L'Actualité économique

La convergence d’équilibres stratégiques en prix-quantités vers l’équilibre concurrentiel
Convergence of prices-quantity strategic equilibria towards competitive equilibrium

Marcel Boyer et Michel Moreaux

Volume 61, numéro 4, décembre 1985

URI : https://id.erudit.org/iderudit/601345ar
DOI : https://doi.org/10.7202/601345ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Boyer, M. & Moreaux, M. (1985). La convergence d’équilibres stratégiques en prix-quantités vers l’équilibre concurrentiel. *L'Actualité économique*, *61*(4), 411–427. https://doi.org/10.7202/601345ar

Résumé de l'article

Dans le présent article, nous étudions la convergence d’une suite d’équilibres stratégiques dans un modèle avec hiérarchie de meneurs et de suiveurs dans lequel l’ensemble des stratégies de chaque agent correspond aux couples prix-quantités. Dans le cas d’un duopole, un tel ensemble de stratégies mène à des équilibres à prix multiples même lorsque le bien vendu par les duopoleurs est un bien homogène, la firme agissant comme meneur rationnant sa demande. De plus, et ce contrairement au cas du modèle de Stackelberg *stricto sensu*, l’avantage appartient au suiveur et non au meneur. Nous généralisons ici ce modèle à une hiérarchie comprenant un nombre quelconque de firmes. Nous montrons qu’avec l’augmentation du nombre de firmes, la configuration d’équilibre de l’industrie tend vers une configuration « quasi-concurrentielle » : la production totale tend vers la production concurrentielle, le prix de vente de toute firme d’un rang donné tend vers le prix d’équilibre concurrentiel, et enfin la production relative des firmes dont le prix de vente est supérieur d’un certain montant au prix d’équilibre concurrentiel tend vers zéro également quel que soit ce montant. Par ailleurs, les distributions de la production et des profits (les profits globaux tendent vers zéro) restent fortement inégalitaires.

L'Actualité Économique, Revue d'analyse économique, vol. 61 no. 4 décembre 1985

LA CONVERGENCE D'ÉQUILIBRES STRATÉGIQUES EN PRIX-QUANTITÉS VERS L'ÉQUILIBRE CONCURRENTIEL

Marcel BOYER*
Michel MOREAUX**

Dans le présent article, nous étudions la convergence d'une suite d'équilibres stratégiques dans un modèle avec hiérarchie de meneurs et de suiveurs dans lequel l'ensemble des stratégies de chaque agent correspond aux couples prix-quantités. Dans le cas d'un duopole, un tel ensemble de stratégies mène à des équilibres à prix multiples même lorsque le bien vendu par les duopoleurs est un bien homogène, la firme agissant comme meneur rationnant sa demande. De plus, et ce contrairement au cas du modèle de Stackelberg *stricto sensu*, l'avantage appartient au suiveur et non au meneur. Nous généralisons ici ce modèle à une hiérarchie comprenant un nombre quelconque de firmes. Nous montrons qu'avec l'augmentation du nombre de firmes, la configuration d'équilibre de l'industrie tend vers une configuration «quasi-concurrentielle»: la production totale tend vers la production concurrentielle, le prix de vente de toute firme d'un rang donné tend vers le prix d'équilibre concurrentiel, et enfin la production relative des firmes dont le prix de vente est supérieur d'un certain montant au prix d'équilibre concurrentiel tend vers zéro également quel que soit ce montant. Par ailleurs, les distributions de la production et des profits (les profits globaux tendent vers zéro) restent fortement inégalitaires.

Convergence of prices-quantity strategic equilibria towards competitive equilibrium. —

In this article, we study the convergence of a sequence of strategic equilibria in a model with a hierarchy of leaders and followers and where firms express their strategy in terms of both prices and quantity. In the duopoly case with an homogenous product, such a strategy set leads to equilibria with two prices and endogenous rationing; moreover, followership is the preferred position. We generalize here the model to an arbitrary number of firms organized in a hierarchy. We show that, as the number of firms increases, the sequence of equilibria

---

Nous remercions Jean Fraysse, Jean-Jacques Laffont et un arbitre anonyme pour leurs commentaires. Nous restons cependant seuls responsables du contenu de cet article.
* Département de Sciences économiques, Université de Montréal.
** GREMAQ, CNRS: UA 938, Université des Sciences sociales de Toulouse, France.

converges to a "quasi-competitive" equilibrium: total production converges to the competitive production, the price chosen by any firm of a given rank goes to the competitive price and the relative production of the firms whose selling price is ε-above the competitive price goes to zero for all positive ε. However the distributions of both production and profits (total profits going to zero) remains strongly unequal.

INTRODUCTION

Nous avons montré dans un article précédent (cf. Boyer et Moreaux, 1985a) que certains jeux dans lesquels il existe entre les joueurs une hiérarchie complète du type meneur-suiveur à la Stackelberg, ont l'équilibre concurrentiel comme équilibre limite lorsque le nombre de joueurs augmente indéfiniment. Plus précisément, nous avons montré que la production d'équilibre de l'industrie tend alors vers la production de l'équilibre concurrentiel. Ce résultat nous a permis d'affirmer que l'absence de hiérarchie entre les joueurs, ou de façon équivalente l'hypothèse que chaque joueur dispose a priori des mêmes possibilités stratégiques n'est pas une condition nécessaire de convergence d'un jeu économique vers la concurrence, et ce malgré que les modèles où la concurrence parfaite apparaît comme la limite d'un jeu supposent que chaque joueur dispose effectivement des mêmes possibilités stratégiques a priori. En effet, dans la tradition issue de Cournot (1838), qui conçoit le marché comme un jeu non coopératif, chaque joueur prend les actions des autres joueurs comme données et tous agissent simultanément (cf. Mas-Colell, 1982). Dans l'autre tradition issue d'Edgeworth (1881), qui conçoit plutôt le marché comme un jeu coopératif, chaque échangiste a la même possibilité, le même droit, d'entrer ou non, partiellement ou en totalité, dans une coalition, la même liberté de participer ou non aux échanges, et ce quelle que soit sa «taille» (cf. Debreu-Scarf, 1963; Shubik, 1984 et aussi Shitovitz, 1973).

Les modèles de marché de type Stackelberg font également intervenir un seul meneur et un ou plusieurs suiveurs. Il est cependant possible de concevoir une hiérarchie complète des acteurs: le premier agissant comme meneur vis-à-vis de tous les autres, le second comme suiveur par rapport au premier et comme meneur par rapport aux autres, et ainsi de suite jusqu'au dernier qui agit comme suiveur par rapport à tous ceux qui le précèdent. Tous les joueurs sont ainsi ordonnés. Ce sont de telles hiérarchies que nous étudierons ici.

Dans notre précédent article, nous avions retenu le modèle de Stackelberg *stricto sensu* (Stackelberg, 1934), dans lequel chaque agent a une stratégie en quantités et dans lequel c'est le rôle de meneur qui procure un avantage. En plus d'obtenir, dans le cadre d'un modèle linéaire à coûts moyens constants, que la production *totale* de l'industrie tend vers la production de l'équilibre concurrentiel, lorsque le nombre de joueurs devient grand, nous avons montré que la répartition des niveaux de production et donc des profits restait très inégalitaire bien que le montant total de profits tende vers zéro. Nous avons montré par ailleurs que l'introduction de coûts fixes pouvait modifier considérablement la configuration d'équilibre de l'industrie sans cependant remettre en question le résultat fondamental de la convergence de la production totale de l'industrie vers la production d'équilibre concurrentiel.

Dans le présent article, nous étudions cette convergence dans un second type de modèle hiérarchique dans lequel chaque agent choisit un couple prix-quantité (cf. Boyer-Moreaux, 1985b). Considérons le cas d'un duopole. Dans ce type de modèle, le meneur choisit un prix, mais à ce prix il ne satisfait pas toute la demande. Si le meneur entendait saturer le marché, le suiveur, en fixant un prix légèrement inférieur, prendrait tout le marché. Le meneur préfère ainsi laisser non satisfaite une partie de la clientèle à laquelle le suiveur pourra vendre à un prix plus élevé. Dans un tel modèle, même lorsque le bien vendu par les duopoleurs est un bien homogène, il n'y a pas unicité du prix à l'équilibre. De plus, et ce contrairement au cas du modèle de Stackelberg *stricto sensu*, l'avantage appartient au suiveur et non au meneur.

Nous généralisons ici ce modèle à une hiérarchie comprenant un nombre quelconque de firmes. Nous montrons que la configuration d'équilibre de l'industrie tend vers une configuration «quasi-concurrentielle»: la production totale tend bien vers la production concurrentielle, le prix de vente de n'importe quelle firme d'un rang donné tend bien vers le prix d'équilibre concurrentiel, et enfin le poids des firmes dont le prix de vente est supérieur d'un certain montant au prix d'équilibre concurrentiel tend vers zéro également quel que soit ce montant.

Le modèle (demande, coûts et espace de stratégies) que nous utiliserons est présenté à la section 1. L'examen de sa convergence fait l'objet de la section 2. En conclusion, nous résumons nos résultats, les situons dans le cadre plus large des équilibres stratégiques et en indiquons les limites.

I — LE MODÈLE MENEUR-SUIVEUR EN COUPLES PRIX-QUANTITÉS (BOYER ET MOREAUX, 1985B)

Nous avons montré précédemment (Boyer et Moreaux, 1985a) qu'une suite d'équilibres de Stackelberg hiérarchisés converge vers un équilibre concurrentiel lorsque le marché et la technologie (coût fixe nul) permettent l'émergence d'un nombre élevé de firmes à l'équilibre. Nous avons vu aussi que la taille des firmes n'est pas identique à l'équilibre. En particulier, le meneur conserve une part de marché supérieure à 50% quel que soit le nombre de firmes. De plus, la part des 4 plus grandes firmes reste supérieure à 93,7%. Malgré le comportement stratégique des firmes et cet énorme pouvoir de réduire la concurrence, nous avons vu que les équilibres de Stackelberg convergeaient dans ce cas vers l'équilibre concurrentiel. Par ailleurs, en présence de coûts fixes, ou bien le niveau de production de l'industrie est le même qu'en l'absence de coûts fixes, si ceux-ci ne sont pas trop élevés et/ou si le nombre d'entreprises n'est pas trop important, ou bien le meneur reste seul actif sur le marché, si le coût fixe est élevé et/ou le nombre d'entreprises important; mais dans ce cas son niveau de production est au moins égal à la production limite d'entrée. Dans les deux cas, la production de l'industrie tend vers la production concurrentielle lorsque la taille du marché augmente ainsi que le nombre d'entreprises.

Nous allons dans cet article introduire un modèle de comportement stratégique qui permet d'accroître le pouvoir oligopolistique des firmes existantes et de mieux représenter la prise de décision des entreprises. En effet, nous supposerons que les firmes se concurrencent à la fois en termes de prix *et* de quantités plutôt que simplement en termes de prix *ou* de quantités comme dans le cas du modèle de Stackelberg. Nous avons analysé ailleurs (Boyer et Moreaux, 1985c) l'intérêt des divers agents, producteurs et consommateurs, de voir émerger dans un duopole, une concurrence à la Cournot-Nash ou à la Stackelberg, en termes de prix ou de quantités ou de concurrence mixte (l'un choisissant un prix, l'autre une quantité), lorsque les biens sont différenciés et sont soit substituts soit compléments.

Considérons tout d'abord les éléments principaux d'un modèle de duopole avec la firme 1 agissant comme leader et la firme 2 agissant comme suiveur lorsque chacune choisit un couple prix-quantité. Nous verrons par la suite vers quoi converge ce type de concurrence lorsque le nombre de concurrents augmente.

Considérons la demande linéaire suivante

$$p(Q) = \max\{a - bQ, 0\} \quad a,b>0 \tag{1}$$

et supposons que le leader ait choisit un programme (p_1°, q_1°) réalisable étant donné cette demande. Il nous faut spécifier la demande résiduelle de la firme 2. Nous utiliserons ici comme demande résiduelle, la demande contingente de Shubik (1959). Cette demande résiduelle s'écrit:

$$q_2^d(p_2,p_1^\circ,q_1^\circ) = \begin{cases} (a-p_2)/b & \text{si } p_2 < p_1^\circ \\ (a-p_2)/2b & \text{si } p_2 = p_1^\circ \text{ et } q_1^\circ \geq (a-p_1^\circ)/2b \\ [(a-p_2)/b] - q_1^\circ & \text{si } p_2 = p_1^\circ \text{ et } q_1^\circ < (a-p_1^\circ)/2b \\ \left[1 - \dfrac{q_1^\circ}{(a-p_1^\circ)/b}\right]\dfrac{(a-p_2)}{b} & \text{si } p_2 > p_1^\circ \text{ et } q_1^\circ < (a-p_1^\circ)/b \\ 0 & \text{si } p_2 > p_1^\circ \text{ et } q_1^\circ \geq (a-p_1^\circ)/b \end{cases} \quad (2)$$

La demande résiduelle (2) procède du raisonnement suivant. Comme le bien est homogène, les consommateurs achèteront là où le prix est le plus faible dans la mesure où ils peuvent satisfaire toute leur demande à ce prix. Si par ailleurs la quantité disponible chez le vendeur au prix le plus faible s'avère être inférieure à la quantité demandée à ce prix, alors la consommation non satisfaite pourra l'être à un prix plus élevé chez l'autre duopoleur. Par ailleurs, si les prix sont égaux, alors les consommateurs se répartissent également entre les deux firmes dans la mesure où ils peuvent ainsi trouver les quantités de bien désirées. Lorsque la demande s'adressant à un vendeur au prix le plus faible ne peut être totalement satisfaite, ces consommateurs doivent être rationnés; nous ferons l'hypothèse que le vendeur en question satisfait intégralement la demande exprimée par un sous-ensemble de consommateurs représentant un échantillon non biaisé de la population. Dans ce cas, la demande résiduelle à laquelle fait face le concurrent sera $(1-x)\max[0,(a-p)/b]$ où x est le pourcentage des consommateurs dont la demande n'a pas été satisfaite par le vendeur au prix le plus faible. Le mode de rationnement aura certes des effets sur le partage de la production et sur les profits des firmes. Par ailleurs, nous émettrons la conjecture suivante: les résultats limites que nous dériverons ici ne dépendent pas du mode de rationnement.

Examinons maintenant comment s'équilibre un duopole sous la convention de normalisation $a = b = 1$. Supposons que le meneur choisisse (p_1,q_1) ou encore (p_1,x_1) où x_1 est la part de la demande $(1-p_1)$ qui ne sera pas satisfaite par le meneur; ainsi

$$q_1 = (1-x_1)(1-p_1)$$

Le suiveur fait alors face à la demande résiduelle

$$q_2 = x(1-p_2) \text{ pour } p_2 > p_1.$$

En supposant pour simplifier la présentation que les coûts sont nuls, hypothèse que nous maintiendrons tout au long de cet article, le meilleur prix p_2 supérieur à p_1 sera donné par

$$p_2 = \arg\max xp_2\,(1-p_2)$$

et donc $p_2 = \frac{1}{2}$, le prix de monopole. Ainsi le suiveur, étant donné le choix exprimé par le meneur, se comportera comme un monopole vis-à-vis la demande résiduelle sur le domaine $p_2 > p_1$; mais il pourrait décider de fixer son prix à $p_1 - \varepsilon$, prendre tout le marché et réaliser un profit de $(p_1-\varepsilon)(1 - (p_1-\varepsilon)) \cong p_1(1-p_1)$. Le suiveur accommodera le meneur, *i.e.* fixera un prix supérieur au prix du meneur (auquel cas le meneur peut vendre q_1 au prix p_1) si et seulement si

$$x_1(\tfrac{1}{4}) \geq p_1\,(1-p_1) \qquad (3)$$

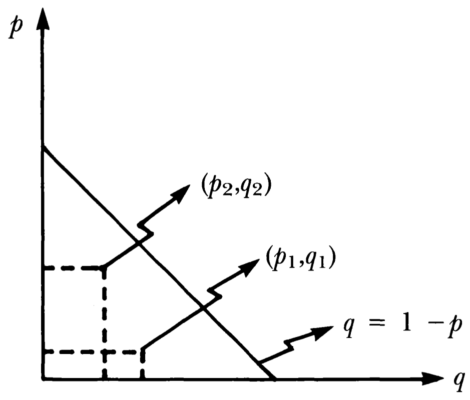
i.e. si et seulement si le profit réalisé en fixant un prix $p_2 = \frac{1}{2}$ est supérieur ou égal au profit réalisé en fixant un prix juste inférieur à p_1.

La condition (3) est une contrainte pour le meneur. En effet, à moins qu'il ne respecte cette condition, le meneur sera sorti du marché par le suiveur. Le profit du meneur peut donc s'exprimer comme suit:

$$\Pi_1 = p_1(1-x_1)(1-p_1) = p_1(1-4p_1(1-p_1))(1-p_1)$$

Le maximum de Π_1 est atteint à p_1^* satisfaisant $p_1(1-p_1) = \frac{1}{8}$ et donc $p_1^* = 0{,}1464$. On obtient alors $x_1^* = \frac{1}{2}$, $q_1^* = 0{,}4268$ et $\Pi_1^* = 0{,}0625$. Quant au suiveur, il choisira $p_2^* = \frac{1}{2}$ et obtiendra $q_2^* = x_1(1-p_2^*) = \frac{1}{4}$ et $\Pi_2^* = 0{,}125$.

FIGURE 1



La quantité totale produite sera 0,6768. Rappelons que dans le cas ci-dessus, l'équilibre de Cournot donne $(q_1,q_2,Q) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$, l'équilibre de Stackelberg en quantités $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$, l'équilibre de collusion $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ et l'équilibre concurrentiel $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$. Ainsi, notre quantité totale d'équilibre de duopole avec meneur-suiveur en prix et quantités (BM) se situe entre la quantité de Cournot et la quantité de Stackelberg. En termes de profits totaux pour les firmes, ces équilibres donnent respectivement π(Cournot) = 0,2222, π(Stackelberg) = 0,1875, π(Collusion) = 0,25, π(Concurrence) = 0, π(BM) = 0,1875. Ainsi, nous constatons que comparativement au modèle de Stackelberg, le comportement des duopoleurs est ici davantage stratégique en ce sens qu'ils jouent à la fois sur le prix et la quantité; mais par ailleurs, la concurrence accrue qu'ils se font en se concurrençant sur les prix les empêche de réaliser un profit global supérieur à celui des duopoleurs de Stackelberg. Par contre, alors que la position de meneur est la position préférée dans le duopole de Stackelberg, c'est l'inverse qui se produit ici, le suiveur réalisant un profit plus élevé que le meneur et même plus élevé que le meneur chez Stackelberg.

Considérons maintenant un oligopole à 3 firmes où la firme 1 agit comme meneur (en se commettant la première et en tenant compte des réactions des deux autres firmes comme c'est le cas chez Stackelberg), la firme 2 agit comme suiveur face à la firme 1 mais comme meneur face à la firme 3 et cette dernière agit comme suiveur tout simplement. Nous pouvons caractériser l'équilibre d'oligopole avec meneurs-suiveurs hiérarchisés et stratégies en prix *et* quantités en procédant par récurrence.

Soit (p_1,x_1) le choix de la firme 1. Alors la firme 2 se retrouve avec la demande résiduelle $x_1(1-p_2)$ et soit (p_2,x_2) le choix de cette firme. La demande résiduelle à laquelle fait face la firme 3 sera donc

$$q_3^d = x_1x_2(1-p_3)$$

et le profit de la firme 3 sera maximisé ou bien à $p_3 = \frac{1}{2}$ ou bien à $p_3 = p_2-\varepsilon$. Dans le premier cas, la firme 3 réalise un profit de x_1x_2 ($\frac{1}{4}$) et dans le deuxième cas un profit arbitrairement près de x_1 $(1-p_2)p_2$. Elle choisira donc $p_3 = \frac{1}{2}$ si et seulement si

$$x_1x_2(\tfrac{1}{4}) \geq x_1\ (1-p_2)p_2 \tag{4}$$

condition qui apparaît comme une contrainte pour la firme 2. Cette contrainte prend la forme $x_2 \geq 4(1-p_2)p_2$ et s'avère être indépendante de x_1. Ainsi, p_2 sera déterminé par

$$\begin{aligned} p_2 &= \arg\max\ x_1p_2(1-p_2)(1-x_2) \\ &= \arg\max\ x_1p_2(1-p_2)(1-4p_2(1-p_2)) \end{aligned} \tag{5}$$

dont la valeur est également indépendante de x_1. La solution de (5) est $p_2 = 0,1464$ et donc $x_2 = \frac{1}{2}$.

Considérons maintenant la firme 1. Si elle choisit (p_1,x_1), la firme 2 réalisera selon (5) un profit de

$$\pi_2 = x_1p_2(1-p_2)(1-x_2) = x_1(\tfrac{1}{16})$$

mais elle pourrait aussi décider de fixer un prix $p_2 = p_1-\varepsilon$ et évincer la firme 1 du marché. Ce faisant, elle se retrouverait dans la position de meneur dans un duopole avec la firme 3 comme suiveur mais avec contrainte additionnelle de prix limite $p_2 < p_1 - \varepsilon$. Dans ce cas, elle réaliserait un profit, étant donné (3), de:

$$\begin{aligned} \Pi_2' &= p_2(1-p_2)(1-x_2) \\ &= p_1(1-p_1)(1-4p_1(1-p_1)) \end{aligned}$$

Ainsi, la firme 2 accommodera la firme 1 si et seulement si $\Pi_2 \geq \Pi_2'$; *i.e.*

$$x_1(1/16) \geq p_1(1-p_1)(1-4p_1(1-p_1)) \tag{6}$$

condition qui apparaît comme contrainte pour la firme 1. Ainsi p_1^* sera fixé par la firme 1 de façon à maximiser son profit étant donné (6). [le lecteur pourra facilement se convaincre que la firme 3 n'aura jamais intérêt à fixer un prix $p_3 = p_1 - \varepsilon$ si p_1 satisfait (7)],

$$\begin{aligned} p_1^* &= \arg\max p_1(1-p_1)(1-x_1) \\ &= \arg\max p_1(1-p_1)[1-16\, p_1(1-p_1)(1-4p_1(1-p_1))] \end{aligned} \tag{7}$$

et la solution de (7) est $p_1(1-p_1) = 1/24$ et donc $p_1^* = 0{,}0436$ avec $x_1^* = 5/9$. Pour cet oligopole à 3 firmes, les valeurs d'équilibre sont celles du tableau 1.

TABLEAU 1

VALEURS D'ÉQUILIBRE DE L'OLIGOPOLE À TROIS FIRMES

	p	q	$1-x$	Π
firme 1	0,0436	0,4281	0,444	0,0185
firme 2	0,1464	0,2371	0,5	0,0347
firme 3	0,5	0,1389	1	0,0625

L'équilibre calculé au tableau 1 peut s'interpréter de la façon suivante. La première firme agissant comme leader, c'est-à-dire se commettant la première, choisit un prix de 0,0436 et une quantité de 0,4281 ce qui implique que cette firme rationne 56% de la demande qui s'exprime pour son produit. En effet, la demande totale exprimée pour le produit de la firme 1 au prix 0,0436 est égale à $1-p$, c'est-à-dire à 0,9564. De même, la firme 2 qui considère comme donné le choix prix-quantité de la firme 1 choisit un prix de 0,1464 et une quantité totale produite de 0,2371 ce qui implique que cette firme rationne 50% de la demande résiduelle qui s'adresse à elle. En effet, étant donné la production de la firme 1, la quantité totale demandée à la firme 2 au prix 0,1464 sera égale à 0,4742, c'est-à-dire aux 5/9 de la demande totale qui s'adresserait à la firme 2 au prix de 0,1464. En effet, 44% des consommateurs ont pu acheter le bien de la firme 1 au prix 0,0436. La demande résiduelle qui s'adresse alors au suiveur, c'est-à-dire la firme 3, serait égale à (0,5) (5/9) fois la demande globale qui s'adresserait à la firme 3, si les firmes 1 et 2 n'existaient pas.

Face à cette demande résiduelle, la firme 3 ne peut faire mieux que de demander un prix égal à 0,5 et produire une quantité égale à 0,1389 et satisfaire ainsi toute la demande résiduelle qui s'adresse à elle. On observe par ailleurs que des niveaux de profits sont croissants étant égaux à 0,0185 pour la firme 1, à 0,0347 pour la firme 2 et à 0,0625 pour la firme 3.

La raison fondamentale pour laquelle la firme 1 et la firme 2 rationnent ainsi les consommateurs est la suivante: en ne satisfaisant pas toute la demande s'adressant à elle, la firme 1 peut demander un prix plus élevé et éviter que les firmes 2 ou 3 ne fixent leur prix à un niveau inférieur au prix de la firme 1 et capturent ainsi tout le marché. En effet, il apparaît dans l'intérêt de la firme 2 de demander un prix supérieur à celui demandé par la firme 1 étant donné la demande résiduelle à laquelle elle fait face, demande qui est due au rationnement des consommateurs s'adressant à la firme 1. Il en est de même pour la firme 3 face à la firme 2 et la firme 1. En d'autres termes, nous pourrions affirmer qu'étant donné la réaction anticipée des suiveurs, la firme 1 a intérêt à laisser une part de marché suffisante aux firmes 2 et 3 afin d'éviter une guerre de prix. Il en est de même pour la firme 2 étant donné la réaction anticipée de la firme 3.

La question qui se pose maintenant est de savoir quel est le comportement limite de cet équilibre lorsque le nombre de firmes croît indéfiniment.

II — LA CONVERGENCE DES ÉQUILIBRES BM EN PRIX-QUANTITÉS

Supposons que le nombre n de firmes augmente dans le modèle meneur-suiveur décrit à la section I. Soit x_i^n la proportion de la demande résiduelle que la firme i, *i.e.* celle de rang i, décide de ne pas satisfaire à son prix p_i^n où l'indice supérieur n indique que nous sommes dans un oligopole à n firmes. Étant donné que $0 < x_i^n < 1$ et $0 < p_i^n < ½$, alors les suites $\{x_i^n\}$ et $\{p_i^n\}$ possèdent des sous-suites convergentes. Soit $\bar{x}_i$ et $\bar{p}_i$ les points de convergence respectifs.

Considérons la firme 1 et les suites $\{x_1^n\}$ et $\{p_1^n\}$. Et soit $\bar{x}_1$ et $\bar{p}_1$ les points limites de ces suites. La demande résiduelle pour la firme 2 converge vers $\bar{x}_1(1 - p_2)$. Face à cette demande résiduelle, la firme 2 apparaît dans la même position que la première firme dans un oligopole à $n - 1$ firmes. Par conséquent, $\lim p_2^n = \bar{p}_1$ et $\lim x_2^n = \bar{x}_1$. Et de même pour toute firme i dans une hiérarchie à n firmes où $n \to \infty$. Soit $\bar{p}$ et $\bar{x}$ les points de convergence communs.

Proposition 1: $\bar{p} = 0, \bar{x} = ½$

Preuve: Comme $0 \leq \bar{x} \leq 1$ alors ou bien $\bar{x} = 1$ ou bien $\bar{x} \leq 1$. Soit $\bar{x} = 1$. Comme toutes les firmes voient leur x_i^n respectif tendre vers $\bar{x}$, la production de l'ensemble des firmes tendra pour $\bar{p} > 0$ vers $(1-\bar{x})(1-\bar{p}) + \bar{x}(1-\bar{x})(1-\bar{p}) + \overline{xx}(1-\bar{x})(1-\bar{p}) + \overline{xxx}(1-\bar{x})(1-\bar{p}) + \ldots$ c'est-à-dire vers $\lim (1-(\bar{x})^n)(1-\bar{p})$ soit, pour $\bar{x} = 1$, vers 0. D'où une contradiction puisque la demande reste strictement positive ($0 \leq \bar{p} \leq 1/2$). Ainsi $\bar{x} < 1$.

Supposons maintenant que $\bar{p} > 0$. Alors le profit de chaque firme i tendra vers

$$\bar{\Pi}_i = \bar{p}(1-\bar{p})(1-\bar{x})(\bar{x})^{i-1}$$

mais alors $\bar{\Pi}_i > \bar{\Pi}_{i+1}$, une contradiction car alors la firme $i+1$ aurait intérêt à prendre la place de la firme i. Donc $\bar{p} = 0$.

Montrons maintenant que $\bar{x} = 1/2$. Comme $\bar{x} < 1$, la production totale tendra vers

$$\lim_{n \to \infty} (1-(\bar{x})^n) = 1$$

Si par ailleurs, la production totale tend vers 1, c'est que la somme des quantités laissées non satisfaites par chaque firme est aussi égale à 1. En effet, la production q_i de la firme i ne peut être égale qu'à la demande non satisfaite par les autres firmes. Or la quantité demandée non satisfaite par la firme i est donnée par $x_i \prod_{j=1}^{i-1} x_j$ et donc la somme sera donnée par $\bar{x}_1 + \bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \ldots = \sum_{j=1}^{\infty} (\bar{x})^j = (1/\bar{x}) - 1$. Cette valeur sera égale à 1 si et seulement si $\bar{x} = 1/2$. *Q.E.D.*

Une conséquence immédiate de la proposition 1 est la proposition 2 suivante, où q_i^n est la production d'une firme de rang i dans une hiérarchie à n firmes.

Proposition 2:

1) $\forall i, \lim_{n \to \infty} q_i^n = (1/2)^i$

2) $\forall k, \lim_{n \to \infty} q_{n-k}^n = 0$

La proposition 2 établit que la production totale se distribue à la limite selon une suite (1/2, 1/4, 1/8, 1/16 ...) entre les firmes 1, 2, 3, 4,... Quant à la deuxième partie de la proposition, elle découle directement de l'inégalité

$$\lim_{n \to \infty} q_{n-k}^n \leq 1 - \lim_{n \to 0} \sum_{i=1}^{n-k-1} (1/2)^i = 0$$

Proposition 3: $p^n_{n-k} = p_{-k} > 0,\ \forall n,\ k < n$

Preuve: Considérons $\Pi^n_n = \frac{1}{4} \prod_{i=1}^{n-1} x^n_i$ et le profit que réaliserait la firme n si elle fixait son prix p^n_n à p^n_{n-1} le prix de la firme $n-1$. Son profit serait alors (rappelons que $x^n_n = 0,\ \forall n$)

$$\Pi^n_n\,(p^n_n = p^n_{n-1}) = p^n_{n-1}\,(1 - p^n_{n-1}) \prod_{i=1}^{n-2} x_i$$

Pour éviter cette action, la firme $n-1$ fixe son x^n_{n-1} de façon à ce que

$$\Pi^n_n\,(p^n_n = \tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{4}\,(\prod_{i=1}^{n-2} x^n_i)\ x^n_{n-1} > p^n_{n-1}\,(1 - p^n_{n-1}) \quad (\prod_{i=1}^{n-2} x^n_i)$$

et donc

$$x^n_{n-1}\,(p^n_{n-1}) = 4p^n_{n-1}\,(1 - p^n_{n-1}).$$

Ainsi, la firme $n-1$ fixera son prix à p^{*n}_{n-1} défini par

$$\begin{aligned} p^{*n}_{n-1} &= \arg\max p^n_{n-1}\,(1 - p^n_{n-1})(1 - x^n_{n-1})\,(\prod_{i=1}^{n-2} x^n_i) \\ &= \arg\max p^n_{n-1}\,(1 - p^n_{n-1})(1 - 4p^n_{n-1}(1 - p^n_{n-1})) \end{aligned}$$

ou encore si $a^n_{n-1} \equiv p^n_{n-1}\,(1 - p^n_{n-1})$

$$\begin{aligned} a^{*n}_{n-1} &= \arg\max a^n_{n-1}\,(1 - 4a^n_{n-1}) \\ &= \tfrac{1}{8},\ \forall n \end{aligned}$$

et donc $p^{*n}_{n-1} = 0{,}1464,\ \forall n$

Considérons la firme $n-2$. Pour éviter que la firme $n-1$ ne vienne prendre sa place, cette firme devra s'assurer que

$$\Pi^n_{n-1}\,(p^n_{n-1} = p^{*n}_{n-1},\ x^n_{n-1} = x^{*n}_{n-1}) \geq \Pi^n_{n-1}\,(p^n_{n-1} = p^n_{n-2}, x^n_{n-1} = x^n_{n-1}(p^n_{n-2}))$$

i.e. que

$$\begin{aligned} & a^{*n}_{n-1}\,(1 - 4a^{*n}_{n-1})\,(\prod_{i=1}^{n-3} x^n_i) x^n_{n-2} > \\ & p^n_{n-2}\,(1 - p^n_{n-2})(1 - 4p^n_{n-2}(1 - p^n_{n-2})) \prod_{i=1}^{n-3} x^n_i \\ & = a^n_{n-2}(1 - 4a^n_{n-2}) \prod_{i=1}^{n-3} x^n_i \end{aligned}$$

Ainsi

$$x^n_{n-2}\,(p^n_{n-2}) = \frac{a^n_{n-2}\,(1 - 4a^n_{n-2})}{a^{*n}_{n-1}\,(1 - 4a^n_{n-1})} = 8a^n_{n-2}\,(1 - 4a^n_{n-2})$$

$$\Pi^n_{n-2}\,(p^n_{n-2}) = a^n_{n-2}\,(1 - 8a^n_{n-2}\,(1 - 4a^n_{n-2})) \prod_{i=1}^{n-3} x^n_i$$

$$\begin{aligned} a^{*n}_{n-2} &= \arg\max a^n_{n-2}\,(1 - 8a^n_{n-2}\,(1 - 4a^n_{n-2})) \\ &= \tfrac{1}{24},\ \forall n \end{aligned}$$

et donc $p^{*\,n}_{n-2} = 0{,}0436,\ \forall n$

De même la firme $n-3$ devra s'assurer que

$$a^{*\,n}_{n-2}\,(1-8a^{*\,n}_{n-2}\,(1-4a^{*\,n}_{n-2}))\,\Big(\prod_{i=1}^{n-4} x_i^n\Big)\,x^n_{n-3} \geq$$

$$p^n_{n-3}\,(1-p^n_{n-3})\,(1-8a^n_{n-3}\,(1-4a^n_{n-3}))\prod_{i=1}^{n-4} x_i^n$$

et donc

$$x^n_{n-3}\,(p^n_{n-3}) = \frac{a^n_{n-3}\,(1-8a^n_{n-3}\,(1-4a^n_{n-3}))}{a^{*\,n}_{n-2}\,(1-8a^{*\,n}_{n-2}\,(1-4a^{*\,n}_{n-2}))}$$

$$\Pi^n_{n-3}\,(p^n_{n-3}) = a^n_{n-3}\,(1 - x^n_{n-3}\,(p^n_{n-3}))\prod_{i=1}^{n-4} x_i^n$$

$$a^{*\,n}_{n-3} = \arg\max\ a^n_{n-3}\,\Big(1 - \frac{a^n_{n-3}\,(1-8a^n_{n-3}\,(1-4a^n_{n-3}))}{a^{*\,n}_{n-2}\,(1-8a^{*\,n}_{n-2}\,(1-4a^{*\,n}_{n-2}))}\Big)$$

$p^{*\,n}_{n-3}$ solution de $p^n_{n-3}\,(1-p^n_{n-3}) = a^{*\,n}_{n-3}$

et ce prix ne dépend pas de n. Bien que le calcul de p_{-k} exige de trouver les points critiques d'une fonction d'ordre k, il ne pose pas de problème conceptuel majeur. Et il est invariant avec n.

Q.E.D.

Ainsi, bien que $\lim_{n\to\infty} p_i^n = 0$, $\lim_{n\to\infty} p^n_{n-k} = p_{-k} > 0,\ \forall\, k$.

Par ailleurs, la production totale des firmes dont le prix est supérieur à ε tend vers 0. Aussi, le nombre de firmes dont le profit est supérieur à ε tend vers 0 quand $n\to\infty$. La limite des équilibres BM en prix-quantités est donc bien l'équilibre concurrentiel, la taille des firmes dont le prix est significativement au-dessus du prix concurrentiel tendant vers 0. De plus, pour toute valeur finie de n, il y a rationnement chez tous les vendeurs (sauf le dernier) bien que cet équilibre avec rationnement effectif et omniprésent ($\lim_{n\to\infty} x_i^n = \tfrac{1}{2},\ \forall i$) ne soit pas significativement différent de l'équilibre concurrentiel

$$\Big(\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} q_i^n = 1;\quad \lim_{n\to\infty} p_i^n = 0,\ \forall\, i;\quad \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^n = 0\Big).$$

Mais il reste que dans cet équilibre, la part de marché des I plus grandes firmes tend vers $\sum_{i=1}^{I} (\tfrac{1}{2})^i$. Ainsi, les 4 principales firmes contrôlent à la limite 93,75% du marché. Bien que la suite d'équilibre BM converge vers l'équilibre concurrentiel, la production reste très fortement concentrée et le rationnement reste omniprésent.

CONCLUSION

Nous avons traité dans cet article de la convergence d'une suite d'équilibres stratégiques vers l'équilibre concurrentiel lorsque le nombre de firmes augmente. Nous savions déjà que dans le cas du duopole avec produit homogène (Boyer-Moreaux, 1985b) où les duopoleurs expriment leur stratégie en termes de prix et de quantités, il existe des configurations raisonnables de l'économie pour lesquelles l'équilibre stratégique se caractérise par un rationnement chez la firme agissant comme leader et une différentiation des prix de vente du produit homogène entre la firme agissant comme leader et la firme agissant comme suiveur. Cet équilibre s'expliquait intuitivement par la réalisation par la firme leader de l'intérêt de rationner les demandeurs se présentant à elle de façon à éviter que la firme agissant comme suiveur ne vienne fixer un prix légèrement inférieur au sien et capturer ainsi l'ensemble du marché. Nous avons montré ailleurs (Boyer-Moreaux, 1985d) que ce phénomène de rationnement persiste lorsque les produits vendus par les duopoleurs sont différenciés. Ces résultats nous apparaissent importants pour deux raisons. D'abord l'ensemble des stratégies que constituent les couples prix-quantités apparaît davantage représentatif des décisions des firmes que les ensembles de stratégies exprimés en prix seulement ou en quantités seulement. En effet, les firmes prennent des décisions à la fois en termes de prix pour leurs produits et de quantités à produire pour ces produits. Il est rare de pouvoir observer des firmes qui seraient prêtes à vendre n'importe quelle quantité à un prix donné ou vendre à n'importe quel prix une quantité déterminée. Si les ensembles de stratégie que sont les couples prix-quantités apparaissent «plus descriptifs» du comportement observable des firmes, il semble important d'analyser les implications théoriques de ces ensembles de stratégie par la caractérisation des équilibres stratégiques auxquels ils donnent lieu. Or, l'étude de ces équilibres stratégiques nous a permis de mettre à jour deux phénomènes importants. D'abord, l'utilisation de rationnement comme élément d'une stratégie de la firme agissant comme leader et ensuite le fait que la position de suiveur est la position la plus avantageuse pour les firmes. On peut donc s'attendre dans cette situation à une lutte pour la position de suiveur.

L'intérêt empirique de résultats ou de modèles théoriques n'est pas toujours évident. Par contre, dans le cadre des modèles d'équilibres stratégiques avec ensemble de stratégies constitués des couples prix-quantités, nous pouvons nous référer à quelques cas d'industries tels que décrits dans Scherer (1980). On y apprend que dans la période de 1921-1932, trois grandes firmes américaines (Reynolds, American Tobacco et Liggett and Myers) ont toléré sur le marché de petites entreprises productrices de cigarettes et ces petites firmes ont pu accumuler durant cette période une part de marché dépassant 23%. En 1932, l'oligopole dominant, les trois grandes firmes en question, ont déclaré une guerre de prix et l'année suivante la part de marché des petites compagnies avait diminué à 6%. Dans le cadre de notre modèle, nous pourrions interpréter cette situation comme suit: les petites entreprises agissant ici comme leader (dans un sens de toute évidence fort différent de la notion de firme dominante) ont mal évalué la part de marché qu'elles pouvaient satisfaire et que les firmes dominantes agissant ici comme suiveur pouvaient tolérer. Lorsque ces petites firmes ont dépassé la part de marché en question, il devenait profitable pour les firmes dominantes de réagir et de déclarer une guerre de prix. Il faut remarquer que dans la période précédant 1932, les prix de vente des petites compagnies étaient inférieurs aux prix de vente pratiqués par l'oligopole dominant. Dans le cas de l'industrie de l'acier, on apprend à la lecture de Scherer que U.S. Steel a été considéré jusqu'en 1958 comme un leader chargé d'établir le prix auquel l'industrie vendrait ses produits, malgré que dans notre terminologie U.S. Steel apparaîtrait comme suiveur dans notre modèle analytique. En effet, cette firme ayant avantage à forcer les autres firmes à se commettre en termes de prix et de quantités, U.S. Steel pouvait apparaître comme firme dominante tout en étant analytiquement une firme agissant comme suiveur pour les fins d'étude de l'équilibre industriel. À la fin des années '50, se développa une surcapacité dans le secteur de l'acier aux États-Unis étant donné la part de marché de plus en plus importante que les importations occupaient. Lorsque la part de ces importations a atteint 20%, U.S. Steel déclara une guerre de prix et l'industrie entra dans une période d'instabilité importante.

Par ailleurs, Gelman et Salop (1982) montrent qu'un entrant peut avoir intérêt à restreindre cette capacité de façon à éviter une réaction trop violente des firmes existantes. Ils donnent plusieurs exemples d'entrées réussies et d'entrées manquées où la capacité restreinte de l'entrant joue un rôle important. Nos résultats montrent qu'il peut y avoir accord sur les rôles entre une firme existante et une firme entrante pour que cette dernière joue le rôle de meneur quand les stratégies sont définies à la fois en termes de prix et de quantités (ou de capacité): cet accord intervient si la firme existante a un avantage technologique suffisant et si la firme entrante restreint sa production. Par ailleurs, si la firme entrante a un avantage technologique suffisant, nos résultats montrent qu'elle n'a pas nécessairement intérêt à prendre le rôle de meneur dans la mesure où la firme existante prend ce rôle et restreint sa production.

Dans le présent article, nous avons étudié les propriétés de convergence des équilibres stratégiques où apparaît à la fois le rationnement de la firme agissant comme leader et la lutte pour la position plus avantageuse de suiveur avec produit homogène et nous avons trouvé que la suite d'équilibres stratégiques en question convergeait vers l'équilibre concurrentiel dans le cas d'un modèle simplifié mais quand même indicatif des forces en présence. Nous avons mentionné dans notre article précédent (Boyer-Moreaux, 1985a) que ce résultat confirmait l'intérêt du modèle d'équilibre concurrentiel même dans les cas où de toute évidence il ne correspond pas à une représentation factuelle ou descriptive du comportement des firmes individuelles. Dans le modèle analysé dans cet article, les firmes se perçoivent comme impliquées dans une concurrence stratégique et utilisent à cette fin une politique de prix et de quantités impliquant un rationnement mais cette concurrence stratégique qui n'a rien de commun a priori avec le modèle concurrentiel, où les firmes considèrent les prix comme étant des données, nous amène à des équilibres qui ne sont pas significativement différents de l'équilibre concurrentiel lorsque le nombre de firmes pouvant subsister dans le marché est élevé. L'économiste est ainsi justifié dans son utilisation du modèle concurrentiel même si ce modèle n'est pas descriptif du comportement des firmes. En effet, dans la mesure où l'équilibre stratégique ne serait pas significativement différent de l'équilibre concurrentiel pour autant qu'on se restreigne aux données observables sur le marché, l'économiste est susceptible de faire des prévisions correctes même à partir d'un modèle non descriptif. Les résultats que nous avons présentés dans cet article complètent l'ensemble des résultats disponibles dans la littérature économique sur les relations entre l'équilibre concurrentiel et l'allocation des ressources dans des modèles où les hypothèses de comportement du modèle concurrentiel ne sont pas «réalistes».

Il n'est pas difficile de voir les limites de l'analyse que nous avons présentée dans cet article. En effet, nos résultats ne sont pas généraux mais spécifiques à un modèle dont les hypothèses sont relativement fortes. Mais notre objectif ici n'était pas de dériver un théorème d'existence ou de convergence le plus général possible mais de montrer que sous des hypothèses tout à fait raisonnables, il existe des équilibres stratégiques fort différents des équilibres concurrentiels mais dont la limite lorsque le nombre de firmes augmente est bel et bien cet équilibre concurrentiel. Une des hypothèses importantes dans cet article a été de supposer implicitement que les coûts de furetage des consommateurs sont nuls. Ainsi, nous avons pu modéliser le comportement des consommateurs comme suit: le consommateur-type visite d'abord la firme demandant le prix le plus faible avant de se rendre aux firmes vendant à des prix plus élevés s'il n'a pas pu être servi par la première firme. Par ailleurs, en supposant qu'il existe un coût de furetage, le comportement du consommateur doit être modifié pour tenir compte d'un calcul entre l'espérance d'utilité d'obtenir le bien d'une firme qui rationne ses consommateurs et le coût à encourir pour le furetage. La rationalité des consommateurs exige qu'ils utilisent un modèle de l'économie qui n'est pas systématiquement contredit par les faits. Ainsi, une hypothèse d'anticipation rationnelle sur la probabilité d'être servi par une firme qui pratique effectivement un rationnement apparaît nécessaire. C'est ce que nous avons analysé dans un autre article (Boyer-Moreaux, 1985e).

BIBLIOGRAPHIE

BOYER, M. et M. MOREAUX (1985a), «L'équilibre concurrentiel comme limite de suites d'équilibres stratégiques de Stackelberg», *L'Actualité Économique, Revue d'analyse économique* 61(3), pp. 299-315.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1985b), «Being a Leader or a Follower: Reflections on the Distribution of Roles in Duopoly» (revisé), Département de Sciences économiques, Université de Montréal.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1985c), «On Stackelberg Equilibria with Differentiated Products: The Critical Role of the Strategy Space», Cahier 8524, Département de sciences économiques, Université de Montréal.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1985d), «Rational Rationing with Differentiated Products», Cahier 8523, Département de sciences économiques, Université de Montréal.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1985e), «Rationnement, anticipations rationnelles et équilibres de Stackelberg», *Annales d'Économie et de Statistiques* (à paraître).

COURNOT, A.A. (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Hachette, Paris.

DEBREU, G. et H. SCARF (1963), «A Limit Theorem on the Core of an Economy», *International Economic Review* 4, pp. 235-246.

EDGEWORTH, F.Y. (1881), *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, C. Kegan Paul, Londres.

GELMAN, J.R. et S.C. SALOP (1983), «Judo Economics: Capacity Limitation and Coupon Competition», *Bell Journal of Economics* 14, pp. 315-325.

MAS-COLELL, A. (1982), «The Cournotian Foundations of Walrasian Equilibrium: An Exposition of Recent Theory», in W. Hildenbrand, éd., *Advances in Economic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.

SHITOVITZ, (1973), «Oligopoly in Markets with a Continuum of Traders», *Econometrica* 41, pp. 467-501.

SHUBIK, M. (1959), *Strategy and Market Structure*, John Wiley, New York,

SHUBIK, M. (1984), *A Game Theoretic Approach to Political Economy*, MIT Press, Cambridge.

STACKELBERG, H. VON (1934), *Marktform und Gleichgewicht*, Julius Springer, Vienna.