la formation des prix des facteurs de production qui contribuent à la production totale Q, ainsi qu'à l'allocation du revenu total aux propriétaires de chaque type de facteur productif, c'est-à-dire la part des facteurs de la production dans le revenu national. La seconde porte sur le revenu total perçu par chaque personne (une famille, un ménage, un individu, etc.), peu importe la source (salaire, propriété ou transfert) de ce revenu.

---

\* Professeur à l'Université de Bologne et professeur émérite du Département de science économique de l'Université d'Ottawa.

On reconnaît que Ricardo<sup>1</sup> fut le premier économiste à développer une théorie de la répartition fonctionnelle du revenu et que Pareto<sup>2</sup> fut le premier chercheur à spécifier, analyser et estimer un modèle de la répartition personnelle du revenu. Chacun a initié un nouveau et fructueux champ de recherche dans la science économique.

L'idéologie a joué un rôle catalyseur dans chacune de ces contributions. Si, communément, l'idéologie est vue comme une source de distorsion et de dégénérescence de la recherche économique, elle a cependant aidé Ricardo et Pareto à faire une contribution notable à la science économique. Les travaux de Ricardo étaient largement stimulés par sa participation aux débats de 1815 sur les *Corn Laws*. Député au Parlement et partisan convaincu des activités manufacturières et commerciales, Ricardo sut élaborer sa théorie de la répartition fonctionnelle du revenu. Il cherchait à démontrer les bienfaits qu'entraînerait l'élimination des politiques agraires protectionnistes sur la croissance économique et le bien-être de la Grande-Bretagne.

Quatre-vingts ans plus tard, Pareto s'engageait dans un autre débat, contre les socialistes italiens et français qui exigeaient des réformes institutionnelles afin de répartir de façon plus équitable le revenu personnel. Libéral et convaincu qu'il était nécessaire de tenir le gouvernement à l'écart des marchés, Pareto s'opposa à une telle initiative et se mit à la recherche de fondements économiques qui pourraient appuyer sa position. C'est alors qu'il spécifia son modèle classique de Type 1 de la répartition du revenu. Se basant sur ses recherches, Pareto parvint à conclure que seule la croissance économique permet d'atténuer les inégalités des revenus.

Si l'on interprète correctement les rôles essentiels que jouent les structures technologiques et institutionnelles dans le soutien de la croissance économique, du développement et de l'équité, on constate que Pareto et les socialistes avaient en partie raison puisqu'ils ont, à tour de rôle, identifié une dimension importante qui contribua à déterminer la taille de la répartition du revenu observé ainsi que la mesure d'inégalité qui lui est associée.

Avant le troisième quart du xx<sup>e</sup> siècle, les théories de la répartition personnelle et fonctionnelle du revenu étaient deux champs d'analyse tout à fait indépendants l'un de l'autre. Personne n'était parvenu à établir un lien cohérent entre elles. De plus, les théories de la répartition fonctionnelle du revenu de l'époque étaient demeurées des théories sans mesures à l'appui tandis que les modèles de la répartition personnelle du revenu étaient surtout des mesures sans fondements théoriques (sauf les contributions de Pareto et de Gini).

1. D. RICARDO, *On the Principles of Political Economy and Taxation*, 3rd éd. 1821. Nouvelle édition par P. SRAFFA, *Works and Correspondence of David Ricardo*, vol. 1., Cambridge, Cambridge University Press, 1951 (1817).
2. V. PARETO, « La legge della domanda », *Giornale degli economisti*, gennaio 1895, pp. 59-68.

Cette étude a pour but de créer un lien formel entre la répartition fonctionnelle et personnelle du revenu au sein d'un modèle causal de répartition du capital humain, des revenus et de la richesse. Afin de réaliser cet objectif, un survol des théories de la répartition fonctionnelle et des modèles de la répartition personnelle du revenu servira de récapitulation. La spécification d'une fonction génératrice du revenu (FGR) fournit la liaison entre les deux champs de recherche.

Cette recherche est présentée de la façon suivante : la première section traite des théories les plus importantes de la répartition fonctionnelle du revenu dans l'histoire de la pensée économique ; la deuxième partie discute du modèle de Type 1 de Pareto tout en survolant les autres modèles de la répartition personnelle du revenu et en spécifiant un ensemble de propriétés nécessaires à l'identification des modèles efficaces et robustes ; la troisième partie établit un lien entre la répartition fonctionnelle et personnelle du revenu en définissant une fonction du revenu dotée d'une élasticité de substitution variable. La dernière partie tire les conclusions qui s'imposent.

## I – Les théories de la répartition fonctionnelle du revenu

Les facteurs de production traditionnels examinés dans l'histoire de la pensée économique sont le *travail*, le *capital* et la *terre*. Les propriétaires de ces facteurs forment trois classes sociales bien distinctes, les travailleurs, les capitalistes et les propriétaires fonciers. Depuis la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, ces classes sociales commencent à se chevaucher. De fait, les divisions entre elles deviennent de plus en plus floues si l'on considère le capital humain incorporé dans la classe ouvrière, ses profits et rentes qui découlent de l'épargne et des investissements de celle-ci, tandis que le revenu total des capitalistes et des propriétaires fonciers reconnaît l'existence des revenus gagnés par le travail.

Les prix correspondant aux facteurs productifs sont les taux de salaire, d'intérêt et de la rente. Bien souvent, on remplace le taux d'intérêt par la notion du taux de profit alors qu'autrefois les deux notions avaient une place différenciée dans les théories de la répartition du revenu. Le pionnier R. Cantillon dans son *Essai sur la nature du commerce en général* (1755), faisait une distinction nette entre :

- (i) la rémunération certaine, catégorie qui inclut les salaires, l'intérêt et la rente et qui représente la rémunération du travail, du capital et de la terre respectivement ; et
- (ii) la rémunération incertaine, qui s'applique au profit de l'entrepreneur en raison des risques auxquels il s'expose en catalysant et en organisant le processus de production.

Le développement le plus important dans la théorie de l'intérêt au XVIII<sup>e</sup> siècle fut la proposition selon laquelle : « (1) l'intérêt sur les prêts commerciaux n'est rien d'autre que le profit normal transféré aux prêteurs, et (2) le profit commercial lui-même, quand il est normal, n'est rien d'autre que

la rémunération des moyens physiques de production, y compris les moyens de subsistance de la main-d'œuvre<sup>3</sup> ».

C'est en ajoutant, à la première proposition ci-dessus, l'intérêt du marché sur la part des moyens physiques de production qui appartient à l'entrepreneur, que l'on saisit plus facilement la notion de l'intérêt comme la rémunération certaine du capital au sens de Cantillon, c'est-à-dire comme la part du marché d'un stock de capital sans risque. Par conséquent, l'intérêt est le rendement des biens de capitaux (biens de production fabriqués) tandis que la rente est le rendement du capital naturel (agents naturels de production).

La valeur ajoutée est aujourd'hui définie comme étant la somme de l'intérêt provenant des prêts aux entreprises, de la rente foncière et des immeubles, de la rémunération du travail et du profit normal des entreprises tel que défini dans la deuxième proposition.

Ainsi, *ex-ante*, le profit est une rémunération incertaine compte tenu des risques et soucis encourus par l'entrepreneur, c'est-à-dire une rémunération espérée ; c'est une variable aléatoire dont la distribution de probabilité peut prendre toutes les valeurs possibles. Par conséquent, *ex-post*, le profit réalisé est obtenu de façon résiduelle par différence entre la valeur ajoutée et la rémunération certaine. Étant une variable *ex-ante*, la rémunération anticipée par l'entrepreneur doit être strictement positive parce qu'aucun entrepreneur n'est disposé à s'exposer en produisant s'il prévoit une rémunération négative ou nulle. Ici rémunération veut dire (i) la somme nette de l'intérêt du marché sur les moyens de production qui lui appartiennent et (ii) le salaire perçu par l'entrepreneur au cours d'une période de temps raisonnable. Ceci est équivalent à l'efficacité marginale du capital de Keynes. *Ex-post*, certains entrepreneurs obtiennent des profits négatifs alors que d'autres font faillite. Il est intéressant de noter que pour l'ensemble de l'économie, les comptes nationaux des États-Unis de 1933 faisaient état d'une part négative considérable des profits des entreprises dans le revenu total.

Cantillon, Turgot et Say réalisèrent en premier des développements conceptuels importants concernant la théorie de la répartition fonctionnelle du revenu. Adam Smith s'attarda aux trois facteurs classiques de production et à leur rémunération respective, soit les salaires, le profit et la rente. Cependant, ce qui l'intéressait davantage étaient les prix naturels et les prix du marché des biens fabriqués et des services. Ainsi, il se préoccupait du coût de production et de la valeur ajoutée, et non de la théorie naissante de la répartition fonctionnelle du revenu. Schumpeter<sup>4</sup> note que A. Smith reconnaît « le fait de l'interdépendance générale entre les éléments du système économique et [que son raisonnement] constitue l'un de ses plus grands mérites dans le domaine de l'analyse pure<sup>5</sup> » et ajoute : « au Chapitre VI du Livre I *Richesse*

3. J. A. SCHUMPETER, *History of Economic Analysis*, Oxford, Oxford University Press, 1954, p. 327.

4. *Ibid.*, p. 557, note 8.

5. *Ibid.*, pp. 557-558.

*des Nations*, A. Smith a décomposé le prix des produits en trois éléments: les salaires, la rente et le profit. Au chapitre VII, ces prix sont recomposés à partir de ces mêmes éléments. Jusqu'ici, nous sommes carrément lancés sur la piste de la triade de facteurs. Mais cette piste se brouille complètement dans le cours du chapitre VI ».

La contribution de Dobb<sup>6</sup> partage le point de vue de Schumpeter. De plus, il affirme que Richesse des Nations « n'a pas de théorie de répartition, proprement dite, et ce qu'il y avait d'une théorie des prix ou de la valeur (soit la somme des trois éléments) était logiquement incomplet, car la distinction entre prix naturel et prix du marché et le principe des avantages nets égaux, qui furent les remarquables contributions de Smith dans ce domaine, demeuraient à l'écart et isolés<sup>7</sup> ».

Avant les *Principes* de Ricardo, publiés en 1817, il n'existait pas de théorie intégrée de la valeur, du profit et de la rente. Les débats parlementaires britanniques de 1815, portant sur les *Corn Laws*, provoquèrent une discussion économique publique très animée durant laquelle Ricardo a joué un rôle exceptionnel. À l'époque, Ricardo<sup>8</sup> avait élaboré sa théorie de la rente et commençait à définir sa théorie du profit dans son *Essai sur l'influence du bas prix des blés sur les profits du capital*. Deux ans plus tard, Ricardo<sup>9</sup> présentait une théorie intégrée de la répartition fonctionnelle du revenu. Deux postulats de base servent de cadre à sa théorie: (a) le principe de la productivité marginale et (b) le principe du surplus. Ses hypothèses simplifiées comprennent a) un rapport constant entre le capital et la main-d'œuvre (ainsi l'accumulation du capital augmentera de façon proportionnelle à l'emploi), b) deux secteurs de production, l'agriculture et les produits manufacturiers, et c) une production agricole qui permet la création d'un fonds des salaires utilisé en entier dans les deux secteurs de production.

Ricardo était convaincu que la théorie de la répartition du revenu jouerait un rôle capital en théorie économique. Il avait écrit à Malthus<sup>10</sup> que « vous croyez que l'économie politique est une enquête sur la nature et les causes de la richesse. Moi, je crois qu'on devrait plutôt l'appeler une enquête sur les lois qui déterminent la répartition des produits de l'industrie entre les classes collaborant à la création de ceux-ci. Il est impossible de formuler une loi de la quantité, mais il est possible de formuler une loi des proportions passablement correcte. Chaque jour, je suis de plus en plus convaincu que la première enquête est vaine et illusoire et que seule la dernière porte sur les vrais objets de la science ».

6. M. DOBB, *Theories of Value and Distribution Since Adam Smith*, Cambridge, Cambridge University Press, 1973.

7. *Ibid.*, p. 66.

8. D. RICARDO, *An Essay on the Influence of a Low Price of Corn on the Profits of Stock, Showing the Inexpediency of Restrictions on Importation*, London, John Murray, 1815.

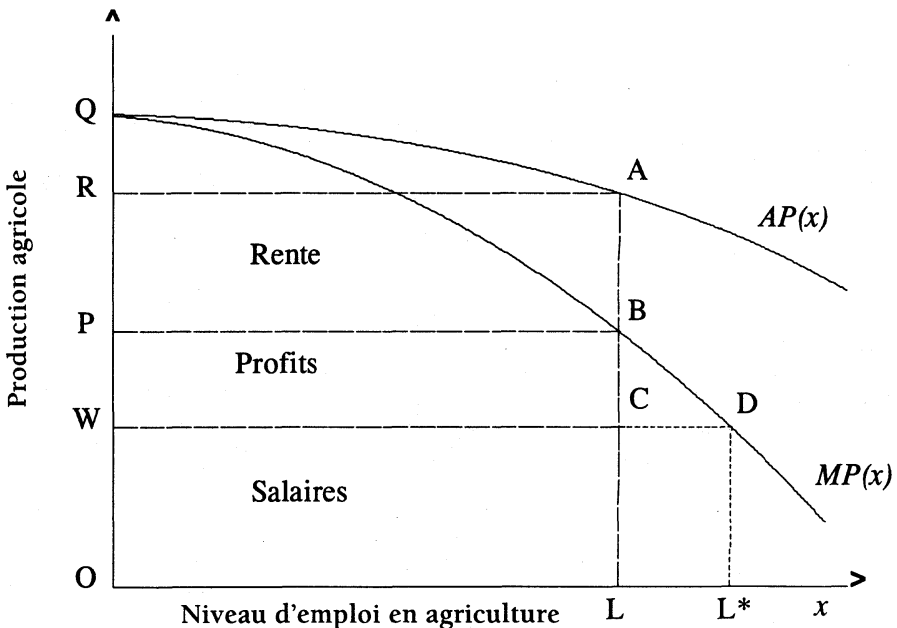
9. D. RICARDO, *On the Principles...*, *op. cit.*

10. P. SRAFFA, *In Works and correspondence... op. cit.*, vol. VIII, 1820, pp. 278-279.

Même si nous sommes d'accord qu'il était important de développer une théorie de la répartition fonctionnelle du revenu, nous ne pouvons tout de même pas négliger la pertinence de l'étude de la nature et des causes de la richesse et, par conséquent, l'étude de la nature et des causes de la production, de l'accumulation et du développement économique. Ces deux problèmes théoriques sont non seulement très reliés mais aussi très à-propos. La production, la répartition et les dépenses sont des secteurs étroitement liés qui exigent des explications scientifiques, systématiques et cohérentes. De plus, une autre dimension majeure, celle de la répartition personnelle du revenu par classe, était complètement ignorée par l'ensemble des écoles de la pensée économique, avant que Pareto<sup>11</sup> n'en fasse un thème de recherche économique.

Les hypothèses simplifiées de Ricardo lui ont permis de déterminer, pour le secteur agricole, le produit moyen ( $AP(L)$ ) et marginal ( $MP(L)$ ) du travail au niveau d'emploi  $L$ . Étant donné l'hypothèse d'un rapport fixe entre le capital et le travail,  $AP(L)$  et  $MP(L)$  définissent également le produit moyen et marginal par  $k = K / L$  unités de capital. Ainsi, à un niveau d'emploi  $L$ , et en ayant recours au principe marginal, on peut déduire (Fig. 1) :

Figure 1



11. V. PARETO, *op. cit.*, pp. 59-68; *Écrits sur la couve de la répartition de la richesse*, Œuvres complètes de Vilfredo PARETO publiées sous la direction de Giovanni Busino, Genève, Librairie Droz, 1965 (1896); *Cours d'économie politique*, Nouvelle édition de G. H. BOUSQUET et G. BUSINO, Genève, Librairie Droz, 1964 (1897).

(i) La production totale  $TO(L)$  est :

$$(1) \quad TO(L) = \int_0^L MP(x) dx = \text{aire } OQBL = \text{aire } ORAL$$

(ii) La rente de la terre par unité de main-d'œuvre ( $L$ ) est :

$$(2) \quad R(L) = AP(L) - MP(L) = AB.$$

(iii) La rente totale de la terre  $TR(L)$  est :

$$(3) \quad TR(L) = \int_0^L R(X) dx = \int_0^L [MP(x) - MP(L)] dx = TO(L) - SV(L) = \\ = \text{aire } PQB = \text{aire } PRAB,$$

où  $SV(L)$  définit la plus-value pour un niveau d'emploi  $L$ , c'est-à-dire la somme des profits  $TP(L)$  plus la somme des salaires  $TW(L)$ .

(iv) Ainsi, la plus-value est :

$$(4) \quad SV(L) = L \cdot MP(L) = TP(L) + TW(L) = \text{aire } OPBL.$$

(v) La somme des profits et des salaires par unité de main-d'œuvre à un niveau d'emploi  $L$  est :

$$(5) \quad MP(L) = BC + CL.$$

À l'équilibre, appliquant le principe du surplus, le salaire par unité de main-d'œuvre est égal au taux de salaire de subsistance, vaguement défini comme étant le salaire de subsistance, déterminé par les habitudes et les coutumes de la société qui assurerait la reproduction de la main-d'œuvre pour répondre à la demande de main-d'œuvre, à la fois dans l'agriculture et dans les secteurs d'activités manufacturières.

Selon la Fig. 1, le salaire de subsistance par unité de main-d'œuvre est  $CL$  alors que  $BC$  est le profit par unité de salaire, c'est-à-dire le résidu.

Puisque les rentes, les profits et les salaires au sein de la production totale correspondent à un niveau d'emploi  $L$ , les parts des facteurs sont proportionnelles à la rente, au profit et au salaire à la marge, c'est-à-dire à  $L$ . En effet,

$$(6) \quad \text{Part des rentes} = RS(L) = TR(L)/TO(L) = \text{aire } PQB/\text{aire } OQBL = AB/AL \\ = 1 - MP(L)/AP(L)$$

$$(7) \quad \text{Part des profits} = PS(L) = TP(L)/TO(L) = \text{aire } WPBC/\text{aire } OQBL = BC/AL$$

$$(8) \quad \text{Part des salaires} = WS(L) = TW(L)/TO(L) = \text{aire } OWCL/\text{aire } OQBL = CL/AL$$

$$(9) \quad \text{Part des surplus} = SS(L) = SV(L)/TO(L) = [TP(L) + TW(L)]/TO(L) = BL/AL$$

La contribution ricardienne est le cadre théorique de base duquel découle toutes les théories de la répartition fonctionnelle du revenu. Deux versions extrêmes de la contribution de Ricardo sont celles des théories marxiste et néoclassique. La théorie marxiste explique les parts du capital et de la main-d'œuvre et ses taux de rendement correspondants en fonction du principe du surplus, auxquels Marx ajouta des hypothèses simplificatrices. En



effet, Marx ne considère que deux classes sociales, les capitalistes (les propriétaires fonciers et les entrepreneurs) et le prolétariat. Ces deux classes sont caractérisées par un rapport de force asymétrique par lequel les capitalistes exploitent le prolétariat et s'accaparent de leur plus-value (le surplus de la production par rapport à la consommation nécessaire à la production, calculé d'après le salaire de subsistance). Les composantes du revenu sont les profits (revenus de la propriété incluant la rente) et les revenus gagnés. D'autres hypothèses incluent la composition organique du capital, qui influence la dynamique du marché du travail, la compétition entre capitalistes et la demande effective. Pour leur part, les néoclassiques font appel au principe de productivité marginale afin d'expliquer les prix des facteurs et les parts des facteurs de la production dans le revenu national. Dans l'hypothèse de concurrence pure et parfaite des marchés, les prix des facteurs à l'équilibre sont égaux à leurs correspondantes productivités marginales. Travaillant avec des fonctions de production homogènes de degré un, la part de chaque facteur de production est déterminée par l'application du théorème d'Euler. Cette imputation épuise la production totale. Étant donné deux facteurs de production, le capital  $K$  et la main-d'œuvre  $L$ , et une fonction de production homogène de degré  $r > 0$ , on a, comme fonction de production,

$$(10) \quad Q = F(K,L) \text{ tel que } F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^r F(K,L)$$

Ainsi, si  $0 < r < 1 \Rightarrow$  rendements d'échelle décroissants,

si  $r = 1 \Rightarrow$  rendements d'échelle constants ; et

si  $r > 1 \Rightarrow$  rendements d'échelle croissants.

De (10) on obtient

$$(11) \quad rF(K,L) = KF_K + LF_L$$

grâce au théorème d'Euler, où  $F_K$  et  $F_L$  signifient, de façon respective, la productivité marginale (p.m.) du capital et de la main-d'œuvre (dérivées partielles).

À l'équilibre, la rémunération des facteurs de production est égal à leurs productivités marginales. Ainsi, en symbolisant le taux de profit par  $\rho$  et le taux de salaire par  $w$ , on obtient, respectivement :

$$(12) \quad F_K = \rho, F_L = w$$

et en y appliquant le théorème d'Euler (11), pour  $r=1$  :

$$(13) \quad F(K,L) = \rho K + wL$$

où le premier membre est la production totale et le deuxième membre est son imputation parmi les facteurs de production qui épuisent complètement l'ensemble de la production totale.

Lorsque  $r=1$ ,  $\lambda=1/L$ , et représentant le rapport capital-travail par  $k = K/L$ , on peut déduire, de (10) et de (12),

$$(14) \quad q = f(k) = F(K,L) / L = \rho k + w, \quad k=K/L$$

$$(15) \quad F_K = f'(k) = \rho, \quad F_L = f(k) - kf'(k) = w$$

$$(16) \quad R = - \frac{dK}{dL} = F_L / F_K = [f(k) - kf'(k)] / f'(k) = w / \rho > 0$$

$$(17) \quad \sigma = \frac{d \log k}{d \log R} = \frac{f'(k)[f(k) - kf'(k)]}{kf'(k)f''(k)} = \frac{F_K F_L}{k F F_{KK}} > 0$$

où  $R$  et  $\sigma$  représentent le taux marginal de substitution technique et l'élasticité de substitution, alors que  $k=K/L$  est le capital par unité de travail et  $f(k)$  la production par unité de travail.

Pour un rapport capital/travail de niveau  $k^*$ , la Fig.2 illustre les valeurs de  $q$ ,  $\rho$ ,  $w$  et  $R$  données dans les équations (14)-(16).

La forme de la fonction de production  $f(k)$  répond à l'hypothèse des productivités marginales positives et décroissantes du capital et de la main-d'œuvre. Une interprétation géométrique des dérivées démontre que la pente de la tangente de  $f(k)$  au point  $k^*$  est égale à  $f'(k^*)$ , qui, de par la première équation de (15), est la p.m. du  $K$  et, à l'équilibre, est égale au taux de profit  $\rho$ . Par conséquent,

$$(18) \quad f'(k) = \rho = \tan \alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{CD} = \frac{BC}{k^*}$$

où,

$$(19) \quad BC = k^* f'(k^*) = \text{la part de } K \text{ par unité de } L \text{ à } k^*$$

$$(20) \quad f(k^*) = OC = \text{la production par unité de } L \text{ à } k^*.$$

Ainsi, de (19), (20) et de la deuxième équation de (15), on déduit que,

$$(21) \quad w = f(k^*) - k^* f'(k^*) = OC - BC = OB.$$

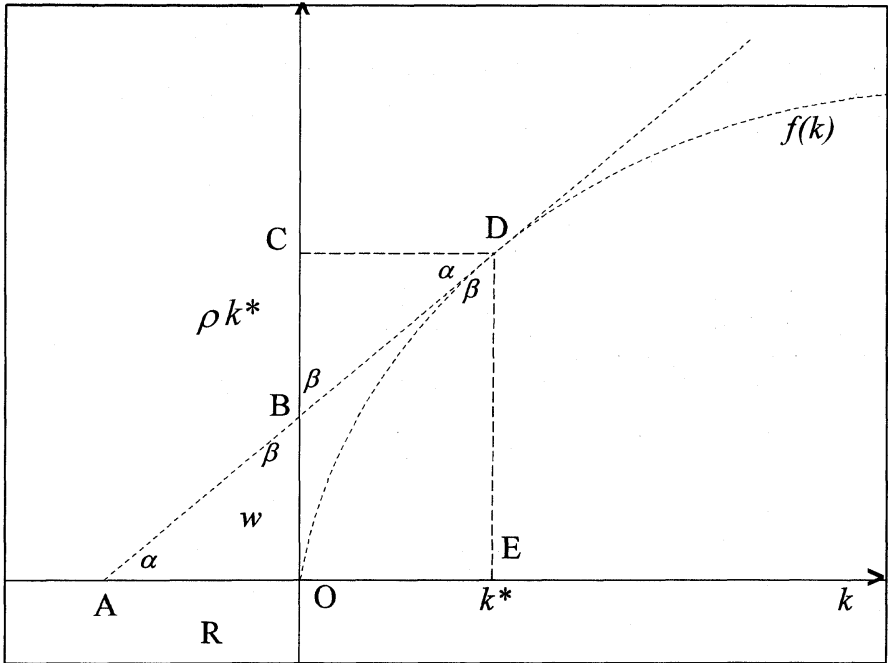
Donc, en utilisant les résultats obtenus et en se rappelant que les triangles  $AOB$ ,  $BCD$  et  $ADE$  sont semblables, on peut déduire que pour  $R$  en (16),

$$(22) \quad R = F_L / F_K = \frac{w}{\rho} = \frac{OB}{DE/AE} = \frac{OB}{OB/OA} = OA$$

Malthus défendait le protectionnisme agricole qui était l'intérêt de l'aristocratie foncière. Au contraire, Ricardo appuyait fermement les secteurs manufacturiers et commerciaux qui, dès les débuts de la révolution industrielle, jouèrent un rôle dynamique au sein de l'économie britannique. À l'époque de Ricardo, le secteur manufacturier britannique dominait mondialement alors que le secteur commercial traînait derrière celui des Pays-Bas.

Ricardo ne considérait pas la rente comme source d'investissement. Selon lui, la force motrice de la croissance et de l'emploi est le profit, source par excellence de l'accumulation du capital. Cette vision des choses, couplée à la

Figure 2



négligence du progrès technologique et à l'hypothèse des salaires au niveau de subsistance, forme la base de sa proposition (dérivée de sa théorie de la répartition fonctionnelle du revenu) d'abolir le protectionnisme agricole tout en dirigeant l'Angleterre vers le libre-échange. Cela est le noyau de *l'Essai sur l'influence du bas prix des blés et du capital* de 1815, développé ultérieurement dans ses *Principes*. Sous les hypothèses de l'inexistence de progrès technologique et en présence de protectionnisme agricole, la Fig. 1 démontre que  $L^*$  est le niveau maximal d'emploi où le profit disparaît et l'accumulation du capital cesse. Ceci correspond à l'état stationnaire qui inquiétait les économistes du XIX<sup>e</sup> et du début du XX<sup>e</sup> siècle. Le libre-échange ferait chuter le prix du blé, qui, en retour, réduirait le fonds des salaires et le besoin de défricher des terres marginales afin d'accroître la production de blé. Ces changements encourageraient les investissements et, par conséquent, une accumulation du capital et une augmentation de la production et de l'emploi dans le secteur manufacturier, en retardant, donc, l'arrivée de l'état stationnaire.

Le taux de salaire de subsistance est une hypothèse acceptée à l'époque de Ricardo. On la retrouve dans les écrits de A. Smith et aussi dans les écoles de pensée économique classiques et marxistes. Même si A. Smith fait d'importantes références au capital humain incorporé dans la classe ouvrière, qui explique le différentiel des salaires, celles-ci ne sont pas intégrées de façon analytique dans la détermination du niveau salarial.

La population, tant pour les écoles classiques que marxistes, est une variable macro-économique endogène, variable ignorée complètement par l'école néo-classique. Cependant, les deux écoles présentent une argumentation qui laisse à désirer sur cette question. Une demande excédentaire de la main-d'œuvre ferait croître le taux de salaire au-dessus du niveau de subsistance, donnant lieu à une augmentation de la population qui à son tour abaissera le taux de salaire à son niveau d'équilibre de subsistance. Par contre, une offre excédentaire de la main-d'œuvre réduirait le taux de salaire sous le niveau de subsistance, *forçant* ainsi une décroissance de la population, et donc de l'offre de la main-d'œuvre. Le décalage temporel de ces processus n'est discuté ni par les économistes classiques, ni par les marxistes. Des excédents de demande ou d'offre sont des processus à court terme tandis que les dynamiques de la démographie sont des processus à long terme. Une demande excédentaire de la main-d'œuvre qui ne peut pas être satisfaite par la main-d'œuvre disponible prendra, en l'absence d'immigration, toute une génération pour disparaître, en commençant par la prise de décision des travailleurs non qualifiés (ceux qui sont au niveau de subsistance) d'avoir des enfants, en plus du temps requis aux nouveau-nés pour entrer dans la force active.

Ces deux écoles ont également négligé l'étude des différents taux de natalité des classes sociales, que Pareto<sup>12</sup> et Gini<sup>13</sup> analyseront de façon explicite. Ainsi, si les groupes à faible revenu ont un taux de natalité plus élevé, comment peut-on expliquer, dans un cadre d'analyse économique classique ou marxiste, que les groupes à revenus élevés ont un taux de natalité plus faible ?

Les fonctions de production de la programmation linéaire (P.L.) et néo-classique opèrent avec des rendements d'échelle constants. Les fonctions de production de la P.L. traitent d'un nombre  $n$  de produits finals générés par  $m$  activités tandis que les fonctions de production néoclassiques traitent d'une activité et d'un produit. Par contre, la P.L. précise des rapports d'intrants fixes alors que la théorie néoclassique adopte le principe de substitution parmi les facteurs de production.

On peut déduire du théorème de la dualité (qui démontre que la solution optimale pour une fonction objective primale en programmation linéaire est identique à la solution optimale de sa fonction objective duale) et du théorème d'Euler, appliqué aux fonctions de production linéaires et homogènes dégagées par la programmation linéaire, que : (i) les imputations à chacun des facteurs de production épuisent la valeur de la production totale, et que (ii) les facteurs de production sont rémunérés selon leurs productivités marginales respectives.

12. V. PARETO, *Cours...*, *op. cit.*

13. C. GINI, « Il diverso accrescimento delle classi sociali e la concentrazione della ricchezza », *Giornale degli economisti*, série II, vol. XXXVII, 1909 ; C. GINI, *I fattori demografici dell'evoluzione delle nazioni*, Torino, Bocca, 1912 ; C. GINI, *Patologia economica*, Torino, UTET, 5<sup>e</sup> édition, 1954.

Kalecki<sup>14</sup> développe une théorie de la répartition en fonction du degré de pouvoir monopolistique de l'entrepreneur, affirmant que le profit renferme généralement un élément de revenu de monopole. Le profit est égal à la différence entre la marge de profit actuel de la production et la marge de profit naturel qui résulterait pour un marché de concurrence pure et parfaite. Il peut également exister des marchés où la concurrence n'est pas pure et parfaite et des marchés où l'information est incomplète, établissant alors une différence entre les prix du marché et le coût marginal.

Allais introduit la notion de marchés, en faisant une reconnaissance explicite de l'existence de marchés différenciés, chacun ayant des caractéristiques structurelles qui leur sont propres. Pour plusieurs d'entre eux, les transactions se réalisent à des prix de déséquilibre. Ainsi, il existe des marchés où les prix sont plus élevés que ceux obtenus en concurrence pure et parfaite. Allais dénomme cette différence, *surplus*, et il s'accumule entre les mains de l'entrepreneur qui opère sur ces marchés. Selon Allais<sup>15</sup>, le noyau de la recherche économique est l'analyse de la dynamique économique des marchés. Il rejette, faute de réalisme et de pertinence, la théorie économique de l'équilibre général et développe une théorie économique structurée de *marchés* en déséquilibre où l'attitude des agents économiques est caractérisée par la recherche, l'obtention et la répartition de surplus.

La contribution de Allais à la théorie du surplus s'applique à tous les marchés de produits et de facteurs, et contient les éléments de base pour l'élaboration d'une théorie plus complète de la répartition fonctionnelle du revenu.

En se plaçant dans un cadre théorique keynésien, Kaldor<sup>16</sup> et Pasinetti<sup>17</sup> développent une nouvelle théorie de la répartition fonctionnelle du revenu. Sous l'hypothèse d'équilibre économique et étant donné les propensions marginales à épargner (p.m.é.) des profits et des salaires, où la p.m.é. des profits excède celle des salaires, ces chercheurs déduisent que la part des profits dans le revenu national est une fonction croissante du rapport investissement-revenu. Le modèle de Pasinetti reconnaît explicitement l'existence de profits réalisés par les capitalistes et les travailleurs. Ces derniers réalisent leurs profits en investissant leurs épargnes.

14. M. KALECKI, *Theory of Economic Dynamic*, New York, Rinehart and Co., 1954.

15. M. ALLAIS, « Les théories de l'équilibre économique général et de l'efficacité maximale », *Revue d'Économie politique*, n° LXXXI, mai 1971, pp. 331-409; M. ALLAIS, « The Concepts of Surplus and Loss and the Reformulation of the Theories of Stable General Economic Equilibrium and Maximum Efficiency », dans M. BARANZINI, M. et R. SCAZZIERI, dir., 1986, pp. 135-174; *La théorie générale des surplus*, Grenoble, Presses Universitaires de Grenoble, 1989; *Autoporraits. Une vie, une œuvre*, Paris, Montchrestien, 1989.

16. N. KALDOR, « Alternative Theories of Distribution », *Review of Economic Studies*, 23, 1955-1956, pp. 83-100.

17. L. PASINETTI, « Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth », *Review of Economic Studies*, vol. 29, n° 4, 1962, pp. 267-279.

Sraffa<sup>18</sup> développe une approche néo-ricardienne de la répartition du revenu en analysant la relation fondamentale entre la répartition du revenu et les prix relatifs. Roncaglia<sup>19</sup> explique que l'intention de Sraffa est « de présenter d'abord une critique interne des théories marginalistes traditionnelles de la valeur et de la répartition qui reposent sur des notions de 'capital' en tant que 'facteur de production', et ensuite une solution au problème de la relation entre les prix relatifs et la répartition des revenus, problème que les spécialistes de l'économie classique n'ont pu résoudre ».

Dans l'étude de la relation entre les prix relatifs et la répartition du revenu, il est important de signaler que le système des prix joue un rôle d'efficacité et de répartition. Le système des prix influence l'efficacité des entreprises en déterminant l'allocation de l'investissement et le choix de la technologie et, par conséquent, le mélange technologique du capital humain et non humain qui maximisera leur fonction d'utilité dans un horizon temporel fini. La fonction d'utilité dépend de l'environnement institutionnel.

Le système des prix joue aussi un rôle d'efficacité dans l'allocation des revenus familiaux à la demande de biens et services et à l'accumulation du capital humain et de la richesse, en vue de maximiser la fonction d'utilité de la famille au cours d'un cycle de vie.

Le système des prix, l'état de la technologie au niveau macro-économique et le montant investi en éducation, en recherche et en développement déterminent, à la fois, la répartition fonctionnelle et la répartition personnelle du revenu. La répartition fonctionnelle du revenu est déterminée en effet par les prix relatifs des facteurs et par le niveau d'utilisation du capital humain et de la richesse. En ajoutant ensuite la répartition bivariée du capital humain et de la richesse des ménages, la répartition personnelle du revenu est obtenue<sup>20</sup>.

Prenant en compte la répartition des pouvoirs dans l'organisation des sous-ensembles de groupes micro-économiques, tels les syndicats et les associations d'entrepreneurs, Dagum<sup>21</sup> développe une nouvelle approche pour rendre compte de la répartition fonctionnelle du revenu sous la forme d'un jeu à somme non-constante entre  $n$ -personnes évoluant dans le temps.

Étant donné les structures technologiques et institutionnelles d'une économie nationale, la famille des ensembles

18. P. SRAFFA, *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge, Cambridge University, Press, 1960.

19. A. RONCAGLIA, « The Neo-Ricardian Approach and the Distribution of Income », dans A. ASIMAKOPOULOS, dir., *Theories of Income Distributions*, Boston-Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1988, p. 164.

20. C. DAGUM, « Human Capital, Income and Wealth Distribution Models and Their applications to the U.S.A. », *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economics Section*, 154th meeting, 1994, *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economics Section*, 154th meeting, 1994, pp. 91-96.

21. C. DAGUM, « Toward a General Model of Production and Distribution », *Hommage à François Perroux*, Grenoble, Presses Universitaires de Grenoble, 1978, pp. 539-553.

$$(23) \quad \mathbf{A} = \{A, F, G; RW\}$$

est formée par  $A$ , l'ensemble des ménages ou membres de la force de travail ; par  $F$ , l'ensemble des entreprises ; et par  $G$ , l'ensemble des gouvernements d'une économie nationale, le tout conditionné par  $RW$ , c'est-à-dire la classe des ensembles  $A$ ,  $F$  et  $G$  des non-résidents (le reste du monde).

Puisque la classe des ensembles (23) est finie, les ensembles  $A$ ,  $F$  et  $G$  servent de base pour une topologie discrète sur  $A$ ,  $F$  et  $G$  respectivement, c'est-à-dire  $P(A)$ ,  $P(F)$  et  $P(G)$  qui renferment tous les sous-ensembles possibles de chaque ensemble, y compris l'ensemble vide, les singletons et l'ensemble lui-même. Ainsi, ils contiennent toutes les coalitions possibles de pouvoir entre les membres de la force de travail et les entrepreneurs.

La classe  $\mathbf{A}$  joue un rôle crucial dans le résultat des répartitions fonctionnelle et personnelle du revenu.

En prenant l'ensemble  $A$  de la classe  $\mathbf{A}$ , nous avons,

$$(24) \quad A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_N\}$$

L'ensemble puissance correspondant est

$$(25) \quad P(A) = \{\emptyset, \{a_1\}, \dots, \{a_N\}, \{a_1, a_2\}, \dots, A\}.$$

Chaque membre de l'équation (25) est un décideur. Ils prennent des décisions visant à optimiser leur fonction d'utilité (fonction objective) qui est fonction (i) des variables *ex-post*, à savoir les revenus déjà réalisés des processus de production macro-économiques et sectoriels, la répartition du revenu, les dépenses et l'investissement, et (ii) des variables *ex-ante*, à savoir les résultats anticipés des processus macro-économiques et sectoriels. Autrement dit, le comportement des agents économiques est conditionné par les événements *ex-post* et par les événements qu'ils anticipent ou attendent (*ex-ante*).

Soit

$$(26) \quad A_i = \{a_{i1}, \dots, a_{im}\}, A_j = \{a_{j1}, \dots, a_{jr}\}$$

$$(27) \quad F_h = \{f_{h1}, \dots, f_{hp}\}, F_k = \{f_{k1}, \dots, f_{kq}\}$$

de sous-ensembles de  $A$  et  $F$ , donc, de membres de  $P(A)$  et  $P(F)$  respectivement.

En appliquant la théorie des jeux à somme non-constante entre  $n$ -personnes<sup>22</sup>, la valeur du jeu, dans ce cas le revenu que chaque sous-ensemble des unités économiques puisse se procurer à lui-même, est plus grande que ou égale à la somme des valeurs du jeu pour les unités élémentaires correspondantes, dans l'hypothèse de ne pas entrer dans une coalition. De plus, la valeur du jeu d'une coalition de sous-ensembles d'unités économiques sera aussi plus grande que ou égale à la somme des valeurs des sous-ensembles qui entrent dans la coalition. En se référant aux sous-ensembles introduits dans (26) et (27) et en symbolisant la valeur du jeu pour chaque argument par  $v(\bullet)$  on obtient

22. *Ibid.*, pp. 539-553.

$$(28) \quad v(A_i) \geq v(a_{i1}) + \dots + v(a_{im})$$

$$(29) \quad v(F_k) \geq v(f_{k1}) + \dots + v(f_{kq})$$

$$(30) \quad v(A_i \cup A_j) \geq v(A_i) + v(A_j)$$

$$(31) \quad v(F_h \cup F_k) \geq v(F_h) + v(F_k)$$

$$(32) \quad v(A_i \cup F_k) \geq v(A_i) + v(F_k)$$

Si, par exemple,  $A_i$  et  $A_j$  représentent des syndicats et  $F_h$  et  $F_k$  des associations d'entrepreneurs, l'équation (32) signifie que leur revenu en cas de coopération est plus grand que ou égal à la somme des revenus que chacun pourrait obtenir sans collaboration. Le cas le plus évocateur est caractérisé par des syndicats et des associations d'entrepreneurs faisant partie du même secteur d'activité économique, et dont la coalition correspond alors à un jeu coopératif à somme non-constante qui résulte en une production accrue et une plus grande imputation (répartition) aux membres.

Habituellement les équations (28) à (32) sont des inégalités strictes lorsque nous sommes en présence d'un jeu coopératif à somme non-constante. L'écart entre la valeur du jeu en cas de coalition et la somme des valeurs du jeu pour chaque membre de la coalition définit la valeur excédentaire qui doit être imputée aux membres de la coalition selon des critères de répartition prédéterminés qui devraient, idéalement, respecter un principe d'équité.

Les différentes théories et approches de la répartition fonctionnelle du revenu discutées ci-dessus peuvent être classées selon les deux principes suivants :

- (i) dans une théorie de la répartition fonctionnelle du revenu, soit les forces exogènes ou endogènes sont dominantes ;
- (ii) une théorie de la répartition fonctionnelle du revenu reconnaît soit l'existence d'un principe d'équité ou d'un rapport de forces.

Le tableau 1 présente les théories de la répartition fonctionnelle du revenu selon les quatre combinaisons possibles de ces principes.

**Tableau 1**  
**Classement des théories de la répartition fonctionnelle des revenus**

Principes à considérer	Forces déterministes ou exogènes	Forces endogènes
Principe d'équité	1) L'école néoclassique 2) L'approche de la programmation linéaire	1) La théorie socialiste pour une économie socialiste
Sans application d'un principe d'équité (Rapport de forces)	3) La théorie de Ricardo 4) La théorie d'une économie capitaliste de Marx 5) La théorie de Kalecki 6) La théorie Kaldor-Pasinetti 7) La théorie de Sraffa 8) La théorie du surplus de Allais	2) Jeu à somme non-constante de $n$ -personnes qui évolue dans le temps (Dagum, 1978)



## II – Les modèles de la répartition personnelle du revenu

La contribution de Pareto traite de la théorie et des modèles de la répartition personnelle du revenu.

Analysant le revenu imposable déclaré par les agents économiques, c'est-à-dire en analysant les revenus  $y > y_0 > 0$ , où  $y_0$  est le revenu non imposable maximal, Pareto<sup>23</sup> observe qu'il existe une relation linéaire décroissante entre le logarithme du revenu et le logarithme de  $N(y)$ , où  $N(y)$  représente le nombre d'unités économiques qui ont un revenu plus grand que  $y$ . Ainsi, il stipule que :

$$(33) \quad \log N(y) = A - \alpha \log y, \quad (A, \alpha) > 0.$$

Résolvant (33) on a

$$(34) \quad N(y) = e^A y^{-\alpha} = B y^{-\alpha}, \quad B = e^A.$$

Puisque  $N(y_0) = N$ , à savoir la taille de la population, on obtient

$$(35) \quad N(y) / N = S(y) = 1 - F(y)$$

où  $F(y)$  est la fonction de répartition cumulative et où  $S(y)$  est la fonction de survie ou la fonction cumulative inverse. Des équations (34) et (35), on déduit que

$$(36) \quad S(y) = (y/y_0)^{-\alpha}, \quad y > y_0 > 0, \quad \alpha > 0$$

est le modèle de Pareto de Type I qui, étant un modèle de la répartition du revenu, est spécifié pour  $\alpha > 1$ . On peut prouver que le moment d'ordre  $r$  par rapport à l'origine est

$$(37) \quad \mu_r = \begin{cases} \alpha y_0^r / (r - \alpha), & r < \alpha \\ \infty, & r \geq \alpha \end{cases}$$

L'équation (37) montre que le modèle de Pareto de Type I a un moment fini d'ordre  $r$  pour tout  $r < \alpha$ . La spécification  $\alpha > 1$  implique l'existence d'une moyenne du revenu finie. Pour  $1 < \alpha \leq 2$ , le modèle de Pareto a une moyenne finie et une variance infinie puisque tous les moments d'ordre supérieurs à 1 sont infinis. Tel était le cas général avancé par Pareto développé suite à ses nombreuses études de cas.

Les répartitions avec variance infinie, comme celles de Cauchy, de Pareto, pour  $\alpha \leq 2$ , et de Dagum<sup>24</sup>, pour  $\delta \leq 2$ , forment une catégorie distincte de

23. V. PARETO, « La legge... », *op. cit.*, pp. 59-68.

24. C. DAGUM, « A New Model of Personal Income Distribution: Specification and Estimation », *Économie Appliquée*, vol. xxx, n° 3, 1977, pp. 413-436.

fonctions de densité stable et à variance infinie analysées par Paul Lévy<sup>25</sup> et Mandelbrot<sup>26</sup>.

Pareto<sup>27</sup> avait élaboré les modèles de Type II et III et avait proposé  $\alpha$  comme la mesure d'inégalité du revenu mais cette interprétation fut renversée par Gini<sup>28</sup>.

Le modèle de la répartition du revenu de Pareto et son interprétation de l'inégalité du revenu stimula une recherche abondante parmi les économistes, les statisticiens, les économètres et les théoriciens des probabilités. Dans le domaine de la répartition personnelle du revenu, March<sup>29</sup> et Salem et Mount<sup>30</sup> proposèrent le modèle Gamma à deux paramètres, alors que Benini<sup>31</sup>, observant que le  $\log N(y)$ , comme une fonction de  $\log y$ , tendait à être concave pour les grandes valeurs d' $y$ , introduisit un modèle de Pareto modifié qui devint la solution à l'équation

$$(38) \quad \log N(y) = A - \alpha(\log y)^2, \quad A > 0, \quad \alpha > 1.$$

Vinci<sup>32</sup> présenta un modèle Pearson de Type V, Amoroso<sup>33</sup> spécifia le modèle gamma (généralisé) à quatre paramètres, Gibrat<sup>34</sup> précisa la distribution lognormale et Davis<sup>35</sup> utilisa la distribution de l'énergie spectrale de l'irradiation d'un corps noir en équilibre thermal de Plank afin de spécifier un nouveau modèle de la répartition du revenu. Champernowne<sup>36</sup> élaborà des versions de la répartition loglogistique à deux, trois et quatre paramètres. Fisk<sup>37</sup> proposa le modèle loglogistique à deux paramètres, Rutherford<sup>38</sup> développa le modèle Log-Gram-Charlier à quatre paramètres, Thurow<sup>39</sup> et McDonald

25. P. LÉVY, *Calculs des probabilités*, Paris, Gauthier-Villars, 1925.

26. B. MANDELBROT, « The Pareto-Lévy Law and the Distribution of Income », *International Economic Review*, 1, 1960, pp. 79-106.

27. V. PARETO, *Écrits...*, op. cit.; V. Pareto, *Cours...*, op. cit.

28. C. GINI, *Memorie di metodologia statistica*, vol. I, *Variabilità e concentrazione*, Edizione aggiornata a cura di Pizetti E. e T. Salvemini, Roma, libreria Eredi Virgilio Veschi, 1955.

29. L. MARCH, « Quelques exemples de distribution de salaires », *Journal de la Société Statistique de Paris*, 1898, pp. 193-206 et pp. 241-248.

30. A. B. Z. SALEM et T. D. MOUNT, « A Convenient Descriptive Model of Income Distribution », *Econometrica*, vol. 42, n° 6, 1974, pp. 1115-1127.

31. R. BENINI, *Principii di statistica metodologica*, Torino, UTET, 1906.

32. F. VINCI, « Nuovi contributi allo studio della distribuzione dei redditi », *Giornale degli economisti e Rivista di statistica*, 61, 1921, pp. 365-369.

33. L. AMOROSO, « Ricerche intorno alla curva dei redditi », *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, Série 4-21, II, 1924-25, pp. 123-157.

34. G. GIBRAT, *Les inégalités économiques*, Paris, Sirey, 1931.

35. H. T. DAVIS, *The Analysis of Economic Time Series*, Bloomington, Indiana, The Principia Press, 1941.

36. D. G. CHAMPERNOWNE, « The Graduation of Income Distributions », *Econometrica*, vol. 20, n° 4, 1952, pp. 591-615.

37. P. R. FISK, « The Graduation of Income Distribution », *Econometrica*, vol. 29, n° 2, 1961, pp. 171-185.

38. R. S. G. RUTHERFORD, « Income Distributions: a New Model », *Econometrica*, vol. 23, n° 3, 1955, pp. 277-294.

39. L. C. THUROW, « Analysing the American Income Distribution », *American Economic Review*, 48, 1970, pp. 261-269.

et Ransom<sup>40</sup> utilisèrent la fonction de répartition Beta, et Aitchison et Brown<sup>41</sup> et Metcalf<sup>42</sup> introduisirent une fonction de répartition lognormale à trois paramètres. Singh et Maddala<sup>43</sup> élaborèrent un modèle à trois paramètres, par la voie d'une analogie formelle, incluant les concepts du taux d'échec aléatoire et la probabilité de survie dans la théorie de la confiabilité. Dagum<sup>44</sup> spécifia des modèles à trois paramètres (de Type I) et à quatre paramètres (de Types II et III) dont les fondements économiques considéraient : (i) l'élasticité-revenu de la fonction de répartition cumulative, et (ii) la structure socio-économique des groupes de revenus qui correspondaient à des variances instantanées observées qui étaient croissantes en fonction du revenu et décroissantes en fonction du logarithme du revenu<sup>45</sup>.

Depuis 1977, de nombreux modèles de répartition du revenu ont été proposés sans fondements économiques appropriés et qui suivaient les approches : (i) d'Edgeworth<sup>46</sup> et de sa méthode de translation, (ii) de D'Addario<sup>47</sup> qui généralisa l'approche d'Edgeworth à l'aide a) d'une fonction génératrice de probabilités qui correspond à la fonction de répartition la plus probable de Brillouin en statistique quantique ; et b) d'une fonction de transformation générale, (iii) de N.L. Johnson<sup>48</sup> qui développa une méthode de translation, et (iv) de la transformation Box-Cox<sup>49</sup>.

Bartels<sup>50</sup> se sert d'une fonction de répartition Pearson de Type IV comme fonction génératrice de probabilité afin d'en déduire une fonction de répartition log-Pearson de Type IV à cinq paramètres. Kloeck et van Dijk<sup>51</sup>, en plus de la fonction de répartition Pearson de Type IV, utilisèrent également la fonction

40. J. B. McDONALD et M. R. RANSOM, « Functional Forms, Estimation Techniques and the Distribution of Income », *Econometrica*, vol. 47, n° 6, 1979, pp. 1513-1525.
41. J. AITCHISON, et J. A. C. BROWN, *The Lognormal Distribution*, Cambridge, Cambridge University Press, 1957.
42. E. Ch. METCALF, *An Econometric Model of the Income Distribution*, Chicago, Markham Publishing Company, 1972.
43. S. K. SINGH et G. S. MADDALA, « A Function for Size Distribution of Income », *Econometrica*, vol. 44, n° 5, 1976, pp. 963-970.
44. C. DAGUM, « A New Model... », *op. cit.*, pp. 413-436.
45. C. DAGUM, « The Generation and Distribution of Income, the Lorenz Curve and the Gini Ratio », *Économie Appliquée*, vol. xxxiii, n° 2, 1980, pp. 327-367 ; C. DAGUM et A. LEMMI, « A Contribution to the Analysis of Income Distribution and Income Inequality, and a Case Study: Italy », in D. J. SLOTJJE, dir., *Advances in Econometrics*, Greenwich, Connecticut, 1989.
46. F. Y. EDGEWORTH, « On the Representation of Statistics by Mathematical Formulae », *Journal of the Royal Statistical Society*, 1, 1898, pp. 670-700.
47. R. D'ADDARIO, « Ricerche sulla curva dei redditi », *Giornale degli Economisti e Annali di Economia*, 8, 1949, pp. 91-114.
48. N. L. JOHNSON, « Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation », *Biometrika*, 44, 1946, pp. 147-176.
49. G. E. P. BOX et D. R. COX, « An Analysis of Transformation », *Journal of the Royal Statistical Society*, série B, 2, 1964, pp. 211-243.
50. C. P. A. BARTELS et O. M. VRIES, « Succinct Analytical Descriptions of Income Distributions Using Transformation Functions », *Économie Appliquée*, vol. xxx, n° 3, 1977, pp. 369-390.
51. T. KLOECK et H. K. VAN DIJK, « Further Results on Efficient Estimation of Income Distribution Parameters », *Économie Appliquée*, vol. xxx, n° 3, 1977, pp. 439-459 ; T. KLOECK et H. K. VAN DIJK, « Efficient Estimation of Income Distribution Parameters », *Journal of Econometrics*, 8, 1978, pp. 61-74.

de répartition  $t$  de Student. Utilisant la transformation logarithmique, Kloeck et van Dijk ont déduit de celle-ci la fonction de répartition  $\log t$ . En appliquant la méthode de translation à la fonction Beta, McDonald<sup>52</sup> spécifia la fonction Beta généralisée du deuxième type à quatre paramètres (une fonction de répartition Pearson de Type  $\nu$  généralisée).

Les fondements théoriques et les maintes applications empiriques qui expliquent et analysent les répartitions du revenu observé dans les pays développés et ceux en voie de développement soutiennent fortement que, dans la majorité des cas, les modèles Dagum (de Types I, II et III) présentent les meilleurs ajustements aux données.

En guise d'ordonner les nombreux modèles de la répartition du revenu et de proposer des grandes lignes à l'économie appliquée, Dagum<sup>53</sup> classe la majorité des modèles en trois systèmes : (i) celui de Pearson ; (ii) de D'Addario ; et (iii) de Dagum. Il proposa ensuite une série de treize propriétés qui devraient caractériser un modèle de répartition du revenu. De ces propriétés Dagum<sup>54</sup> et Dagum et Lemmi<sup>55</sup> choisirent les cinq qui, à leurs avis, étaient les plus pertinentes. Elles sont

- (a) les fondements du modèle ;
- (b) la convergence vers la loi de Pareto ;
- (c) l'existence d'un petit nombre de moments finis ;
- (d) la signification économique des paramètres ;

(e) la flexibilité du modèle pour ajuster à la fois répartitions unimodale et zéromodale.

Il convient de noter que le système spécifié par Dagum<sup>56</sup> peut également générer des modèles de répartition de la richesse<sup>57</sup> et du capital humain<sup>58</sup> qui,

- 
- 52. J. B. McDONALD, « Some Generalized Functions for the Size Distribution of Income », *Econometrica*, vol. 52, n° 3, 1984, pp. 647-663.
  - 53. C. DAGUM, « Income Distribution Models », dans S. KOTZ et N. L. JOHNSON, dir., *Encyclopedia of Statistical Sciences*, vol. IV, New York, John Wiley and Sons, 1983, pp. 27-34 ; C. DAGUM, « The Generation and Properties of Income Distribution Functions », dans C. DAGUM et M. ZENGA, dir., *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty*, Berlin, Springer-Verlag, 1990, pp. 1-17.
  - 54. C. DAGUM, *ibid.*
  - 55. C. DAGUM et A. LEMMI, « A Contribution... », *op. cit.*
  - 56. C. DAGUM, « The Generation... », *op. cit.*, 1980, pp. 327-367 ; C. DAGUM, « Generating Systems and Properties of Income Distribution Models », *Metron*, vol. XXXVIII, n° 4, 1980, pp. 3-26.
  - 57. C. DAGUM, « A Model of Wealth Distribution Specified for Negative, Null and Positive Wealth », dans C. DAGUM et M. ZENGA, dir., *op. cit.*, pp. 42-56 ; C. DAGUM, « A General Model of Net Wealth, Total Wealth and Income Distribution », *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economics Section*, 153th meeting, 1993, pp. 80-85 ; C. DAGUM, « Human Capital... », *op. cit.*, pp. 91-96.
  - 58. C. DAGUM, « Human Capital... », *op. cit.*, pp. 91-96 ; C. DAGUM et G. VITTADINI, « Human Capital Measurement and Distribution », *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*, 1996, pp. 194-199.

en plus de répondre aux cinq propriétés retenues ci-dessus, joue un rôle essentiel dans tout essai de liaison entre la répartition fonctionnelle et personnelle du revenu.

### **III – Établir une liaison entre les répartitions fonctionnelles et personnelles du revenu : la fonction génératrice du revenu (FGR)**

Bien que Kaldor<sup>59</sup> reconnaît le rôle d'épargnant des travailleurs, on considère que Pasinetti<sup>60</sup> est le premier économiste à incorporer dans l'analyse économique le fait que les travailleurs peuvent épargner et tirer des profits de leurs salaires. L'approche de Pasinetti signale la fin de la trichotomie classique et de la dichotomie marxiste, qui divisaient la population selon les classes sociales et limitaient à un seul facteur de production le revenu de chaque classe.

L'évolution socio-économique et politique, depuis cent ans, a généré une classe moyenne importante, rendant plus difficile la démarcation des classes, surtout entre propriétaires fonciers, capitalistes et travailleurs.

De façon générale, on peut dire que chaque agent économique, un individu ou une famille, tire son revenu de plusieurs sources. Les catégories empiriques des sources de revenus énumérées dans les comptes nationaux ne correspondent pas aux catégories théoriques de la répartition fonctionnelle du revenu retrouvées dans l'histoire de la pensée économique. Les discours des théoriciens ne concordent pas avec ceux des observateurs. Les catégories théoriques 1) de la rente, des profits et des salaires ; 2) de la rente, de l'intérêt, des profits et des salaires ; ou 3) de la théorie la plus agrégée des revenus du travail et de la propriété (capital) retrouvée dans les fonctions de production standard, sont très différentes du système de comptabilité national. Ce dernier calcule : (1) les revenus des employés ; (2) les revenus des professionnels et des travailleurs indépendants et qui ne sont pas agriculteurs ; (3) les revenus agricoles ; (4) la rente ; (5) les profits des entreprises ; et (6) l'intérêt net.

La première catégorie du système de comptabilité national correspond aux salaires monétaires et aux revenus des salaires gagnés par des employés au cours d'une période comptable, habituellement d'une durée d'un an ; les deuxième et troisième catégories comprennent les revenus du travail et du capital, où les revenus du travail professionnel incluent les revenus gagnés grâce à un fort investissement en capital humain ; les catégories 4, 5 et 6 sont des revenus de la propriété, où l'intérêt net représente les revenus des investissements financiers et où les profits des entreprises incluent les dividendes et les profits retenus.

59. N. KALDOR, « Alternative Theories of Distribution », *Review of Economic Studies*, 23, 1955-1956, pp. 83-100.

60. L. PASINETTI, *op. cit.*, pp. 267-279.

Les catégories théoriques et empiriques du revenu, présentées ci-dessus, correspondent à la répartition primaire du revenu, à savoir l'imputation du revenu net des propriétaires des facteurs de production qui contribuèrent à la production totale. On obtient la répartition secondaire du revenu après avoir comptabilisé les transferts institutionnels tels l'assurance sociale, les revenus de bien-être supplémentaires et les prestations d'aide sociale.

Dans la sémantique des sciences, l'ensemble  $A$  de l'équation (23) ainsi que les structures technologiques et institutionnelles, sont les référents factuels de toute proposition économique. Ontologiquement, ils sont l'objet de l'élaboration des théories économiques; méthodologiquement, ils forment un espace d'échantillonnage<sup>61</sup>.

Précisons que l'ensemble  $A$  de l'équation (24) est un espace d'échantillonnage pour lequel les événements élémentaires  $a_i, i=1, \dots, N$  sont les agents micro-économiques; l'ensemble  $P(A)$  est le sigma algebra de  $A$ . Si on ajoute une fonction d'ensemble non-négatif et non-décroissant, avec  $\mu(A)=1, \mu(A_i)$  définit la mesure de probabilité et

$$(39) \quad (A, P(A), \mu(A_i))$$

définit un espace probabiliste. L'élément  $A_i$  appartient à  $P(A)$ .

Comme espace probabiliste, (39) fournit un instrument méthodologique solide pour étudier les répartitions fonctionnelles et personnelles du revenu, les répartitions du capital humain et de la richesse, ainsi que l'accumulation et la composition de la richesse, du capital humain et du revenu.

Un vecteur aléatoire  $X$  d'ordre  $s$  transforme l'espace de probabilité de base (39) en l'espace de probabilité

$$(40) \quad (R_s^+, B, \eta(B_i))$$

où  $R_s^+$  est un ortant euclidien non-négatif de dimension  $s$ ,  $B$  dénote l'ensemble Borel correspondant, et  $\eta(B_i)$  est une mesure de probabilité telle que, si  $A_i \in P(A)$  est projeté sur  $B_i \in B$ , alors  $\mu(A_i) = \eta(B_i)$ .

Si le vecteur  $X$  contient les variables micro et macro-économiques expliquant la formation, l'accumulation, la composition et la répartition du capital humain  $H$  et de la richesse  $K$ , il est possible de spécifier un modèle causal expliquant  $H$  et  $K$ .

Ainsi, on associe à chaque événement élémentaire  $a_i \in A$  de (24) un vecteur d'ordre  $s+3$

$$(41) \quad Z = (x_{i1}, \dots, x_{is}, h_i, k_i, y_i)$$

61. C. DAGUM, « Scientific Model Building: Principles, Methods and History », dans H. WOLD, dir., *Theoretical Empiricism: a General Rationale for Scientific Model Building*, New York, Paragon House, 1989, pp. 113-149; C. DAGUM, « The Scope and Method of Economics as a Science », *Il Politico*, 1995, pp. 5-39.

où  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{is})$  est une réalisation d'échantillonnage de  $X$  correspondant à l'événement élémentaire  $a_i$ , alors que le vecteur

$$(42) \quad (h_i, k_i, y_i)$$

donne le montant du capital humain, de la richesse et du revenu de la  $i$ ème unité économique. Nous omettons, afin d'alléger la présentation, la dette des agents économiques, faisant de  $k$  la richesse totale et non la richesse nette.

Dagum<sup>62</sup> se sert de (42) pour présenter la fonction génératrice du revenu (FGR) suivante

$$(43) \quad y_i = \Phi(h_i, k_i)$$

qui joue un rôle essentiel dans la construction d'un lien entre la répartition fonctionnelle et la répartition personnelle du revenu et dans l'analyse de la répartition de  $h_i$ ,  $k_i$  et  $y_i$ .

Symboliquement, l'équation (43) est la FGR de l'agent économique  $a_i$ . En spécifiant

$$(44) \quad y_i = w_i h_i + \rho_i k_i,$$

où  $w_i$  et  $\rho_i$  dénotent les taux de rendement de  $a_i$  par unité du capital humain et de richesse respectivement; et  $\rho_i$  inclut déjà l'imputation des profits retenus des entreprises en proportion des actions de ces entreprises dont  $a_i$  est propriétaire. Pour l'ensemble de la population  $N$  on obtient

$$(45) \quad \Sigma y_i = \Sigma w_i h_i + \Sigma \rho_i k_i$$

Ainsi,

$$(46) \quad Y = W + P,$$

est le revenu total  $Y$  qui est égal au total du revenu du travail  $W$  plus le total du revenu de la propriété  $P$ .

Puisque  $H = \Sigma h_i$  et que  $K = \Sigma k_i$  représentent respectivement les montants du capital humain et de la richesse, il s'ensuit de (45) que

$$(47) \quad Y = \Sigma y_i = \frac{\Sigma w_i h_i}{\Sigma h_i} \Sigma h_i + \frac{\Sigma \rho_i k_i}{\Sigma k_i} \Sigma k_i = wH + \rho K,$$

où  $w$  et  $\rho$  sont les moyennes pondérées des taux de rendement du capital humain et de la richesse, respectivement.

La division par  $Y$  du premier et du dernier membre de l'équation (47) nous permet d'obtenir la répartition fonctionnelle du revenu.

Les vecteurs

$$(48) \quad (h_1, h_2, \dots, h_N)$$

62. C. DAGUM, « Human capital... », *op. cit.*, pp. 91-96.

(49)  $(k_1, k_2, \dots, k_N)$

(50)  $(y_1, y_2, \dots, y_N)$

représentent les répartitions observées du capital humain, de la richesse et du revenu. Le modèle Dagum, que prend la forme suivante,

(51)  $F(\xi) = \alpha + (1 - \alpha)(1 + \lambda\xi^{-\delta})^{-\beta}$ ,  $\xi \geq \xi_0 \geq 0$ ,

$(\beta, \lambda) > 0$ ,  $\delta > 1$ ,  $\alpha < 1$ .

est ajusté à (48), (49) et à (50).

Lorsque  $\alpha=0$ , on obtient le modèle Dagum de Type I, pour lequel  $\xi_0=0$ ; en outre, lorsque  $0 < \alpha < 1$ , on obtient le modèle Dagum de Type II et donc  $\xi_0=0$  et  $F(0)=\alpha$ ; lorsque  $\alpha < 0$ , on obtient le modèle Dagum de Type III et par conséquent  $\xi_0 > 0$  et  $F(\xi_0)=0$ . Dans ce cas, la solution de  $\xi_0$  est :

(52)  $\xi_0 = \lambda^{1/\delta} [(1 - 1/\alpha)^{1/\beta} - 1]^{-1/\delta} > 0$

puisque  $(\beta, \lambda, \delta) > 0$  et que  $\alpha < 0$ .

L'équation (44) est une équation comptable avec des propriétés d'agrégation pratiques comme le vérifient les équations (45)-(47) qui proviennent de sa forme mathématique simple (une fonction de  $h$  et de  $k$  strictement linéaire, additive et séparable). Comme FGR, elle ignore l'existence d'une corrélation entre  $h$  et  $k$ . De plus, (44) est un cas particulier et peu probable d'une FGR. Elle est une fonction homogène et linéaire de  $h$  et de  $k$ , ayant des productivités marginales  $w$  et  $\rho$  constantes et ainsi indépendantes des niveaux du capital humain et de la richesse et pour laquelle les iso-revenus sont linéaires et l'élasticité de substitution est infinie.

Afin de surmonter ces restrictions et en vue de spécifier une FGR plus représentative, Dagum<sup>63</sup> utilise le modèle (51) ajusté aux vecteurs (48)-(50) du capital humain, de la richesse et des revenus. Et en prenant de (51) le terme  $\lambda\xi^{-\delta}$  et ses estimations correspondantes de  $\lambda$  et de  $\delta$  pour chaque répartition, la FGR non linéaire suivante est spécifiée,

(53)  $\lambda y^{-\delta} = b_1(\lambda_1 h^{-\delta_1}) + b_2(\lambda_2 k^{-\delta_2}) + b_3(\lambda_1 h^{-\delta_1})(\lambda_2 k^{-\delta_2})$

$(\lambda, \delta, \lambda_1, \delta_1, \lambda_2, \delta_2, b_1, b_2, b_3) > 0$ .

Donc, (53) nous indique que  $y$  est une fonction croissante de  $h$ , de  $k$ , et de  $hk$ . Lorsque  $y$  est constant on peut démontrer pour l'isoquant (iso-FGR), que le taux marginal de substitution technique (TMST) entre  $h$  et  $k$  est :

(54)  $R = - \frac{dk}{dh} = \frac{\lambda_1 \delta_1 (b_1 k^{\delta_2 + 1} + b_3 \lambda_2 k)}{\lambda_2 \delta_2 (b_2 h^{\delta_1 + 1} + b_3 \lambda_1 h)} > 0$ ,

et

63. *Id.*



$$(55) \quad \frac{dR}{dh} = - \frac{d^2k}{dh^2} < 0.$$

Selon la théorie économique établie, la FGR (53) est une fonction strictement croissante de  $h$  et de  $k$ , et l'iso-FGR est une fonction strictement décroissante et convexe. D'ailleurs, la FGR (53) possède une caractéristique très générale, qui s'ajuste très bien aux faits observés dans la théorie de la production<sup>64</sup>, celle d'une élasticité de substitution variable, donc non-constante, ce qui s'oppose aux hypothèses de la théorie économique conventionnelle d'élasticité de substitution unitaire (Cobb-Douglas) ou constante (CES).

On peut prouver à l'aide des équations (53)-(55) que l'élasticité de substitution

$$(56) \quad \sigma = \frac{d \log(k/h)}{d \log R}$$

est positive et variable.

Les modèles (51) et (53) autorisent d'importantes considérations analytiques et interprétations économiques de la répartition de  $h$ , de  $k$  et de  $y$ ; et établissent le lien entre les répartitions fonctionnelles et personnelles du revenu. De fait, en ajoutant 1 aux deux membres de l'équation (53) et en les élevant à la puissance  $-\beta$ , on obtient

$$(57) \quad (1 + \lambda y^{-\delta})^{-\beta} = (1 + \lambda_1^* h^{-\delta_1} + \lambda_2^* k^{-\delta_2} + \lambda_3^* h^{-\delta_1} k^{-\delta_2})^{-\beta}$$

$$\lambda_1^* = b_1 \lambda_1, \lambda_2^* = b_2 \lambda_2, \lambda_3^* = b_3 \lambda_1 \lambda_2,$$

Le premier membre de (57) est un modèle Dagum  $F(y)$  de Type 1 de la répartition du revenu et le deuxième membre est une répartition bivariée  $G(h, k)$  de  $h$  et de  $k$ . Ainsi,

$$(58) \quad F(y; \beta, \lambda, \delta) = G(h, k; \lambda_1^*, \delta_1, \lambda_2^*, \delta_2, \lambda_3^*, \beta)$$

On peut prouver que

$$(59) \quad 0 \leq \frac{\lambda_3^*}{\lambda_1^* \lambda_2^*} \leq \beta + 1$$

Dans le cas particulier où  $\lambda_3^* = \lambda_1^* \lambda_2^*$ ,  $h$  et  $k$  sont des variables aléatoires indépendantes. De fait, on peut déduire de ceci et de l'équation (57) que

$$(60) \quad F(y) = G(h, k) = G_1(h)G_2(k) = (1 + \lambda_1^* h^{-\delta_1})^{-\beta} (1 + \lambda_2^* k^{-\delta_2})^{-\beta}$$

où, pour fin de simplification, nous avons omis les paramètres dans les représentations symboliques  $F$ ,  $G$ ,  $G_1$ , et  $G_2$ ;  $G_1$  et  $G_2$  sont les fonctions de répartition marginales de  $h$  et de  $k$  respectivement.

64. C. DAGUM, « Une classe de fonctions de production à élasticité de substitution variable et ses applications à l'économie internationale », *Économie Appliquée*, vol. xxvii, n°s 2-3, 1974, pp. 373-398.

Dans le cas d'une population composée de  $N$  unités économiques on peut déduire des équations (57)-(58) que la moyenne et le total du revenu, du capital humain et de la richesse sont, respectivement,

$$(61) \quad E(Y) = \int_0^\infty y dF(y) = \beta \lambda^{1/\delta} B(\beta + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}), \delta > 1,$$

$$(62) \quad Y = NE(Y) = \text{le revenu total},$$

$$(63) \quad E(H) = \int_0^\infty h dG_1(h) = \beta \lambda_1^{1/\delta_1} B(\beta + \frac{1}{\delta_1}, 1 - \frac{1}{\delta_1}), \delta_1 > 1,$$

$$(64) \quad H = NE(H) = \text{le total du capital humain},$$

$$(65) \quad E(K) = \int_0^\infty k dG_2(k) = \beta \lambda_2^{1/\delta_2} B(\beta + \frac{1}{\delta_2}, 1 - \frac{1}{\delta_2}), \delta_2 > 1,$$

$$(66) \quad K = N E(K) = \text{la richesse totale}.$$

Ainsi,

$$(67) \quad Y = wH + \rho K$$

et

$$(68) \quad E(Y) = w E(H) + \rho E(K)$$

où  $w$  et  $\rho$  sont les moyennes pondérées des taux de rendement du capital humain et de la richesse de la population tels que définis par (47). On estime  $w$  et  $\rho$  à partir des statistiques des comptes nationaux du revenu du travail et de la propriété, divisés par  $H$  et  $K$  respectivement.

Ainsi, l'équation (67) donne la répartition fonctionnelle du revenu ; l'équation (51) donne la fonction de répartition personnelle du revenu lorsque  $\xi=y$  ; et la fonction génératrice du revenu (FGR) non linéaire (53), a une élasticité de substitution variable qui, comme fonction de  $h$  et de  $k$ , fournit les liens nécessaires entre les répartitions fonctionnelles et personnelles du revenu. Elle établit également un lien important entre  $F(y)$ , la répartition personnelle univariée du revenu et  $G(h,k)$ , la répartition personnelle bivariée du capital humain et de la richesse.

Le second membre de l'équation (57) permet de faire d'autres analyses telles que les espérances mathématiques conditionnelles de  $h$  et de  $k$ , étant donné, respectivement,  $k$  et  $h$ . En effet,

$$(69) \quad E(H|h) = \int_0^\infty h g(h|k) dh = \frac{1}{g_2(k)} \int_0^\infty h g(h,k) dh = \psi(k),$$

$$(70) \quad E(K|h) = \int_0^\infty k g(k|h) dk = \frac{1}{g_1(h)} \int_0^\infty k g(h,k) dk = \phi(h),$$

$$\text{où } g_1(h) = dG_1(h)/dh, g_2(k) = dG_2(h)/dk, \text{ et } g(h,k) = \frac{\partial^2 G(h,l)}{\partial h \partial k}$$

sont les fonctions de densité de probabilité de  $h$ ,  $k$  et  $(h,k)$  respectivement.

On déduit alors des équations (69)-(70) que,

$$(71) \quad E(H) = E_K[E(H|k)] \text{ et que } E(K) = E_H[E(K|h)]$$

où les opérateurs  $E_K$  et  $E_H$  représentent les espérances mathématiques par rapport aux variables  $k$  et  $h$  respectivement.

## Conclusion

Ricardo<sup>65</sup> est le premier économiste à présenter une théorie rigoureuse et cohérente des prix des facteurs et des parts du revenu total imputées aux propriétaires de chaque facteur de production. À cet effet, il introduit (i) le raisonnement à la marge qui explique le taux de rendement de la terre et la part de la production totale appartenant aux propriétaires fonciers, et (ii) la plus-value pour tenir compte des parts des capitalistes et des travailleurs et des prix des facteurs correspondants. L'importante contribution de Ricardo stimula la recherche en ce domaine, tout comme l'ont fait les contributions néoclassiques, marxistes, kaleckiennes, keynésiennes, sraffiennes et de Allais. Une nouvelle approche, développée par Dagum<sup>66</sup>, est présentée, laquelle considère les structures des rapports de forces économiques entre les unités économiques et applique la théorie des jeux à somme non-constante entre  $n$  personnes, où les jeux évoluent dans le temps.

Pareto<sup>67</sup> ouvre un nouveau secteur de recherche, celui-ci indépendant de toutes recherches précédentes, afin d'expliquer la répartition personnelle du revenu en spécifiant son modèle de Type I. Pareto<sup>68</sup> spécifie ses modèles de Types II et III, et propose des explications pour rendre compte des formes observées de la répartition du revenu. De nombreux modèles de la répartition du revenu suivront celui de Pareto et seront élaborés et ajustés aux données observées et proposeront plusieurs façons de mesurer l'inégalité des revenus.

Il n'existe aucun effort systématique pour intégrer dans un cadre théorique compréhensif les répartitions fonctionnelles et personnelles du revenu. Cette absence d'intégration est d'autant plus surprenante quand on observe que la variable revenu dans la répartition personnelle est la somme des revenus considérés dans les catégories fonctionnelles dans la répartition fonctionnelle du revenu.

La dernière partie de cette étude adresse cette lacune en présentant une fonction génératrice du revenu (FGR) qui fait du revenu une fonction non

65. D. RICARDO, *On the Principles...*, *op. cit.*

66. C. DAGUM, « Toward... », *op. cit.*, pp. 539-553.

67. V. PARETO, « La legge... », *op. cit.*, pp. 59-68.

68. V. PARETO, *Cours...*, *op. cit.*

linéaire du capital humain et de la richesse. Elle incorpore les facteurs qui génèrent les revenus du travail et les revenus de la propriété, permettant ainsi une analyse économique conjointe des répartitions fonctionnelles et personnelles du revenu. De plus, cette approche a d'importantes implications pour la théorie de la production et pour l'élaboration de fonctions de production en tant que fonctions du capital humain et non humain, remplaçant les variables inadéquates du travail et du capital de la théorie économique orthodoxe. Elle offre aussi un programme de recherches économiques. Elle propose également des fondements théoriques à l'élaboration des politiques socio-économiques qui ont pour but de réaliser un processus de changements structurels (évolution structurelle) afin d'accroître tant les niveaux d'efficacité économique dans la production de biens et services, que l'équité dans la répartition du revenu.