

## Perceptions des élèves du secondaire par rapport à la résolution de problèmes en algèbre à l'aide d'un logiciel dynamique et la stratégie Prédire – investiguer – expliquer

## Perceptions of high school students on algebra problem solving, using dynamic software and the Predict-Investigate-Explain strategy

## Percepciones de los alumnos de secundaria relacionadas con la resolución de problemas en algebra con la ayuda de un software dinámico y de la estrategia predecir - investigar – explicar

Mathieu Gauthier

Volume 42, numéro 2, automne 2014

Résolution de problèmes en mathématiques : un outil pour enseigner et un objet d'apprentissage

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/1027913ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/1027913ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Association canadienne d'éducation de langue française

ISSN

1916-8659 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Gauthier, M. (2014). Perceptions des élèves du secondaire par rapport à la résolution de problèmes en algèbre à l'aide d'un logiciel dynamique et la stratégie Prédire – investiguer – expliquer. *Éducation et francophonie*, 42(2), 190–214. <https://doi.org/10.7202/1027913ar>

Résumé de l'article

Dans le cadre d'un projet d'innovation en apprentissage mis en oeuvre par le ministère de l'Éducation du Nouveau-Brunswick, nous avons créé et expérimenté quatre scénarios d'enseignement-apprentissage de l'algèbre en 12<sup>e</sup> année du secondaire, touchant particulièrement le concept de paramètres de fonctions introduit à l'aide d'une stratégie Prédire-Investiguer-Expliquer et d'un logiciel dynamique, dans un contexte de résolution de problèmes. Cette recherche exploratoire de type développement adopte une approche de design d'un produit éducatif ou, encore, de création d'activités d'apprentissage particulières (Loiselle, 2001). Les données qualitatives ont été recueillies auprès des élèves, à l'aide d'un questionnaire et d'entrevues semi-dirigées.

D'une part, le contexte de vie réelle et l'aspect visuel d'une investigation dynamique et interactive à l'aide d'un logiciel semblent avoir rendu l'apprentissage des fonctions plus signifiant pour l'élève. Ils ont permis à l'élève de voir des liens entre différentes représentations mathématiques, le rendant plus autonome dans les démarches de résolution de problèmes. D'autre part, ce changement de pratique conduit possiblement à une rupture du contrat didactique, ce qui a déstabilisé certains élèves qui cherchaient, alors, plus de clarté et d'encadrement de la part de l'enseignant. Cette complexification du processus de résolution de problèmes appelle donc une étude plus approfondie de cette pratique innovante afin de déterminer son impact réel sur les apprentissages des élèves et la dynamique de la salle de classe.

# Perceptions des élèves du secondaire par rapport à la résolution de problèmes en algèbre à l'aide d'un logiciel dynamique et la stratégie Prédire – investiguer – expliquer

**Mathieu GAUTHIER**

District scolaire francophone Sud, Nouveau-Brunswick, Canada

## RÉSUMÉ

Dans le cadre d'un projet d'innovation en apprentissage mis en œuvre par le ministère de l'Éducation du Nouveau-Brunswick, nous avons créé et expérimenté quatre scénarios d'enseignement-apprentissage de l'algèbre en 12<sup>e</sup> année du secondaire, touchant particulièrement le concept de paramètres de fonctions introduit à l'aide d'une stratégie Prédire-Investiguer-Expliquer et d'un logiciel dynamique, dans un contexte de résolution de problèmes. Cette recherche exploratoire de type développement adopte une approche de design d'un produit éducatif ou, encore, de création d'activités d'apprentissage particulières (Loiselle, 2001). Les données qualitatives ont été recueillies auprès des élèves, à l'aide d'un questionnaire et d'entrevues semi-dirigées.

D'une part, le contexte de vie réelle et l'aspect visuel d'une investigation dynamique et interactive à l'aide d'un logiciel semblent avoir rendu l'apprentissage des fonctions plus signifiant pour l'élève. Ils ont permis à l'élève de voir des liens entre différentes représentations mathématiques, le rendant plus autonome dans les démarches de résolution de problèmes. D'autre part, ce changement de pratique conduit possiblement à une rupture du contrat didactique, ce qui a déstabilisé certains élèves qui cherchaient, alors, plus de clarté et d'encadrement de la part de l'enseignant. Cette complexification du processus de résolution de problèmes appelle donc une étude plus approfondie de cette pratique innovante afin de déterminer son impact réel sur les apprentissages des élèves et la dynamique de la salle de classe.

---

#### ABSTRACT

### **Perceptions of high school students on algebra problem solving, using dynamic software and the Predict-Investigate-Explain strategy**

Mathieu GAUTHIER

Southern Francophone School District, New Brunswick, Canada

As part of a learning innovation project initiated by the New Brunswick Ministry of Education, we created and tested four algebra teaching-learning scenarios at the grade 12 level, which touched particularly on the concept of function parameters introduced using a Predict-Observe-Explain strategy and dynamic software a problem solving context. This development-type exploratory research adopts a design approach for an educational product, or the creation of specific learning activities (Loiselle, 2001). Qualitative data were collected from students through a questionnaire and semi-structured interviews.

On one hand, the real-life context and the visual aspect of a dynamic and interactive investigation using software seems to have made the learning of functions more significant for the student, and provided a chance to see connections between different mathematical representations, making the students more independent in the problem solving process. On the other hand, this change in practice may have led to a breakdown in the didactic contract, which destabilized some of the students, who were looking for more clarification and supervision from the teacher. This innovative practice of complexifying the problem-solving process deserves further study to determine its real impact on student learning and classroom dynamics.

## RESUMEN

### **Percepciones de los alumnos de secundaria relacionadas con la resolución de problemas en álgebra con la ayuda de un software dinámico y de la estrategia predecir - investigar – explicar**

Mathieu GAUTHIER

Distrito escolar francófono Sur, Nueva-Brunswick, Canadá

En el cuadro de un proyecto de innovación en aprendizaje iniciado por el Ministerio de Educación de Nueva-Brunswick, creamos y experimentamos cuatro escenarios de enseñanza-aprendizaje del álgebra para el 12º año de secundaria, abordando particularmente el concepto parámetros de funciones, el cual había sido introducido gracia a una estrategia Predecir-Investigar-Explicar y con la ayuda de un software dinámico, en un contexto de resolución de problemas. Esta investigación exploratoria, de tipo desarrollo, adoptó el enfoque de diseño de un producto educativo o de creación de actividades de aprendizaje particulares (Loiselle, 2001). Los datos cualitativos fueron colectados entre los alumnos a través de un cuestionario y de entrevistas semi-dirigidas.

Por una parte, el contexto realista y el aspecto visual de una investigación dinámica e interactiva con la ayuda de un software parece haber convertido el aprendizaje de las funciones más significativo para el alumno y en una posibilidad de visualizar los lazos entre diferentes representaciones matemáticas, volviéndolos más autónomos en el procedimiento de resolución de problemas. Por otra parte, dicho cambio de prácticas condujo posiblemente a una ruptura del contrato didáctico, lo que desestabilizó a ciertos alumnos que pedían más explicaciones y más encuadramiento de la parte del maestro. Esta complicación del proceso de resolución de problemas merece el estudio más profundo de esta práctica innovadora con el fin de determinar su impacto real sobre los aprendizajes de los alumnos y sobre la dinámica en el salón de clases.

---

## Introduction

Depuis des années, nous observons que les élèves du secondaire éprouvent des difficultés en algèbre, en général, et en apprentissage de paramètres de fonctions, en particulier. Lorsque les élèves se mettent à étudier différents types de fonctions et différentes formes de leurs représentations pour comprendre le rôle de chaque paramètre, ils voient peu de liens entre les règles et les graphiques de fonctions. De plus, ils ne perçoivent pas l'utilité de cette matière qui leur paraît trop abstraite et « déconnectée » de la vie réelle, ce qui les rend encore moins motivés dans les apprentissages

et diminue leur taux de réussite des épreuves d'évaluation pour ce volet du programme d'études. Ces difficultés sont bien documentées par les chercheurs (Saboya et Bednarz, 2008; Kramarski, 2004; Mavers, 2009; Knuth, 2000; Star, 2000), alors que la recherche de nouvelles pratiques se poursuit. Comment pouvons-nous rendre les apprentissages de nos élèves plus significatifs?

Freiman, Richard et Jarvis (2012) ont documenté les efforts constants faits pour réorienter l'enseignement de mathématiques au Nouveau-Brunswick, Canada, en mettant l'accent sur le développement de sens et sur la compréhension, et ce, « dans un contexte de résolution de problèmes, parfois complexes, pour lesquels les élèves n'ont pas de procédures toutes prêtes » (MENB, 2003, p. 18). Par conséquent, le programme d'études articule clairement le besoin d'introduire des problèmes en lien avec les situations de vie réelle, ce qui permet aux élèves de s'engager dans un processus authentique de construction d'une démarche de résolution et donne plus de sens aux concepts mathématiques (MENB, 2003). Toutefois, la mise en pratique de ces idées commence tout juste à se forger un chemin dans nos salles de classe et doit être soutenue par des recherches dans le contexte local.

Ainsi, un appel de propositions de projets innovants lancé par le gouvernement du Nouveau-Brunswick dans le cadre du programme de Fonds d'innovation en apprentissage (FIA) nous a poussé à concevoir et à mettre à l'essai une stratégie PIE (prédire-investiguer-expliquer) qui intègre la résolution de problèmes à l'aide d'un logiciel d'algèbre dynamique Graphe Easy. Dans cet article, nous présentons les résultats de cette expérimentation réalisée dans une classe de 12<sup>e</sup> année dans le cadre d'un cours optionnel dont le contenu principal est l'étude de graphiques de différents types de fonctions.

Plus spécifiquement, le but de la recherche était de cerner comment se *développe une approche d'enseignement intégrant les TIC et la stratégie PIE dans un contexte de résolution de problèmes portant sur l'analyse de graphiques de fonction et du rôle de paramètres, lorsqu'on prend en considération la façon dont les élèves perçoivent l'apport des TIC et la stratégie PIE.*

En suivant la méthodologie de recherche-développement, nous avons conçu et réalisé, durant un semestre, quatre scénarios d'enseignement-apprentissage. À l'aide d'un journal du chercheur, de questionnaires et d'entrevues semi-dirigées, nous avons recueilli les perceptions des élèves portant sur leur vécu lors de la mise à l'essai de cette pratique innovante.

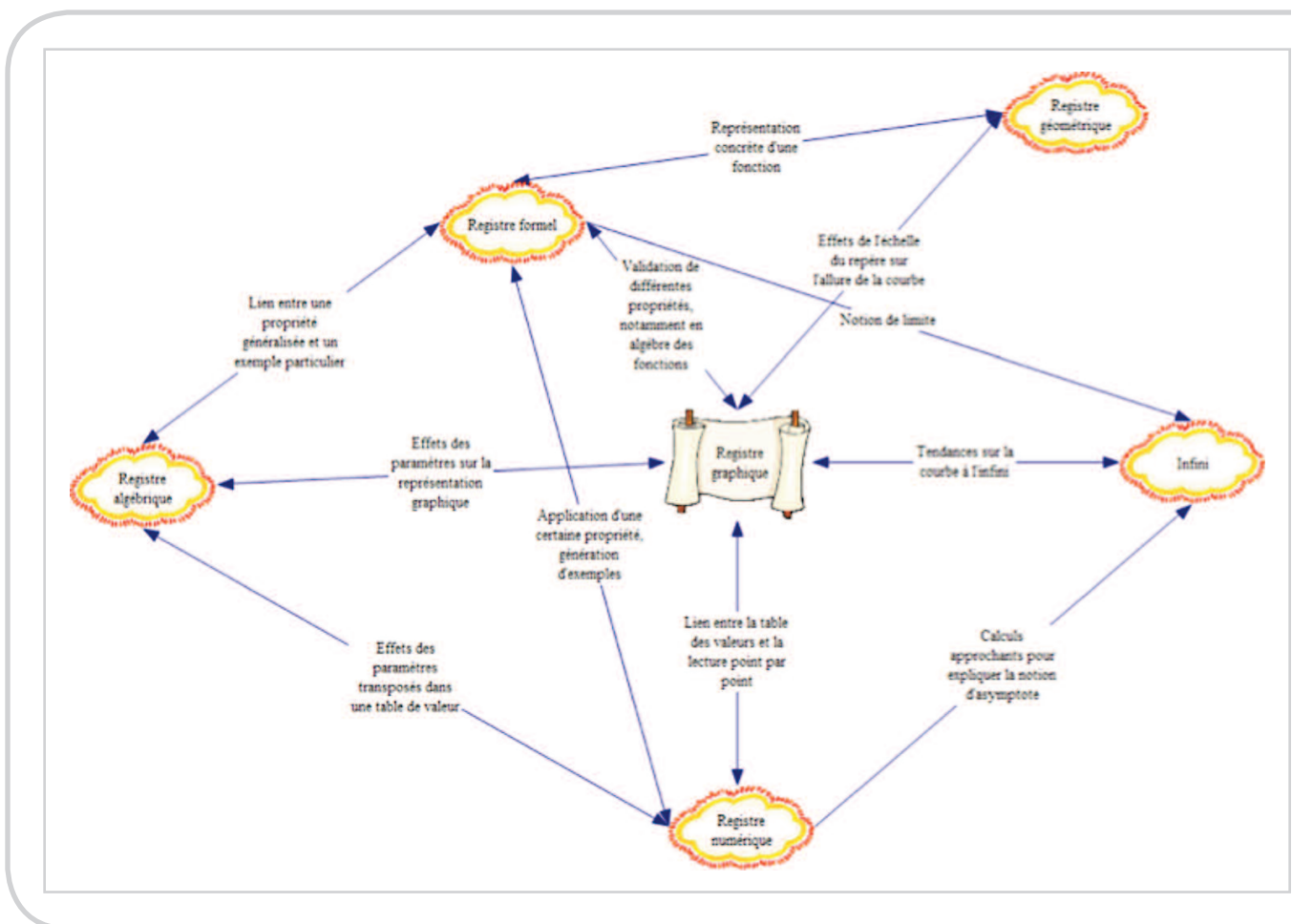
## Contexte de recherche

Au Nouveau-Brunswick, les élèves obtiennent leur diplôme d'études secondaires après la 12<sup>e</sup> année et peuvent accéder directement aux études universitaires. Le cours de Math30411, où la stratégie PIE a été expérimentée, est un cours optionnel exigé comme condition d'admission dans différents programmes du premier cycle universitaire. Le cours aborde un seul résultat d'apprentissage général (RAG) se situant dans le domaine de l'algèbre qui prévoit notamment une étude approfondie

du rôle des paramètres et des transformations de onze types de fonctions ainsi que de leurs caractéristiques : la croissance, le signe, les racines, le domaine, l'image et les extrema.

De plus, selon le programme d'études, les mathématiques doivent être présentées comme «un réseau de connaissances qui se donnent mutuellement du sens» (MENB, 2008, p. 26). L'atteinte de ce but passe, entre autres, par le développement chez l'élève des habiletés à faire des liens entre divers registres mathématiques. En didactique des mathématiques, dans un contexte d'analyse d'une fonction, Bloch (2002) a identifié six registres : le registre formel (lié aux notations), géométrique (lié aux transformations), algébrique (lié aux équations), numérique (lié aux tableaux de valeur), graphique (lié aux courbes dans un repère) et le concept de l'infini (lié aux représentations qui y sont liées, telles que les asymptotes). À partir du graphique d'une fonction, l'élève est amené graduellement à une coordination interregistre telle que définie par Duval (1995) en y intégrant les autres registres. La figure 1 illustre les liens peuvent être établis entre les six registres.

Figure 1. Lien entre les six registres de Bloch (2002) en ayant le registre graphique comme registre principal



Dans notre pratique habituelle, les élèves éprouvaient beaucoup de difficultés à déterminer les caractéristiques d'une fonction et à tracer un graphique à l'aide de leur règle. En suivant la stratégie PIE dans un contexte de résolution de problèmes à l'aide d'un logiciel dynamique permettant de tracer des courbes rapidement en faisant varier les paramètres de la fonction, l'élève pourra observer les résultats de ses essais, émettre des hypothèses, les valider à l'aide d'un raisonnement explicatif, tout en associant les paramètres de la fonction à un modèle mathématique de la situation réelle. Dans la prochaine section, nous décrirons notre cadre de référence axé sur la stratégie PIE, l'intégration de TIC ainsi que le processus itératif et dynamique de résolution de problèmes.

## Cadre de référence

### Stratégie PIE

La stratégie PIE est une façon innovatrice d'intégrer les investigations dans l'apprentissage des mathématiques. Elle se déroule en trois phases : prédiction, investigation et explication. Il s'agit ainsi d'une adaptation de la stratégie POE (Prédire-Observer-Expliquer), élaborée par Gunstone et White (1992) pour l'enseignement des sciences. Selon Joyce (2006), cette stratégie incite les élèves à explorer un concept en les engageant dans le processus d'investigation et dans des discussions pour comprendre les phénomènes observés.

La phase de *prédiction*, selon Lim, Kim, Cordero, Buendia et Kasmer (2007), contribuerait à la manifestation des conceptions de l'élève qui jouent un rôle important dans le questionnement initial par rapport au problème. Quant à la phase d'investigation, elle permet d'explorer le problème à l'aide de différentes approches et représentations (NCTM, 2000). Tandis que certains chercheurs, selon Yeo et Yeap (2009), semblent présenter la résolution de problèmes (dans un contexte d'une tâche fermée) comme une activité distincte par rapport à la démarche d'investigation (liée à une tâche ouverte), nous adoptons, dans le cadre de notre recherche, un point de vue différent qui fait référence à l'habileté « d'intégrer les résultats d'une investigation dans un plan permettant de résoudre un problème » (Bloom, Engelhart, Furst, Hill et Krathwohl, 1956, cités dans Yeo et Yeap, 2009). Nous rejoignons également Dias et Durand-Guerrier (2005) qui avancent que l'utilisation de cette démarche serait essentielle pour augmenter la créativité des élèves lors de la manipulation des objets mathématiques. Finalement, l'explication des démarches employées et des observations faites par l'élève l'aide à articuler son raisonnement, à réfléchir sur le processus de résolution de problèmes et à établir des liens entre les concepts construits (NCTM, 2000), ce qui pourra contribuer à justifier sa démarche et à généraliser ses stratégies de résolution de problèmes (Williams, 2003).

### TIC et apprentissage de fonctions

Au cours de dernières décennies, les études sur l'utilisation de la technologie dans l'enseignement de mathématiques se multiplient en apportant, entre autres,



une nouvelle dimension aux investigations mathématiques, qui force les élèves à être plus systématiques et rigoureux dans leur raisonnement et à élaborer des démarches dynamiques (Canada et Blair, 2005; Vilus-Boas, 2010).

SRI International (2007) a recensé plusieurs études liant l'utilisation des TIC à l'autorégulation des apprentissages en mathématiques. À leur tour, Zimmerman, Bonner et Kovach (2000) avancent que les apprentissages autorégulés améliorent la compréhension des contenus et l'efficacité de l'apprentissage. Selon Ormrod (2008), l'utilisation des TIC pourrait renforcer a) l'élaboration de standards et de buts, b) l'auto-observation, c) l'autoévaluation et d) l'autoréaction (Ormrod, 2008, p. 140), agissant ainsi sur sa propre efficacité et son autonomie. Une utilisation plus soutenue de TIC peut également avoir un impact positif sur la compréhension des élèves grâce à une modélisation des relations mathématiques, comme le mentionne la récente étude de Minh (2012) qui porte sur l'apprentissage de fonctions dans un environnement numérique d'apprentissage. Selon l'auteur, le logiciel Casyopée met en évidence des représentations multiples, géométriques et algébriques, ainsi que le calcul formel, ce qui peut aider les élèves « à modéliser des relations de dépendance impliquées dans une situation géométrique donnée, faciliter les activités sur les fonctions et, finalement, promouvoir une compréhension flexible des fonctions » (Minh, 2012).

Le caractère dynamique de ce type d'apprentissage a été souligné par Sinclair, Healy et Reis Sales (2009), cités dans Jiang, White et Rosenwasser (2011), qui avancent « que la nature même des représentations dynamiques mathématiques, la continuité et le changement constant qui se produisent au fil du temps offrent aux élèves différentes possibilités de la pensée réflexive, que les diagrammes statiques et images ne peuvent pas offrir » (p. 9; traduction libre). À leur tour, Karadag et McDougall (2009) suggèrent l'utilisation de GéoGebra comme outil cognitif dont l'utilisation se déroule selon les trois modes (expliquer, explorer et modéliser) et les quatre étapes de résolution de problèmes de Polya (1957) (voir le tableau 1). Dans le contexte d'utilisation de TIC, Moreno-Armella, Hegedus et Kaput (2008) ont défini les cinq stades de l'évolution de la symbolisation : 1) le stade statique et inerte; 2) le stade kinesthésique et esthétique; 3) le stade statique du calcul; 4) le stade dynamique discret et 5) le stade dynamique continu. Les deux derniers stades sont de nature dynamique, ce qui donne plus de contrôle à l'élève sur les objets mathématiques en lui fournissant une rétroaction plus immédiate.

Karadag et McDougall (2009) ont étudié l'enseignement de la dérivée en un point en effectuant des manipulations à l'aide d'une fiche de travail dynamique. Les auteurs avancent que ce genre d'activité permet à l'élève de visualiser les objets mathématiques tout en ayant une meilleure compréhension des relations entre les concepts mathématiques. Ils concluent toutefois qu'étant bien plus à l'aise avec ce genre de support visuel aux apprentissages, grâce aux technologies, les élèves peuvent toujours avoir des défis liés aux notations et à la symbolisation algébrique même après avoir participé à ce type d'activités.



Tableau 1. **Trois façons d'utiliser GéoGebra**  
(Karadag et McDougall, 2009, p. 14, traduction libre)

	Expliquer	Explorer	Modéliser
<b>Comprendre le problème</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Décrire les données fournies</li> <li>- Identifier les inconnues</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fournir des fiches de travail aux élèves</li> <li>- Demander aux élèves d'explorer le problème</li> <li>- Guider les élèves dans l'identification des inconnues</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fournir le théorème à modéliser</li> <li>- Identifier les données fournies</li> <li>- Décrire l'inconnue</li> </ul>
<b>Concevoir le plan</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Voir comment les variables sont-elles liées les unes aux autres</li> <li>- Énoncer la stratégie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demander aux élèves quelle est la relation entre les variables</li> <li>- Guider les élèves dans la création d'une stratégie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Développer des objets mathématiques</li> <li>- Analyser la relation entre les objets</li> </ul>
<b>Mettre le plan à exécution</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recueillir de nouvelles données pour développer une solution en manipulant des objets mathématiques</li> <li>- Poser des questions directives</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aider les élèves à interagir avec les objets mathématiques afin de recueillir plus de données</li> <li>- Guider les élèves dans l'identification des propriétés des données recueillies</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manipuler les objets pour vérifier si tout fonctionne correctement</li> <li>- Créer des conjectures</li> <li>- Vérifier les conjectures</li> </ul>
<b>Revenir sur la solution</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Répéter la procédure appliquée</li> <li>- Poser des questions du type Que se passe-t-il si...?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Encourager les élèves à modifier le problème</li> <li>- Demander aux élèves de poser des questions du type Que se passe-t-il si...?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modifier les variables</li> <li>- Créer des problèmes verbaux décrivant le cas étudié</li> <li>- Poser de nouveaux problèmes</li> </ul>

Yerushalmy et Gilead (1997) rappellent que la technologie a modifié l'apprentissage de l'algèbre sous plusieurs aspects. Ils citent l'exemple des équations : les manipulations, souvent apprises par cœur dans l'enseignement « traditionnel », sont mieux maîtrisées par deux processus distincts avec le support informatique, la manipulation d'équation et le visionnement des solutions. Dans leur expérimentation, ils ont amené des élèves à déterminer les solutions d'équations et d'inéquations linéaires ainsi que d'équations quadratiques. Or, nous leur proposons de représenter la différence entre les deux côtés de l'équation sous forme d'une fonction, puis de tracer leur graphique à l'aide d'un logiciel pour finalement déterminer la solution de l'équation. Les auteurs résument que l'utilisation de la technologie a aidé à changer le format de l'apprentissage des manipulations d'équations, passant à un apprentissage plus signifiant.

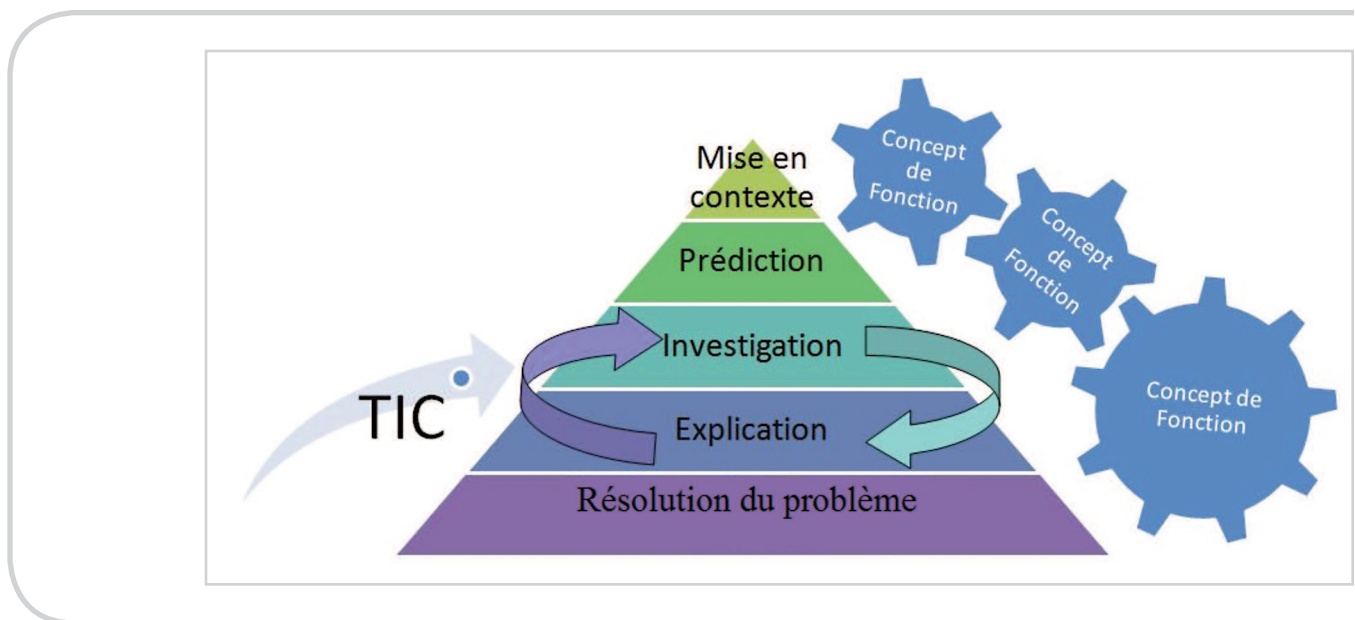
De cette brève recension, nous retenons que l'utilisation des TIC en mathématiques peut améliorer les apprentissages en les rendant plus signifiants, plus visuels, plus dynamiques, voire plus autorégulés. Pour notre recherche, nous avons choisi le

logiciel Graphe Easy, un traceur permettant de représenter graphiquement plusieurs fonctions à partir de leur règle. Le logiciel Graphe Easy présente à l'élève des options d'investigation de fonctions semblables à celles fournies par le logiciel GéoGebra, utilisé par Karadag et McDougall (2009), en ce qui a trait à l'exploration des fonctions et de leurs graphiques.

### Une nouvelle façon de résoudre des problèmes en mathématiques : vers un modèle dynamique

En mettant ensemble différents éléments de notre cadre de référence, soit la stratégie PIE et l'utilisation des TIC pour soutenir l'enseignement-apprentissage du concept de fonction dans un contexte dynamique de résolution de problèmes permettant aux élèves de faire des liens entre les différents registres, nous avons proposé un modèle pour concevoir nos scénarios d'enseignement-apprentissage. Les éléments de ce modèle sont présentés dans la figure 2.

Figure 2. **Modèle présentant l'interaction des éléments du cadre de référence**



Ainsi, chaque scénario débute avec une mise en contexte d'un problème où l'élève devra trouver une fonction modélisant cette situation. Par la suite, l'élève fait une prédiction sur l'allure de la courbe représentant cette situation. Cette prédiction se fera sur papier présentant un repère non gradué afin que l'élève puisse appréhender le graphique de façon globale, comme le suggèrent Saboya et Bednarz (2008). Cette phase de prédiction est suivie d'une série d'investigations et d'explications où l'élève étudiera les paramètres de la fonction de façon séquentielle, en offrant un étayage à l'élève, comme le propose Knuth (2000). À cette étape, l'élève aura recours au logiciel Graphe Easy qui l'aidera dans ses investigations, en les rendant plus rigoureuses et dynamiques (Canada et Blair, 2005; Vilus-Boas, 2010).

Après avoir franchi les trois étapes de la stratégie PIE, l'élève retourne au problème initial, pour lequel les données seront précisées afin de lui permettre de modéliser la situation et de trouver une solution. Le scénario se termine par une modélisation d'une autre situation, ce qui permet à l'élève de réinvestir ses apprentissages dans un autre contexte et de faire des transferts.

Notre recherche, rappelons-le, vise le développement d'une approche d'enseignement de mathématiques au secondaire intégrant les TIC et la stratégie PIE dans un contexte de résolution de problèmes portant sur l'analyse de graphiques de fonction et du rôle de paramètres. À cette fin, nous nous fixons comme *premier objectif de concevoir les scénarios d'enseignement-apprentissage et, comme deuxième objectif, de les mettre en application dans une salle de classe en tenant compte de la façon dont les élèves perçoivent l'apport des TIC et la stratégie PIE.*

Dans la prochaine section, nous décrivons notre démarche méthodologique.

## Méthodologie

Afin d'atteindre les objectifs de notre recherche, nous avons opté pour une démarche qualitative de type recherche-développement sous forme de design d'un produit éducatif, ou bien de création d'activités d'apprentissage particulières (Loiselle, 2001), ce qui répond au mieux à la nature de notre étude. Ainsi, nous avons retenu les quatre étapes suivantes suggérées par Loiselle (2001) :

1. Une phase d'analyse préalable
2. Une phase de production et de planification
3. Une phase de mise à l'essai
4. Une phase d'évaluation et de révision

Les deux premières étapes rejoignent notre premier objectif, alors que la troisième étape correspond à notre deuxième objectif. Quant à la quatrième étape, elle est prévue comme suite de notre étude exploratoire, donc ne fait pas partie de nos analyses présentées dans les prochaines sections.

En suivant ce modèle, à la première étape, nous avons analysé les enjeux de notre pratique actuelle ainsi que des pistes d'amélioration proposées dans la littérature. Le compte rendu de cette analyse est présenté dans les premières sections de notre article. Lors de la deuxième étape, nous avons conçu quatre scénarios d'enseignement-apprentissage, portant sur l'étude de l'une des fonctions du programme d'études, soit la fonction racine carrée, la fonction valeur absolue, la fonction rationnelle et la fonction sinusoïdale. Ce travail a été fait selon notre modèle incorporant les TIC et la stratégie PIE. Ces scénarios ont été mis à l'essai pendant une année scolaire avec quatre groupes d'élèves de 12<sup>e</sup> année, ce qui correspond à la troisième étape de notre démarche de recherche. Après cette étape, nous avons recueilli des propos d'élèves à l'aide d'un questionnaire et d'entretiens semi-dirigés, comme suggéré par Borg et Gall (1989) et repris par Loiselle (2001). Ces données nous ont permis de mettre en évidence des apports du modèle ainsi que de suggérer des

modifications dans nos scénarios et dans leurs applications en salle de classe. Dans les sous-sections suivantes, nous présentons les détails de ces analyses.

### **Participants**

Puisque notre recherche a été réalisée dans le cadre d'un projet plus grand (FIA), les participants de la recherche étaient les élèves de quatre classes d'une école secondaire du Nouveau-Brunswick inscrits dans les cours de mathématiques de 12<sup>e</sup> année. Rappelons que, selon le régime pédagogique de l'école francophone du Nouveau-Brunswick, les cours de mathématiques de 12<sup>e</sup> année ne sont pas obligatoires pour tous les élèves. L'auteur était l'enseignant dans l'une de ces classes. Cet aspect particulier était l'objet d'une approbation éthique. Puisqu'il s'agissait d'un cours, tous les élèves devaient participer à la réalisation de scénarios en salle de classe. En ce qui concerne le questionnaire de recherche, ils avaient le choix de remplir (ou non) le questionnaire de recherche. Selon les normes éthiques en matière de recherche, nous avons pris les mesures appropriées pour préserver l'anonymat des élèves. Parmi les 94 élèves inscrits au cours MATH30411 et participants au projet FIA, 64 ont rempli le questionnaire (15 de la classe du chercheur et 49 des autres classes). De plus, quatre élèves (deux garçons et deux filles) de la classe du chercheur ont été sélectionnés au hasard pour un entretien semi-dirigé.

### **Conception des scénarios pédagogiques**

En accord avec le premier objectif de recherche, quatre scénarios portant sur les transformations et les caractéristiques des fonctions ont été élaborés. Les scénarios ont intégré les TIC, sous forme d'un logiciel dynamique auquel chaque élève avait accès dans une salle d'informatique, et la stratégie PIE a été employée dans un contexte de résolution de problèmes.

De plus, l'implantation de scénarios s'est échelonnée sur un semestre, ce qui nous a permis d'y apporter des ajustements. Les scénarios pédagogiques ont été validés par une enseignante afin de s'assurer qu'ils se conforment au programme d'études. Nous avons également demandé à deux élèves de 12<sup>e</sup> année inscrits dans des cours de mathématiques à un niveau supérieur de lire chaque scénario pour vérifier, entre autres, leur compréhension du langage utilisé. Enfin, il y a eu une étape de validation en correspondance avec le modèle décrit dans notre cadre de référence (mise en situation, prédiction, investigation, explication et mise en application dans une situation de résolution du problème initial).

## Calendrier de réalisation du projet

Tableau 2. Calendrier de réalisation du projet

Semaine 1	Évaluation diagnostique
Semaine 3	Scénario 1 : La fonction racine carrée
Semaine 5	Scénario 2 : La fonction valeur absolue
Semaine 7	Scénario 3 : La fonction rationnelle
Semaine 10	Scénario 4 : Les fonctions trigonométriques
Dernière semaine du semestre	Collecte de données par questionnaire
Mois de juin	Collecte de données par entretien semi-dirigé

### Questionnaire, guide d'entrevue et journal du chercheur

En relation avec notre deuxième objectif, nous avons recueilli les propos des élèves volontaires à l'aide de deux outils : un questionnaire à remplir et des entretiens semi-dirigés. Les questions posées étaient des questions ouvertes portant sur divers aspects de notre modèle. Le journal du chercheur a été utilisé pour noter les observations et les réflexions en cours de réalisation de scénarios. Les données obtenues par l'entremise du questionnaire (questions ouvertes) ainsi que les verbatim des entretiens ont fait l'objet d'une analyse thématique inductive (Boyatzis, 1998; Paillé et Muchielli, 2008).

## Résultats

Rappelons qu'en explorant comment se développe une approche d'enseignement intégrant les TIC et la stratégie PIE dans un contexte de résolution de problèmes portant sur l'analyse de graphiques de fonction et du rôle de paramètres, nous nous sommes fixé comme **premier objectif de concevoir les scénarios d'enseignement-apprentissage et**, comme **deuxième objectif, de les mettre en application dans une salle de classe en tenant compte de la façon dont les élèves perçoivent l'apport des TIC et la stratégie PIE**. Nous présentons nos résultats selon chaque objectif de la recherche.

### Objectif 1. Conception de scénarios pédagogiques

Comme nous l'avons mentionné dans la section sur la méthodologie, quatre scénarios ont été élaborés qui portaient sur les fonctions racine carrée, valeur absolue, valeur sinusoïdale et valeur rationnelle, qui sont nouvelles aux yeux de l'élève.

Comme nous l'avons soulevé dans notre problématique, dans notre pratique courante chaque fonction a été présentée sous une forme « traditionnelle », à partir d'un exposé théorique par l'enseignant (fonction de base, l'effet d'un paramètre sur la fonction de base, des exemples et des exercices d'application). Le rôle de l'élève

était plutôt passif et consistait à écouter les explications de l'enseignant, à mémoriser les faits et à les reproduire dans le cadre d'exercices répétés plusieurs fois et d'un problème de mise en application de règles apprises. Nous avons également remarqué chez les élèves un manque d'intérêt et une compréhension limitée quant aux différents registres.

Ainsi, dans le cadre de la mise en pratique de notre modèle intégrant l'approche PIE et les TIC, chaque scénario commence par une mise en situation faisant appel à un contexte de la vie de tous les jours. Le tableau 3 présente le contexte utilisé lors de la mise en situation dans chaque scénario.

Tableau 3. **Contexte de la résolution de problème de chaque scénario**

Type de fonction du scénario	Contexte de la résolution de problème
Fonction racine carrée	Construction d'un « quarter-pipe »
Fonction valeur absolue	Opération de vidange d'un réservoir
Fonction rationnelle	Construction d'une sortie d'autoroute
Fonction sinusoidale	La hauteur d'une personne dans une grande roue

Afin de donner plus de détails sur la façon dont les scénarios ont été construits, nous présentons le texte du scénario 2 dans l'annexe. Voici comment il s'est déroulé en pratique :

#### **Mise en situation**

Afin d'introduire la fonction « valeur absolue », nous avons créé une situation où l'élève devait modéliser une opération de vidange d'un réservoir d'eau à débit constant. La mise en situation est présentée au tableau 4.

Tableau 4. **Mise en situation pour le 2<sup>e</sup> scénario**

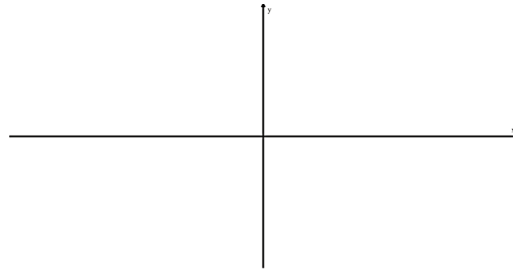
Ashley est la personne responsable de l'entretien du réservoir d'eau potable pour sa municipalité. La semaine prochaine, elle devra coordonner une opération qui vise à vider une partie du réservoir pour ensuite le remplir à nouveau. Le débit auquel l'eau sort du réservoir est le même que celui enregistré lorsque le réservoir se remplit. Elle doit trouver la fonction qui représente la quantité d'eau dans le réservoir en fonction du temps.

#### **Phase de prédiction**

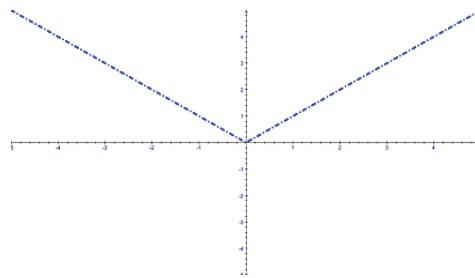
Lors de la phase de prédiction, la première dans la démarche PIE, l'élève doit d'abord tracer à main levée l'allure de la courbe. Ensuite, il choisit parmi une série de graphiques celui qui modélise correctement la situation. Le tableau 5 présente la phase de prédiction.

Tableau 5. Les deux temps de la phase de prédiction du scénario 2

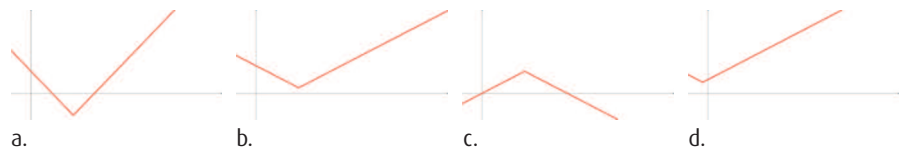
- À main levée, Ashley présente l'allure générale de la courbe qui représente la quantité d'eau restante dans le réservoir,  $y$ , en fonction du temps écoulé depuis le début de l'opération.



- Afin de modéliser la situation, Ashley a recours à la fonction valeur absolue puisque la vidange du réservoir sera faite à débit constant. Voici la représentation graphique de la fonction :



Parmi les graphiques suivants, lequel ressemble à celui qui représentera la fonction recherchée par Ashley? Explique ton choix en te référant au contexte du problème.



Explication de ton choix :

Quelles sont les informations supplémentaires qui seront requises pour résoudre le problème?

### Phases d'investigation et d'explication

Puisque le logiciel choisi amène l'élève à observer le comportement de fonctions en temps réel et de façon dynamique de telle sorte qu'il voit ce qui se passe sur l'écran et peut immédiatement interroger le phénomène observé, nous avons décidé d'intégrer la phase d'explication à mesure que l'investigation progresse. L'élève devait donc faire plusieurs va-et-vient entre l'investigation et l'explication. Ainsi, la phase d'investigation permet à l'élève, à l'aide d'un logiciel dynamique Graphe Easy,



d'explorer le rôle de chaque paramètre, ce qui entraîne la possibilité d'entrer la règle d'une fonction et voir immédiatement sa représentation graphique sur l'écran de l'ordinateur. L'élève peut, par la suite, modifier les valeurs de chaque paramètre et observer leur effet sur la forme du graphique. Les investigations et explications du scénario 2 sont présentées au tableau 6. Le questionnement qui émerge lors de cette phase amène l'élève à expliquer la relation entre les paramètres.

Tableau 6. **Les quatre investigations et explications du scénario 2**

Dans Graphe Easy, la fonction valeur absolue est exprimée comme étant **abs**. Ainsi, pour entrer l'expression  $-2|2(x-1)| + 3$  dans Graphe Easy, il faut écrire  $-2\text{abs}(2(x-1))+3$ .

La forme canonique de la fonction valeur absolue est

**Investigation 1 :** Compare les fonctions valeur absolue en ayant les paramètres  $a$  et  $b$  de même grandeur, en modifiant les signes. Par exemple, tu peux tracer les paires suivantes :

$$y = 2|x - 1| + 3 \text{ et } y = |2(x - 1)| + 3$$

$$y = -2|x - 1| + 3 \text{ et } y = |-2(x - 1)| + 3$$

$$y = 2|x - 1| + 3 \text{ et } y = |-2(x - 1)| + 3$$

$$y = -2|x - 1| + 3 \text{ et } y = |2(x - 1)| + 3$$

Tu peux prendre d'autres paires pour ton investigation.

**Explication 1 :** Quelle relation as-tu remarquée entre les paramètres  $a$  et  $b$  dans la fonction valeur absolue?

**Indices :** *À quelles conditions les paramètres  $a$  et  $b$  ont-ils le même effet sur le graphique de la fonction absolue? Pourquoi?*

*À quelles conditions les paramètres  $a$  et  $b$  ont-ils un effet différent sur le graphique de la fonction absolue?*

**Investigation 2 :** Détermine l'équation des deux droites qui forment le graphique de la fonction  $y = -2|2(x-1)| + 3$ . Répète le processus avec d'autres fonctions valeur absolue.

**Explication 2 :** Quelle est la relation entre l'équation des droites qui forment la valeur absolue et ses paramètres?

**Indice :** *La forme canonique d'une droite est  $y = mx + b$ .*

*À partir des paramètres, comment peut-on déterminer la pente ( $m$ ) de la droite?*

*À partir des paramètres, comment peut-on déterminer l'ordonnée à l'origine ( $b$ ) de la droite?*

**Investigation 3 :** Détermine quels paramètres indiquent les coordonnées du sommet de la fonction valeur absolue.

**Explication 3 :** Quels paramètres indiquent les coordonnées du sommet de la fonction valeur absolue dans sa forme généralisée (canonique)?

**Investigation 4 :** Détermine la valeur de quatre paramètres de la fonction valeur absolue afin que celle-ci respecte les conditions suivantes :

Le sommet se retrouve dans le premier quadrant.

La fonction est décroissante à la gauche du sommet.

**Explication 4 :** Quels sont les signes des paramètres pour que le graphique de la fonction valeur absolue satisfasse aux conditions énumérées ci-dessus?

### Résolution du problème

Afin que l'élève puisse trouver une fonction modélisant la situation de départ, nous avons dû apporter quelques précisions au problème (voir le tableau 7). Par la suite, l'élève devait répondre à une série de questions que nous avons formulées en nous basant sur le modèle de Karadag et McDougall (2009), avant de résoudre le problème, puis deux autres problèmes semblables. L'objectif de cette activité était de favoriser le transfert des apprentissages (voir le tableau 8).

Tableau 7. **Précisions apportées à la mise en situation**

Le réservoir contient actuellement 5 000 m<sup>3</sup> d'eau et on veut enlever 80 % de cette quantité. Selon les experts consultés par Ashley, l'opération complète (c'est-à-dire d'enlever 80 % de l'eau pour ensuite remplir le réservoir à 5 000 m<sup>3</sup> à nouveau) prendra 20 heures en tout. Ashley doit donc définir la fonction qui associera la quantité d'eau restante dans le réservoir,  $y$  (en milliers de m<sup>3</sup>), et le temps depuis le début de l'opération,  $x$  (en heures). Le débit de l'eau sera le même lorsque le réservoir se videra et lorsqu'il se remplira.

Tableau 8. **Document remis aux élèves pour la résolution du problème**

- Décris dans tes mots ce qu'Ashley doit faire pour résoudre son problème.
- Identifie les données que tu peux dégager suite à la lecture du problème. Certains paramètres sont-ils connus?
- Indique comment tu vas t'y prendre pour résoudre le problème.  
*Par exemple, tu peux répondre aux questions:  
Y a-t-il des paramètres déjà connus? Comment vas-tu déterminer les autres paramètres?*
- Applique ton plan décrit à la question 3 et présente le graphique (copier-coller de Graphe Easy) ainsi que les paramètres de l'équation qui était recherchée.  
a =                      b =                      c =                      d =
- Indique les éléments qui te confirment que tu as la bonne solution.
- Ashley a contacté Justin, l'employé de la ville voisine qui occupe le même poste, afin d'avoir le rapport sur le même genre d'opération sur le réservoir d'eau. Dans le rapport de Justin, la fonction qui représente la quantité d'eau restante dans le réservoir,  $y$  (en milliers de m<sup>3</sup>), en fonction du temps depuis le début de l'opération,  $x$  (en heures), est:  
En utilisant ce modèle, réponds aux questions suivantes:
  - Quelle était la quantité d'eau initiale dans le réservoir?
  - Quel pourcentage d'eau a été enlevé du réservoir?
  - Combien de temps a duré l'opération?
  - Quel réservoir avait le plus gros débit: celui de la ville d'Ashley ou celui de la ville de Justin? Explique.
- **Indique les paramètres de la fonction valeur absolue qui représente la situation suivante:**  
Une plinthe électrique (voir l'image ci-dessous) démarre lorsque la température ambiante est de 17°C et fait augmenter celle-ci à un rythme de 0,75°C par heure. La plinthe fonctionne jusqu'à ce que la température ambiante soit de 20°C. Lorsque la plinthe électrique s'arrête, la température ambiante diminue au même rythme qu'elle a augmenté, jusqu'à ce qu'elle atteigne à nouveau 17°C. La fonction valeur absolue recherchée lie la température ambiante,  $y$ , en °C, au temps après le début du fonctionnement de la plinthe électrique,  $x$ , en heures.  
a =                      b =                      c =                      d =

## Objectif 2. La mise à l'essai des scénarios en salle de classe: le vécu des élèves

En relation avec le deuxième objectif de recherche, soit de mettre les scénarios en application dans une salle de classe en tenant compte de la façon dont les élèves perçoivent l'apport des TIC et la stratégie PIE, nous avons tenu un journal de chercheur ainsi que recueilli des données auprès des élèves à l'aide d'un questionnaire et d'entreviens semi-dirigés. Les questions posées aux élèves portaient sur les éléments clés de notre modèle, soit les TIC, la stratégie PIE et l'apprentissage du concept de fonction dans un contexte de résolution de problème. Suivant notre démarche méthodologique, une analyse inductive nous a permis de dégager différents thèmes présentés dans le tableau 9. Les thèmes sont regroupés selon chaque étape du scénario.

Tableau 9. Thèmes dégagés pour chaque étape du modèle

Élément du modèle	Thèmes dégagés	Propos d'un élève appuyant la perception
Mise en contexte	Sens, lien avec la vie de tous les jours	... a fait réaliser qu'il y a des fonctions dans la vie de tous les jours, et ça faisait plus de sens à interpréter les graphiques.
	Découvrir et apprendre par soi-même	Le contexte du problème nous permettait souvent de découvrir et d'apprendre par nous-mêmes les nouvelles fonctions, leurs paramètres et leurs graphiques.
Prédiction	Confusion au début, ne pas savoir ce qu'on va apprendre	... ça m'faisait « feeler » comme si je n'allais pas comprendre ce qu'on faisait. Ce n'était pas comme une bonne façon de commencer parce que... j'me sentais déjà comme si je ne comprenais pas, du début.
	Pouvoir faire une hypothèse et la vérifier par la suite. Possibilité d'apprentissage	Prédiction serait bon, tu pourrais faire une hypothèse, pis après ça voir si t'étais bon ou pas. Pis là, ça te ferait apprendre au moins.
Investigation – Explication avec le logiciel	Faire essai-erreur, apprendre rapidement. C'est amusant de manipuler chaque paramètre	Les ordinateurs m'ont donné la chance de vérifier mes hypothèses dans un instant. Ceci a fait que j'ai pu aller de l'avant beaucoup plus rapidement avec la découverte... Le fait que nous pouvions faire essai-erreur était amusant, car nous étions capables de manipuler chaque paramètre individuellement, donc nous étions capables d'assimiler les paramètres rapidement.
	Dessiner plusieurs graphiques en même temps. Comparer rapidement l'impact des paramètres	Le logiciel Graphe Easy m'a beaucoup aidé, car ça te permettait de dessiner plusieurs graphiques en même temps pour comparer tes données ou l'impact des paramètres sans prendre le temps nécessaire à tous les tracer à la main.
	Liens entre les graphiques et les paramètres	En jouant avec Graphe Easy, on apprenait comment les graphiques ressemblaient en jouant avec les différents paramètres.
	L'aspect visuel	Graphe Easy était bénéfique afin de voir les modifications des paramètres rapidement (paramètres a, b, c, d). Je suis une personne visuelle. Donc pouvoir visualiser les graphiques m'a aidée à comprendre. J'ai aimé le logiciel Graphe Easy: il m'a permis de bien visualiser les scénarios. Graphe Easy a été plus efficace comme outil d'étude que les hypothèses et les contextes de problème, car c'était très visuel. Il était plus facile de voir les paramètres des équations sur graphique que dans les problèmes écrits. Graphe Easy était excellent pour voir les fonctions et voir comment les paramètres ont affecté les graphiques.

Tableau 9. **Thèmes dégagés pour chaque étape du modèle** (suite)

	Questionner : « comment » et « pourquoi ». Confirmer certaines choses, comprendre les graphiques	L'avantage est de pouvoir VOIR pourquoi les réponses sont telles ou telles. J'ai aimé Graphe Easy parce que ça me permettait de confirmer certaines choses et de comprendre les graphiques.
	Être critique face aux résultats d'investigation	... faire des fausses déterminations qui pourraient nous mélanger dans les fonctions, ou ne pas trouver les réponses du tout.
Résolution de problème	Logiciel difficile à utiliser	Je n'ai pas du tout aimé l'utilisation des ordinateurs. À mon avis elle nuit à notre apprentissage. Par le temps qu'on comprend comment ceux-ci fonctionnent, le cours est déjà fini!!!
	L'ordinateur est stimulant, facile à utiliser	Ces programmes m'ont mis à l'aise, je me sens plus à l'aise lorsque j'ai un ordinateur dans mes mains. De plus, le programme Graphe Easy était facile à comprendre et à utiliser correctement.
	Apprendre à son rythme	J'ai aimé le fait que c'était sur un ordinateur et que j'apprenais à mon rythme.
	Comprendre le contexte	Ce que j'ai le plus aimé des scénarios était que je pouvais plus comprendre le contexte du problème de ce scénario.
	Plus motivant	C'est plus motivant d'avoir un but à tracer une fonction.
	Outil visuel pour voir le résultat final	Les avantages de l'utilisation des ordinateurs étaient que tu avais un outil visuel pour t'aider à voir ce que le résultat final allait ressembler.

Afin d'interpréter ces résultats, dans le but de triangulation, nous avons mis les thèmes dégagés en relation avec la littérature et les observations notées dans le journal du chercheur.

### Mise en contexte

Dans un effort de reconnecter les mathématiques et la vie réelle, et pour rendre l'apprentissage des élèves plus signifiant, le renouveau pédagogique de deux dernières décennies au Nouveau-Brunswick et ailleurs prône l'utilisation de problèmes mis en contexte, ce qui engage l'élève dans une construction de la démarche de résolution (et de gestion!), accompagnée d'une communication et du raisonnement mathématique lui permettant de faire des liens entre différents domaines de mathématiques, entre les mathématiques et les autres disciplines et entre les mathématiques et la vie de tous les jours, selon les quatre principes didactiques du programme d'études (MENB, 2011). Ce processus amène un changement radical par rapport aux pratiques « traditionnelles » d'enseignement/apprentissage. Ce changement peut, à son tour, affecter les perceptions des élèves de ce qu'ils apprennent, comment et pourquoi, comme le soulignent DeCorte, Verschaffel et Greer (2000) : « Dans un environnement d'apprentissage novateur qui constitue une rupture radicale avec les pratiques de classe traditionnelles, ils peuvent développer des perceptions et des stratégies plus réalistes de la modélisation mathématique, et, donc, lier la résolution de problème contextualisé au monde réel » (traduction libre). Ainsi, les paroles des élèves nous semblent indiquer leur appréciation du fait que l'apprentissage de paramètres de chaque fonction soit mis dans un contexte de résolution de problème de vie réelle ce qui leur permet, en même temps, de mieux comprendre le pouvoir de modélisation mathématique.

Nos participants nous informent également que la contextualisation leur apporte du sens et de la pertinence du concept de fonction en les plaçant dans une situation de découverte et d'apprentissage par eux-mêmes, en leur donnant en même temps un sentiment d'avoir une plus grande autonomie. Dans un cas semblable de changement de pratiques d'enseignement des cours préparatoires en calcul différentiel et intégral en y incorporant les éléments de modélisation Gordon (2002) a noté une augmentation d'une attitude positive chez les étudiants du groupe expérimental face à une approche ouverte basée sur la découverte comparé à celle de leurs pairs suivant un cours 'traditionnel'. Également, ces étudiants semblent répondre plus positivement à cette nouvelle approche qui leur permet de voir l'utilité de mathématiques dans la vie réelle (Gordon, 2002).

### **Prédiction**

Par rapport à la phase prédiction, les opinions des élèves semblent être plutôt mitigées. Comme première étape de la stratégie PIE qui engageait les élèves dans un processus d'exploration de paramètres de fonctions dans un contexte de résolution de problème, c'est la phase de prédication qui paraît les avoir déstabilisés le plus. Certains élèves semblent ne pas saisir le but de cette activité. De plus, certains élèves ne comprenaient pas comment ils pouvaient répondre aux questions sur une matière qui ne leur avait pas été enseignée. Ils disaient n'avoir aucune base et qu'ils devaient deviner les réponses, ce qui a semblé les rendre un peu confus. D'autres élèves semblaient être plus à l'aise, plus sûrs, en affirmant que cette étape leur a permis d'émettre les hypothèses.

Afin de rendre cette étape plus claire pour les élèves, les enseignants ont apporté quelques changements en cours de route, en introduisant des éléments d'un accompagnement plus serré et guidé, en donnant plus d'explications par rapport à la tâche et de façons de l'aborder. Toutefois, une certaine confusion chez certains élèves a semblé demeurer jusqu'à la fin du projet, ce que reflètent les données des entrevues. En réfléchissant sur ces résultats, nous notons ici la manifestation probable d'une rupture du contrat didactique. Dans la littérature, nous trouvons des explications de ce phénomène dans des contextes semblables de changements de pratique. Ainsi, une étude récente conduite par Araújo et Acyoli-Reiner (2013) a permis d'observer la réaction des élèves face à des problèmes algébriques qui comportaient des éléments peu présents dans les pratiques courantes, soit des problèmes à énoncés longs, avec des réponses en inadéquation avec la question, problèmes aux données insuffisantes, etc. Selon les auteurs, ce type de problème peut induire des réflexions métacognitives chez les élèves, un aspect indispensable pour espérer de contraindre l'échec en mathématiques, ce qui était aussi à l'origine de notre questionnement de départ (Araújo et Acyoli-Reiner, 2013). Toutefois, les auteurs rapportent que «que malgré la tentative du professeur de promouvoir des stratégies métacognitives, celles-ci sont apparues seulement de manière implicite chez certains élèves et une fois qu'il n'y avait plus de réel changement dans les règles du contrat», ce qui semble s'être également manifesté dans notre étude.

### **Investigation et explication**

Dans les phases suivantes de l'approche PIE, soit l'investigation et l'explication qu'on analyse simultanément, un logiciel dynamique Graphe Easy a été intégré, ce qui ressort dans les verbatim de nos entrevues et dans les questionnaires des élèves, ainsi que dans notre journal de chercheur. Les résultats semblent indiquer que le travail des élèves leur paraît plus efficace grâce à la rapidité de manipulation avec les paramètres et les graphiques offerts par le logiciel, facilitant en même temps le processus de découverte. De plus, ces témoignages démontrent les perceptions d'une efficacité de TIC comme outil d'investigation dynamique et rapide. Également, nous retrouvons dans le discours de certains élèves des liens qu'ils faisaient entre la forme des graphiques et les paramètres.

L'aspect visuel qu'apporte l'investigation à l'aide d'un logiciel a été également perçu positivement par certains élèves, ce qui est en relation avec les propos de Karadag et McDougall (2009). Cet aspect semble avoir contribué à un questionnement plus profond de la part des élèves quant au « comment » et au « pourquoi » par rapport à ce qu'ils voient. Cela peut expliquer des observations faites lors de l'investigation. Par contre, certains élèves ont manifesté un esprit plus critique par rapport à l'utilisation de TIC, ce qui les a amenés à être vigilants quant à la validité de résultats obtenus.

Dans la partie investigation, certains élèves ne semblaient pas avoir établi de stratégie de vérification de leurs résultats et quelques-uns ont affirmé ne pas être en mesure de déterminer quelles observations devaient être rapportées.

### **Résolution de problème**

Lors de la réalisation du premier scénario, nous avons rencontré quelques défis dans la présentation des tâches aux élèves. Dans la section portant sur la résolution du problème, plusieurs élèves ont eu de la difficulté à répondre aux questions écrites liées au modèle de Karadag et McDougall (2009). Par contre, lorsque les questions étaient posées à l'oral, la plupart de ces élèves répondaient correctement à la question et certains semblaient surpris d'apprendre que leur réponse était correcte, s'exclamant, par exemple, « c'est juste ça? » Effectivement, certains élèves ne savaient pas où trouver les documents pertinents ni par quelle tâche commencer. Notamment, un élève a mentionné qu'il « *était perdu dans les étapes du processus* ». Certains élèves déploraient notamment le fait que les questions du scénario étaient vagues, que ce n'était pas de cette façon qu'ils apprenaient, qu'ils ont besoin pour apprendre qu'un enseignant leur explique et qu'ils se sentaient évalués avant même d'avoir appris le concept dans la phase de prédiction. Lors de la réalisation des autres scénarios, les mêmes difficultés ont semblé apparaître, mais à un niveau moins élevé.

Par contre, les TIC semblent avoir rendu la tâche plus facile à d'autres élèves. Nous pourrions même inférer que l'utilisation de ces outils a eu un impact bénéfique sur la motivation de ces élèves en leur permettant d'apprendre à leur rythme. Ces élèves indiquent non seulement que l'utilisation de TIC a été bénéfique, mais elle semblait leur permettre de faire des liens entre la mise en contexte du problème lors de la réalisation des diverses étapes des scénarios, qui ont été construits selon notre modèle.

En somme, le projet semble avoir réussi, au moins en partie, à mettre l'accent sur l'aspect conceptuel du graphique allant ainsi au-delà d'une connaissance procédurale, ce qui était plutôt le cas de notre pratique traditionnelle. Différents passages dans le corpus de nos données semblent indiquer que la stratégie PIE et le logiciel Graphe Easy ont été perçus par certains élèves comme des éléments qui favorisent une meilleure compréhension de fonctions ce que les auteurs associent comme condition d'un apprentissage conceptuel Duval (1995). Il faudra toutefois conduire une étude évaluative pour infirmer ou confirmer cette perception des élèves.

## Conclusion

Afin de changer notre pratique actuelle d'enseignement de paramètres de fonctions dans le cadre du cours optionnel de 12<sup>e</sup> année dans une école secondaire du Nouveau-Brunswick, nous avons créé et mis à l'essai quatre scénarios d'enseignement-apprentissage, en recueillant et analysant les perceptions des élèves à l'aide d'un questionnaire et d'entrevues semi-dirigées.

Le contexte de la résolution de problèmes semble aussi avoir permis à certains élèves de créer des liens entre les divers registres présentés dans le cadre de référence (Bloch, 2002), c'est-à-dire entre les registres graphiques, numériques, algébriques, formels, géométriques et l'infini, tout en aidant l'élève à établir des liens entre ses connaissances algébriques et des applications dans la vie réelle.

De façon générale, les élèves semblent avoir apprécié l'utilisation de la technologie en mathématiques, notamment pour l'aspect visuel apporté par le logiciel Graphe Easy. Ils mettent cependant un bémol à l'approche employée. L'utilisation des technologies aurait, selon certains d'entre eux, aidé à améliorer leurs compétences dans certains domaines, dont celui des apprentissages autorégulés, ainsi que le suggèrent Depover, Karsenti et Komis (2008). Le logiciel semble être perçu par certains élèves comme une aide dans la résolution du problème, tout en étant utilisé à des stades dynamiques, tels que définis par Moreno-Armella, Hegedus et Kaput (2008).

Par ailleurs, nous notons que la stratégie PIE et l'utilisation d'un logiciel semblent avoir grandement complexifié le processus « habituel » de résolution de problèmes et ainsi perturbé certains élèves, ce qui pouvait affecter négativement leur sentiment de compétence (Leclerc, Larivée, Archambault et Janosz, 2010), comme le révèlent les données d'entrevues. Nous nous demandons si cette frustration est liée à la rupture du contrat didactique pour ces élèves, ce qui les a déstabilisés davantage, surtout au début du projet.

Ainsi, certains élèves ont exprimé leurs préoccupations par rapport à l'absence d'explications claires de la part de l'enseignant, de démonstrations d'exemples au tableau et d'exercices d'application leur permettant de se sentir bien préparés pour le test. Tout au long du projet, ces élèves ont fait part de leurs inquiétudes, exprimant parfois des sentiments de frustration et même d'anxiété. Bien que les recherches semblent avoir reconnu les bienfaits d'une pédagogie plus ouverte, centrée sur



l'élève aux prises avec une résolution de problèmes complexes, mal définis et contextualisés et pouvant être résolus par une multitude de solutions et de stratégies, la réalité de notre école qui cherche encore à définir les limites de cette ouverture à l'égard de la complexité de la vie réelle nous amène à nuancer nos interventions. Il semblerait que certains élèves ne soient pas disposés à apprendre selon des approches qui s'éloignent de l'enseignement « traditionnel ».

Du point de vue des recommandations pratiques, il serait important de développer davantage la culture à commençant aux niveaux scolaires inférieurs, même au primaire, comme l'ont proposé certains élèves, ce qui pourrait apporter des résultats bénéfiques dans ce sens, tout en rendant l'élève plus à l'aise devant ce type de tâches. De plus, il conviendrait de penser à une forme de validation des apprentissages différente, qui permettrait aux élèves de gérer le processus de résolution de problèmes en utilisant des outils appropriés d'auto-évaluation, entre autres le multimédia (vidéo). En ce qui a trait aux pistes de recherches futures, il serait intéressant d'implanter le modèle de Scharton (2004), c'est-à-dire un échange de stratégies en petits groupes, puis en groupe-classe, pour la phase d'investigation, puis de mesurer son impact sur les apprentissages des élèves. De plus, il nous apparaît important de mener d'autres recherches sur la façon d'introduire des résolutions de problèmes contextualisés comme soutien à la construction des connaissances, ainsi que sur les impacts que peuvent avoir celles-ci sur les apprentissages.

---

## Références bibliographiques

- ARAÚJO, F. et ACIOLY-REGNIER, M. (2013). Rupture du contrat didactique : utilisation des stratégies métacognitives dans la résolution de problèmes algébriques. Dans *Actes du congrès AREF 2013*. Récupéré du site <http://www.eref2013.univ-montp2.fr/cod6/?q=content/520-rupture-du-contrat-didactique-utilisation-des-strat%C3%A9gies-m%C3%A9tacognitives-dans-la>
- BLOCH, I. (2002). Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée. *Petit x*, 58, 25-46.
- BLOOM, B. S., ENGELHART, M. D., FURST, E. J., HILL, W. H. et KRATHWOHL, D. R. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. Handbook I. Cognitive Domain*. New York : David McKay.
- BORG, W. et GALL, M. (1989). *Educational Research. An Introduction*. Michigan : Longman.
- BOYATZIS, R. (1998). *Thematic Analysis and Code Development. Transforming Qualitative Information*. Londres : Sage Publications.

- CANADA, D. et BLAIR, S. (2006). Intersections of a circle and a square: An investigation. *Mathematics Teacher* 100(5), 324-328.
- DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L. et GREER, B. (2000). Connecting mathematics problem solving to the real world. Dans *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for Living* (p. 66-73) Récupéré de <http://math.unipa.it/~grim/jdecorte.PDF>
- DEPOVER, C., KARSENTI, T., et KOMIS, V. (2008). *Enseigner avec les technologies: favoriser les apprentissages, développer des compétences*. Québec: Presses de l'Université du Québec.
- DIAS, T. et DURAND-GUERRIER, V. (2005). Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères – IREM*, 60, 61-78.
- DUVAL, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels*. Suisse: Peter Lang.
- FREIMAN, V., RICHARD, P. R. et JARVIS, D. H. (2012). *L'enseignement des mathématiques au Nouveau-Brunswick (Secteur francophone)*. Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21<sup>e</sup> siècle. Actes du colloque de L'Espace mathématique francophone (EMF2012)* (p. 1761-1780). Suisse: Université de Genève.
- GORDON, F. S. (2002). What students learn: Math modeling vs traditional precalculus. Dans *Electronic Proceedings of the ICTCM-15*. Récupéré de <http://archives.math.utk.edu/ICTCM/VOL15/S083/paper.pdf>
- GUNSTONE, R. et WHITE, R. (1992). *Probing Understanding*. Grande-Bretagne: Falmer Press.
- JIANG, Z., WHITE, A. et ROSENWASSER, A. (2011). Randomized Control Trials on the Dynamic Geometry Approach. *The Journal of Mathematics Education at Teachers College*, automne-hiver, 8-17.
- JOYCE, C. (2006). Predict, observe, explain. Dans *Assessment Resource Banks*. Récupéré de <http://arb.nzcer.org.nz/strategies/poe.php>
- KARADAG, Z., et MCDOUGALL, D. (2009). Dynamic worksheets. Visual learning with the guidance of Polya. *MSOR Connections*, 9(2), 13-16.
- KNUTH, E. (2000). Understanding connections between equations and graphs. *Mathematics Teacher*, 93(1), 48-53.
- KRAMARSKI, B. (2004). Making sense of graphs. Does metacognitive instruction make a difference on students' mathematical conceptions and alternative conceptions? *Learning and Instruction*, 14, 593619.
- LECLERC, M., LARIVÉE, S., ARCHAMBAULT, I. et JANOSZ, M. (2010). Le sentiment de compétence, modérateur du lien entre le QI et le rendement scolaire en mathématiques. *Revue canadienne de l'éducation*, 33(1), 31-56.

- LIM, K., KIM, O., CORDERO, E., BUENDÌA, G. et KASMER, L. (2007). Use of prediction in mathematics classroom. Dans T. Lamberg (dir.), *Proceedings of the Twenty-ninth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (p. 1239-1248). Stateline, NV: University of Nevada.
- LOISELLE, J. (2001). La recherche-développement et sa création : sa nature et ses caractéristiques. Dans M. Anadon et M. L'Hostie (dir.), *Nouvelles dynamiques de recherche en éducation*. Québec: Les Presses de l'Université Laval.
- MAVERS, D. (2009) Teaching and learning with a visualiser in the primary classroom. Modelling graph-making. *Learning, Media and Technology*, 34(1), 11-26.
- MENB (2003). *Le secondaire renouvelé... pour un monde nouveau – Document d'information à l'intention du personnel enseignant*. Fredericton: Gouvernement du Nouveau-Brunswick.
- MENB (2008). Programme d'études: Mathématiques 30411, version provisoire, mai 2008. Fredericton: Gouvernement du Nouveau-Brunswick
- MINH, T.-K. (2012). Les fonctions dans un environnement numérique d'apprentissage: situations d'apprentissage et genèses instrumentales des élèves. Synthèse de la thèse, dirigée par J.-B. Lagrange et soutenue en 2011. Récupéré de <http://www.adjectif.net/spip/spip.php?article125>
- MORENO-ARMELLA, L., HEGEDUS, S. J. et KAPUT, J. J. (2008). From static to dynamic mathematics. Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 68(2). 99-111.
- NCTM (2000). *Principles & Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- ORMROD, J. (2007). *Human Learning* (5<sup>e</sup> éd.). États-Unis: Prentice Hall.
- POLYA, G. (1957). *How to Solve It* (2<sup>e</sup> éd.). États-Unis: Princeton University Press.
- SABOYA, M et BEDNARZ, N. (2008). *Le travail sur les graphiques: un défi à relever dans l'enseignement des mathématiques*. Récupéré de [http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip/imprimersans.php3?id\\_article=71&nom\\_site=MathVIP&url\\_site=http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip](http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip/imprimersans.php3?id_article=71&nom_site=MathVIP&url_site=http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip)
- SCHARTON, S. (2004). «I did it my way.» Providing opportunities for students to create, explain, and analyze computation procedures. *Teaching Children Mathematics*, 10(5), 278-283.
- SINCLAIR, N., HEALY, L et REIS SALES, C. (2009). Time for telling stories: Narrative thinking with dynamic geometry. *ZDM*, 41, 441-452.
- SRI INTERNATIONAL (2007). *Comment les enseignants peuvent-ils exploiter l'attitude positive des élèves face aux TIC pour favoriser un meilleur apprentissage des mathématiques?* (Note de recherche 12).

- STAR, J. R. (2000). On the relationship between knowing and doing in procedural learning. Dans B. Fishman et S. O'Connor-Divelbiss (dir.), *Fourth International Conference of the Learning Sciences* (p. 80-86). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum.
- TOUMA, G. (2005). Un environnement informatisé d'expérimentation assistée par ordinateur intégrant les sciences et les mathématiques. *Skholê, hors-série* (2), 97-102.
- VILUS-BOAS, H. (2010). TIC et démarche d'investigation en mathématiques. *Les nouvelles technologies pour l'enseignement des mathématiques, 18*. Récupéré de <http://revue.sesamath.net/spip.php?article260>
- WILLIAMS, K. (2003). Writing about the problem-solving process to improve problem solving performance. *Mathematics Teacher, 96*(3), 185-187.
- YEO, B. J. W. et YEAP, B. H. (2009). Solving mathematical problems by investigation. Dans B. Kaur (dir.), *Mathematical Problem Solving. Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators* (p. 117-135). Singapour : National Institute of Education.
- YERUSHALMY, M. et GILEAD, S. (1997). Solving equations in a technological environment. *Mathematics Teacher, 90*(2), 156-163.
- ZIMMERMAN, B., BONNER, S. et KOVACH, R. (2000). *Des apprenants autonomes*. Paris : De Boeck Université.