Assurances et gestion des risques
Insurance and Risk Management

La performance et le conservatisme des modèles VAR mensuelle

Stéphane Chrétien, Frank Coggins et Paul Gallant

Volume 76, numéro 2, 2008

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1106297ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1106297ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Faculté des sciences de l'administration, Université Laval

ISSN

1705-7299 (imprimé)
2371-4913 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Chrétien, S., Coggins, F. & Gallant, P. (2008). La performance et le conservatisme des modèles VAR mensuelle. *Assurances et gestion des risques / Insurance and Risk Management*, *76*(2), 169–202. https://doi.org/10.7202/1106297ar

Résumé de l'article

Cette étude compare quatorze modèles de Valeur à risque (ci-après VAR) mensuelle des marchés boursiers canadiens et américains dans l'optique d'un gestionnaire de portefeuille institutionnel. Notre analyse se concentre sur l'importance de quatre caractéristiques des modèles VAR par simulations historiques avec filtre, une des approches les plus prometteuses. Nos résultats montrent que les modèles VAR mensuelle par simulations historiques avec un filtre quotidien de type GARCH sont les seuls à ne pas être rejetés à l'égard de tous les tests de performance effectués. Parmi ces modèles, la spécification GARCH asymétrique, qui s'avère la plus conservatrice, indique que les indices S&P/TSX Composite et S&P500 ont une probabilité de 5 % d'une perte moyenne respective d'au moins 7,4 % et 6,7 % de leur valeur sur un mois.

Assurances et gestion des risques, vol. 76(2), juillet 2008, 169-202
Insurance and Risk Management, vol. 76(2), July 2008, 169-202

La performance et le conservatisme des modèles VAR mensuelle

par Stéphane Chrétien, Frank Coggins et Paul Gallant

RÉSUMÉ

Cette étude compare quatorze modèles de Valeur à risque (ci-après VAR) mensuelle des marchés boursiers canadiens et américains dans l'optique d'un gestionnaire de portefeuille institutionnel. Notre analyse se concentre sur l'importance de quatre caractéristiques des modèles VAR par simulations historiques avec filtre, une des approches les plus prometteuses. Nos résultats montrent que les modèles VAR mensuelle par simulations historiques avec un filtre quotidien

Les auteurs :

Stéphane Chrétien travaille au Département de finance et assurance, Faculté des sciences de l'administration, Pavillon Palasis-Prince, Université Laval, Québec (Québec), G1K 7P4, Canada. Courriel : Stephane.Chretien@fas.ulaval.ca Tel: (418) 656-2131 ext. 3380.

Frank Coggins travaille au Département de finance, Faculté d'administration, Université de Sherbrooke, 2500 Boulevard Université, Sherbrooke (Québec), J1K 2R1, Canada. Courriel : Frank.Coggins@usherbrooke.ca, Tel: (819) 821-8000, ext. 65156.

Paul Gallant œuvre à la Direction principale Analyse et gestion des risques, Hydro-Québec, 75 boul. René-Lévesque ouest, Montréal (Québec), H2Z 1A4. Courriel : gallant.paul@hydro.qc.ca, Tél. : (514) 289-2105. Les points de vue exprimés dans cet article sont ceux des auteurs et ne reflètent pas nécessairement la position d'Hydro-Québec.

Les auteurs remercient Martin Boyer (directeur de la revue), Éric Maillé, Alexandre Roy, Mélissa Tremblay, un arbitre anonyme et les participants aux séminaires de l'Université de Sherbrooke pour leurs commentaires ainsi qu'Alexandre Fortier et Sébastien Rousseau pour leur excellente assistance en recherche. Stéphane Chrétien bénéficie du support financier de l'Institut de finance mathématique de Montréal et de la Faculté des sciences de l'administration de l'Université Laval. Frank Coggins bénéficie du support financier de la Faculté d'administration de l'Université de Sherbrooke et de la Chaire en développement durable. Stéphane Chrétien et Frank Coggins sont des chercheurs associés du CIRPÉE.

de type GARCH sont les seuls à ne pas être rejetés à l'égard de tous les tests de performance effectués. Parmi ces modèles, la spécification GARCH asymétrique, qui s'avère la plus conservatrice, indique que les indices S&P/TSX Composite et S&P500 ont une probabilité de 5 % d'une perte moyenne respective d'au moins 7,4 % et 6,7 % de leur valeur sur un mois.

Mots clés : Modèles VAR par simulations historiques filtrées, modèles GARCH, tests de couverture inconditionnels et conditionnels, tests de conservatisme

Classifications JEL **: G11, G23**

ABSTRACT

This study compares fourteen models of monthly Value-at-risk (thereafter VAR) for the Canadian and American stock markets in the context of an institutional portfolio manager. Our analysis focuses on the importance of four characteristics of VAR models with filtered historical simulation, one of the most promising approaches. Our results show that monthly VAR models with daily GARCH-type filter are the only ones not rejected with regard to all the performance tests conducted. Among these models, the asymmetric GARCH specification, which proves the most conservative, indicates that the S&P/TSX Composite and S&P500 indexes have a 5% probability of a respective loss averaging at least 7.4% and 6.7% of their value over one month.

Keywords**:** VAR models with filtered simulations, GARCH models, conditional and unconditional tests, conservatism tests.

JEL Classifications**: G11, G23**

1. INTRODUCTION

Des événements boursiers extraordinaires comme le crash d'octobre 1987 et la crise asiatique d'août 1998 ainsi que des pertes financières désastreuses comme celles du fonds Long-Term Capital Management ont augmenté les besoins des entreprises pour des outils quantitatifs fiables de gestion des risques financiers. Dans cet esprit, la Valeur à risque (ci-après VAR) est devenue une mesure incontournable du risque pour les entreprises. Ainsi, même si la VAR n'est pas sans critique[1], elle est aujourd'hui utilisée dans des applications financières telles la divulgation du risque aux hauts dirigeants et aux actionnaires des entreprises, l'allocation des ressources et l'évaluation de la performance dans les entreprises, la gestion du risque des portefeuilles institutionnels comme les fonds de pension et d'investissement, le calcul des exigences réglementaires de capital des institutions financières sujettes à la réglementation du comité Bâle II, la gestion du risque des positions des courtiers et arbitragistes, etc. [Jorion (2006)].

Conceptuellement fort simple, la VAR correspond à la perte qui ne devrait être dépassée qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné. Par exemple, un portefeuille ayant une VAR mensuelle de 10 % avec une probabilité de dépassement de 1 % indique que le portefeuille possède 1 % des chances de perdre 10 % ou plus de sa valeur dans le prochain mois. Une VAR élevée indique donc une exposition à subir une perte plus importante qu'une VAR faible en cas d'un événement extraordinaire.

Cette étude compare formellement la performance hors-échantillon de quatorze modèles VAR mensuelle du risque de marché dans un contexte de gestion de portefeuille institutionnel. Le risque de marché auquel nous nous intéressons est celui reflété dans les rendements de janvier 1950 à juin 2006 d'un indice boursier canadien (S&P/TSX Composite) et d'un indice boursier américain (S&P500). Contrairement par exemple à la mesure du risque des positions d'une firme de courtage, qui doit se faire quotidiennement, ou du risque de marché d'une institution financière, qui peut se faire sur 10 jours selon le Comité Bâle II, la gestion du risque d'un portefeuille institutionnel ayant un horizon d'investissement à long terme se fait naturellement sur une plus longue période. Dans cette optique, nous estimons des VARs à tous les mois, ce qui représente une période typique de réallocation des actifs, nous permet d'avoir un nombre adéquat d'observations (ce qui n'est pas le cas avec des horizons plus longs) et contraste de la littérature qui évalue surtout des VARs quotidiennes ou sur dix jours.

L'approche VAR qui nous intéresse particulièrement est l'approche par simulations historiques avec filtre introduite par Barone-Adesi, Bourgoin et Giannopoulos (1998) et Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (1999). Dans des contextes et avec des échantillons variés et différents des nôtres, Hull et White (1998), Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (1999, 2002), Pritsker (2006) et Kuester, Mittnik et Paolella (2006) montrent que cette approche performe relativement bien et est parmi les plus prometteuses[2]. Afin de vérifier son mérite dans la mesure de VARs mensuelles, nous sélectionnons un éventail de quatorze modèles VAR qui mettent en relief quatre éléments méthodologiques importants de l'approche.

Le premier élément est l'utilisation de simulations historiques versus une approche paramétrisée. La VAR par simulations historiques consiste à tirer de la série de rendements historiques l'observation liée à la probabilité de dépassement VAR désirée. Cette approche suppose ainsi que la distribution des rendements historiques est représentative de celle anticipée sur l'horizon VAR. Par contraste, la VAR paramétrique, plus rapide à estimer et plus répandue en pratique, consiste à calculer analytiquement la VAR à l'aide de paramètres en supposant par exemple que la distribution anticipée suit une loi normale ou une loi t de Student. L'utilisation de la distribution historique tient compte de caractéristiques du risque comme de l'asymétrie et des queues de distribution plus larges qui ne sont pas nécessairement bien représentées dans la distribution normale ou t de Student. L'importance de ces caractéristiques demeure toutefois à vérifier pour les VARs sur un mois, une fréquence où l'hypothèse de normalité des rendements est plus réaliste que, par exemple, sur une fréquence quotidienne. Parmi les quatorze modèles VAR que nous implantons, sept modèles sont par simulations historiques et sept modèles sont paramétriques.

Le deuxième élément est la présence de filtres versus une modélisation statique de la distribution des rendements. L'utilisation de filtres nécessite de spécifier la variation dans le temps de l'espérance et la variance des rendements. Cette spécification, résultant en une VAR dite conditionnelle, permet de modéliser les mouvements prévisibles des rendements en attribuant un poids plus important aux événements récents. Dans le cas des simulations historiques, elle permet également de filtrer les rendements pour les rendre indépendamment et identiquement distribués avant de performer les simulations, qui requièrent cette hypothèse. Par contraste, une VAR dite inconditionnelle ou sans filtre suppose que l'espérance et la variance des rendements sont adéquatement mesurées par respectivement la moyenne et l'écart type historiques. L'utilisation d'un modèle conditionnel tient potentiellement compte de l'autocorrélation observée dans les rendements et les rendements au carré. Comme cette autocorrélation est plus faible dans les rendements mensuels, son effet sur l'estimation des VARs mensuelles mérite d'être examiné. Nous examinons neuf modèles VAR conditionnels et cinq modèles VAR inconditionnels.

Le troisième élément traite du choix de la modélisation conditionnelle des variances. La modélisation la plus employée dans la littérature académique est de type GARCH [Engle (1982), Bollerslev (1986)]. Les modèles GARCH s'avèrent fort performants pour tenir compte de l'évolution temporelle de la volatilité conditionnelle [Chou

(1988) et Ding, Granger et Engle (1993)][3]. Hansen et Lunde (2005) comparent 330 modèles de type GARCH et concluent que le plus simple des modèles GARCH, dénoté GARCH(1,1), est parmi les plus performants. Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) ont quant à eux proposé un modèle GARCH asymétrique (dénoté GJRGARCH(1,1)) qui distingue l'effet des chocs positifs et négatifs sur la variance conditionnelle. Ce modèle s'avère performant pour mesurer les variances conditionnelles d'un indice boursier [Engle et Ng (1993)]. Par contraste, les variances conditionnelles à la RiskMetrics de JP Morgan sont particulièrement populaires en pratique puisqu'elles sont faciles à implanter et qu'elles ne nécessitent pas de recourir à une optimisation. Parmi les neuf modèles VAR conditionnels, sept modèles sont de type GARCH et deux modèles sont à la RiskMetrics, permettant de distinguer les approches préférées des milieux académiques et professionnels.

Le quatrième élément concerne l'utilisation de filtres mensuels versus quotidiens. Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (2002) mentionnent la possibilité de déterminer la VAR à partir de rendements sur une fréquence plus élevée que l'horizon désiré. Par rapport à des rendements calculés sur une fréquence plus élevée, les rendements mensuels contiennent peu de bruit dû à des problèmes de microstructure des marchés boursiers, mais ils contiennent moins d'informations sur la variation temporelle de la distribution des rendements et aussi moins d'observations pour une estimation économétrique précise. Parmi les sept modèles VAR par simulations historiques, cinq modèles utilisent des données mensuelles et deux modèles utilisent des données quotidiennes.

Il existe un très grand nombre d'approches VAR, particulièrement pour la modélisation conditionnelle des variances. Par exemple, Kuester, Mittnik et Paolella (2006) donnent une liste qui inclut les approches avec des mixtures de distributions, la théorie des valeurs extrêmes, des régressions par quantile, des changements de régimes, des volatilités réalisés, des volatilités implicites aux options et des modèles de volatilités stochastiques. La revue de littérature de Poon et Granger (2003) décrit plusieurs de ces approches et donne les références pertinentes. Notre objectif n'est pas de présenter une étude exhaustive des modèles disponibles. Nous avons retenu les quatorze modèles testés en fonction des quatre éléments méthodologiques d'intérêt des modèles VAR par simulations historiques avec filtre et en incluant les modèles les plus couramment utilisés dans l'industrie. Notons que la plupart des approches listées ci-dessus sont peu appliquées en pratique et que l'évidence discutée par Kuester, Mittnik et Paolella (2006) suggère que plusieurs d'entre elles sont peu performantes ou sont difficilement estimables avec le petit nombre d'observations qui caractérise souvent les échantillons de données mensuelles[4].

Nous comparons formellement les quatorze modèles VAR retenus à l'aide de tests de performance proposés par Christoffersen (1998). Ces tests permettent de mesurer statistiquement l'habileté des modèles VAR à remplir deux conditions. D'abord, la probabilité d'observer un pire rendement que la perte estimée par la VAR doit être en moyenne égale à la probabilité théorique de dépassement VAR. Ensuite, un dépassement VAR ne doit pas être prévisible à l'aide d'information disponible. En particulier, les probabilités d'observer un dépassement VAR lorsqu'il y a eu et lorsqu'il n'y a pas eu un dépassement VAR à la période précédente doivent en moyenne être les mêmes. Nous évaluons également le conservatisme des modèles VAR les plus performants. Le modèle le plus conservateur produit la mesure de risque la plus élevée, ce qui constitue une mesure plus prudente.

Malgré qu'il existe un nombre grandissant d'études comparatives de modèles VAR[5], notre étude se distingue par notre horizon VAR mensuel pertinent pour les gestionnaires de portefeuille, notre attention aux modèles par simulations historiques avec filtre qui sont prometteurs empiriquement et notre recours à des tests de performance et de conservatisme qui permettent d'obtenir une comparaison formelle plus complète que généralement reportée.

Nos résultats empiriques mettent en évidence deux modèles VAR qui ne sont pas rejetés à l'égard de chaque test, soit les modèles par simulations historiques avec des filtres quotidiens de type GARCH (GARCH(1,1) et GJRGARCH(1,1)). Ces deux modèles sont donc adéquats pour mesurer le risque d'un portefeuille institutionnel. Nos tests de conservatisme suggèrent que le modèle GARCH asymétrique GJRGARCH(1,1) est généralement le plus conservateur, c'est-à-dire qu'il rend compte d'une mesure de risque plus prudente que l'autre modèle. Les mesures VAR de ce modèle indiquent que l'indice canadien S&P/TSX Composite possède respectivement 5 % et 1 % des chances de perdre en moyenne 7,4 % et 12,8 % de sa valeur sur un mois, alors que l'indice américain S&P500 montre des pertes correspondantes de 6,7 % et 11,1 %. La grande volatilité des mesures VAR obtenues pour ce modèle démontre de plus que les investisseurs sur ces marchés boursiers devraient parfois s'attendre à des pertes mensuelles surpassant les 20 %.

Dans les autres modèles considérés, trois modèles VAR paramétrique performent relativement bien, soit le modèle de RiskMetrics et les deux modèles utilisant une loi t de Student (version inconditionnelle et version type GARCH asymétrique). Ces trois modèles sont parfois rejetés au niveau de confiance de 95 %, mais jamais au niveau de confiance de 99 %. Cependant, les autres modèles VAR paramétrique inconditionnelle et de type GARCH ainsi que les modèles VAR par simulations historiques inconditionnelle et avec des filtres mensuels GARCH obtiennent des proportions de dépassements plus élevées qu'attendues, particulièrement à la probabilité de 1 %. De plus, leurs dépassements VAR sont plus fréquents qu'attendus lorsqu'un dépassement VAR est survenu à la période précédente. En somme, chacun des éléments méthodologiques décrits précédemment apparaît utile dans la détermination d'un modèle VAR mensuelle approprié.

La prochaine section présente chacun des modèles VAR mensuelle. La troisième section présente les tests de performance et de conservatisme. La quatrième section traite des données utilisées dans cette étude. La cinquième section présente nos principaux résultats empiriques alors que la dernière section conclut.

2. LES MODÈLES VAR MENSUELLE

Cette section présente les différents modèles VAR mensuelle. La première sous section traite des modèles paramétriques et par simulations historiques estimés avec des données mensuelles alors que la seconde sous section décrit l'évaluation des VARs mensuelles par simulations historiques filtrées avec des données quotidiennes.

2.1 Les modèles VAR mensuelle avec des données mensuelles

2.1.1 La VAR paramétrique

Nous définissons la VAR mensuelle paramétrique du portefeuille p à la période $T + 1$ par l'une des deux fonctions suivantes selon que les rendements du portefeuille p soient caractérisés par une distribution normale ou t de Student :

$$VAR_{p,T+1}^{Par-N} = -\mu_{p,T+1} + \alpha \cdot \sigma_{p,T+1} , \tag{1a}$$

$$VAR_{p,T+1}^{Par-t} = -\mu_{p,T+1} + \tilde{t}^{-1}(d) \cdot \sigma_{p,T+1} , \tag{1b}$$

où $\mu_{p,T+1}$ représente le rendement mensuel espéré du portefeuille p sur l'horizon VAR ($T + 1$) et $\sigma_{p,T+1}$ est l'écart type des rendements mensuels du portefeuille p sur l'horizon VAR. L'équation (1a) implique que les rendements $R_{p,T+1}$ est une variable aléatoire normalement distribuée avec une moyenne $\mu_{p,T+1}$ et une variance $\sigma^2_{p,T+1}$ [$R_{p,T+1} \sim N(\mu_{p,T+1}, \sigma^2_{p,T+1})$]. Afin de tenir compte des larges queues de distribution généralement observées dans les rendements financiers, nous évaluons aussi des VARs paramétriques en supposant que les rendements sont distribués selon la loi t de Student [$R_{p,T+1} \sim \tilde{t}\,(d)$] où d correspond aux degrés de liberté et est égale à $6 / (E(R_{p,T+1} - \mu_{p,T+1})^4 / \sigma^4_{p,T+1}) + 4$. Dans ce contexte, α et $\tilde{t}^{-1}(d)$ représentent le nombre d'écart type associé à la probabilité de dépassement de la VAR (pr) selon que respectivement l'hypothèse d'une distribution normale ou t de Student s'applique.

2.1.2 La VAR par simulations historiques

Sans caractériser explicitement la distribution des rendements à l'aide de paramètres, cette approche s'appuie sur l'hypothèse que la distribution des rendements historiques est représentative de la distribution anticipée. Pour une probabilité de dépassement de la VAR de pr, la VAR par simulations historiques est mesurée en tirant le $100pr^{ième}$ percentile de la distribution des termes d'erreur historiques[6] $\left[\left[\varepsilon^{pseudo}_{p,T+1-\tau}\right]^{T}_{\tau=1}\right]$, c'est-à-dire parmi les écarts historiques de rendements par rapport à leur espérance. Elle peut alors s'écrire comme suit :

$$VAR^{SH}_{p,T+1} = -\mu_{p,T+1} - Percentile\left\{\left[\varepsilon^{pseudo}_{p,T+1-\tau}\right]^{T}_{\tau=1}, 100pr\right\}. \qquad (2)$$

2.1.3 La modélisation des premiers et des seconds moments

Nous proposons d'étudier la VAR mensuelle lorsque les deux premiers moments sont inconditionnels ou conditionnels.

2.1.3.1 La modélisation inconditionnelle

Si les rendements d'un portefeuille de titres financiers s'avèrent i.i.d, la modélisation inconditionnelle des premier et second moments calculés sur les périodes t à T devrait produire des mesures adéquates de l'espérance et de la volatilité anticipées des rendements à $T + 1$. Dans ce contexte, on peut respectivement décrire l'une des deux

VARs inconditionnelles paramétriques qui s'appuie soit sur la loi normale (équation 3a) ou sur la loi t de Student (équation 3b) ainsi que la VAR inconditionnelle par simulations historiques (équation 4) comme suit :

$$VAR_{p,T+1}^{ParInc-N} = -\mu_{p,T+1} + \alpha\sigma_{p,T+1} \ , \tag{3a}$$

$$VAR_{p,T+1}^{ParInc-t} = -\mu_{p,T+1} + \tilde{t}^{-1}(d)\sigma_{p,T+1} \ , \tag{3b}$$

$$VAR_{p,T+1}^{SHInc} = -Percentile\left\{ \left\{ R_{p,T+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^{T}, 100pr \right\}, \tag{4}$$

où $\mu_{p,T+1} = \dfrac{1}{T}\sum_{1=1}^{T}(R_{p,t}), \sigma_{p,T+1} = \sqrt{\sum_{t=1}^{T}(R_{p,t} - \mu_{p,T+1})^2 / (T-1)}$. Les deux VARs inconditionnelles paramétriques, normale et t de Student, sont obtenues à partir de la moyenne et de l'écart type de la distribution des rendements historiques, et en tenant compte aussi des degrés de liberté dans le cas de la distribution t de Student. La VAR inconditionnelle par simulations historiques est quant à elle mesurée en tirant de la distribution de rendements historiques celui qui est associé à la probabilité de dépassement VAR (pr). Nous étudions la performance des modèles VAR paramétrique et par simulations historiques mesurés à l'aide d'un échantillon de données des cinq ou des quinze dernières années. Ci-après nous identifions respectivement les deux modèles VAR paramétrique inconditionnelle et le modèle VAR par simulations historiques comme suit : Incond. Normale, Incond. Student-t, Inconditionnelle.

2.1.3.2 Les modélisations conditionnelles

La modélisation conditionnelle peut être décrite en deux étapes. Une première étape consiste à déterminer la spécification de l'espérance conditionnelle des rendements du portefeuille p ($\mu_{p,T+1}$). Des tests de Ljung-Box sur l'autocorrélation des rendements mensuels permettent de discriminer parmi les modèles ARMA celui qui caractérise le mieux les rendements de chaque portefeuille. Nous avons aussi vérifié le pouvoir explicatif des modélisations ARMA pour différents horizons VAR et l'ensemble de l'échantillon de données[7].

Dans une seconde étape, nous vérifions s'il y a présence d'autocorrélation dans les termes d'erreur au carré à l'aide de tests de

Ljung-Box et de tests ARCH. En présence d'autocorrélation, nous mesurons les variances conditionnelles à l'aide des modèles des pondérations exponentielles de RiskMetrics, GARCH(1,1) ou GJR-GARCH(1,1).

Le modèle des pondérations exponentielles de RiskMetrics décrit la variance à la période $T + 1$ par une fonction du rendement au carré et de la variance mesurés à la période (T), soit:

$$\sigma^2_{p,RM,T+1} = (1-\lambda)\, R^2_{p,T} + \lambda\sigma^2_{p,RM,T}\ , \tag{5}$$

où le paramètre λ doit être inférieur à un. Plus ce paramètre s'éloigne de la valeur unitaire, plus forte sera l'incidence du premier rendement passé mais plus rapidement va décroître l'influence des rendements au carré passés sur la variance à la prochaine période $T + 1$[8]. Dans cette étude, nous posons que $\lambda = 0{,}97$, soit une des valeurs proposées pour l'évaluation des seconds moments des rendements mensuels par RiskMetrics.

Le modèle GARCH(1,1) de Bollerslev (1986) mesure la variance conditionnelle comme suit :

$$\sigma^2_{p,GARCH,T+1} = \omega + \alpha\varepsilon^2_{p,GARCH,T} + \beta\sigma^2_{p,GARCH,T}\ , \tag{6}$$

où ω est le paramètre lié à la variance inconditionnelle, α correspond au paramètre lié à l'effet ARCH et mesure le lien de dépendance de la variance avec le terme d'erreur passé au carré [ε^2_T] et β représente le paramètre lié à l'effet GARCH, c'est-à-dire qu'il mesure la persistance de l'incidence des termes d'erreur sur la variance conditionnelle (Engle, 1982; Bollerslev, 1986 et Chou, 1988).

Le modèle GJR-GARCH(1,1), proposé par Glosten, Jagannathan et Runkle (1993), tient compte de l'effet asymétrique des termes d'erreur positifs et négatifs sur la variance conditionnelle :

$$\sigma^2_{p,GJR,T+1} = \omega + \alpha\varepsilon^2_{p,GJR,T} + \beta\sigma^2_{p,GJR,T} + \gamma I^-_{p,GJR,T}\,\varepsilon^2_{p,GJR,T}\ . \tag{7}$$

Le paramètre γ mesure l'effet asymétrique des termes d'erreur négatifs puisque I^- est une variable binaire qui prend la valeur un si le terme d'erreur est négatif et zéro autrement.

On peut réécrire l'équation des VARs mensuelles paramétriques en tenant compte de la modélisation conditionnelle de l'espérance et des variances conditionnelles :

$$VAR^{Par,k}_{p,T+1} = -\mu_{p,k,T+1} + \alpha\sigma_{p,k,T+1}\ , \tag{8}$$

pour k = RM, GARCH(1,1) ou GJR-GARCH(1,1). $\mu_{p,k,T+1}$ représente l'espérance conditionnelle du rendement du portefeuille p à $T + 1$. Dans le cas du modèle VAR avec des pondérations exponentielles de RiskMetrics, l'espérance conditionnelle est constante, et dans le cas des deux modèles de type GARCH, nous utilisons le modèle MA(1)[9]. $\sigma_{p,k,T+1}$ représente l'écart type à $T + 1$ qui est mesuré en s'appuyant sur l'une des trois spécifications. Enfin, un dernier modèle VAR paramétrique consiste à mesurer les deux premiers moments de la distribution à l'aide d'une paramétrisation MA(1)-GJRGARCH(1,1) tout en tenant compte de l'aplatissement plus large des queues de la distribution t de Student. Dans ce cas, nous remplaçons α par $\tilde{t}^{-1}(d)$. Ci-après, nous identifions respectivement ces modèles VAR paramétrique comme suit: RiskMetrics, MA(1)-GARCH(1,1), MA(1)-GJR-GARCH(1,1) et MA(1)-GJRGARCH(1,1) – $t(d)$.

À l'instar des VARs paramétriques, on peut réécrire l'équation des VARs par simulations historiques en tenant compte de l'évolution de l'espérance et de l'écart type pour chacun des modèles de variances de la façon suivante :

$$VAR_{p,T+1}^{SH,k} = -\mu_{p,k,T+1} - Percentile\left\{[z_{p,k,T+1-\tau} \cdot \sigma_{p,k,T+1}]_{\tau=1}^{T}, 100pr\right\}, \quad (9)$$

pour k = RM, GARCH(1,1) ou GJR-GARCH(1,1). La variable $z_{p,k,T+1-t}$ représente le terme d'erreur uniformisé à la période $T + 1 - t$, soit $\left[\dfrac{\varepsilon_{p,k,T+1-t}}{\sigma_{p,k,T+1-t}}\right]$, pour $t = 1, \ldots, T$. La VAR par simulations historiques avec filtre peut ainsi être décrite par une fonction du terme d'erreur uniformisé lié à la probabilité de dépassement VAR désirée (pr), multiplié par l'évaluation de l'écart type sur l'horizon VAR ($T + 1$). En additionnant ce pseudo-choc à l'espérance conditionnelle, on obtient une VAR conditionnelle par simulations historiques pour chacune des trois spécifications. Ci-après, ces trois modèles VAR par simulations historiques sont dénotés RiskMetrics, MA(1)-GARCH(1,1)-DM et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM, où DM fait référence à l'utilisation de données mensuelles. La prochaine section traite des modèles VAR mensuelle par simulations historiques lorsque les données sont quotidiennes.

2.2 Les modèles VAR mensuelle par simulations historiques filtrées avec des données quotidiennes

Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (2002) ont proposé des modèles VAR par simulations historiques avec des filtres de type GARCH dont les rendements sont mesurés sur une fréquence de calcul plus élevée que l'horizon VAR. Dans cet esprit, nous calculons des VARs mensuelles par simulations historiques filtrées à l'aide d'un échantillon composé de T pseudo-rendements mensuels, chacun étant simulé à partir des N_t rendements quotidiens[10] (N_t journées ouvrables dans le mois t) obtenus avec un filtre de type ARMA-GARCH. Les étapes de l'évaluation de la VAR mensuelle avec cette méthodologie peuvent se résumer de la façon suivante.

D'abord, les termes d'erreur uniformisés sont obtenus à l'aide d'une régression de type ARMA-GARCH des 3 900 rendements quotidiens passés, soit approximativement les quinze années de données qui précèdent la date d'évaluation de la VAR. Ce modèle peut s'écrire comme suit :

$$R_{p,j} = u_{p,k,j} + \varepsilon_{p,k,j}, \tag{10}$$

où $\varepsilon_{p,k,j} \sim N(0, \sigma^2_{p,k,j}$, pour $j = 1, \ldots, 3\,900$ et pour k = GARCH(1,1) ou GJR-GARCH(1,1).

L'étape suivante consiste à tirer aléatoirement avec remise le $i^{ième}$ des N_t termes d'erreur uniformisés du mois $\left[z_{p,k,i} = \dfrac{\varepsilon_{p,k,j}}{\sigma_{p,k,j}} \right]$ parmi l'échantillon d'observations, c'est-à-dire pour un j compris entre 1 et 3 900 et pour chaque spécification k. Le $i^{ième}$ des N_t rendements quotidiens filtrés ($R_{p,k,i}$) du mois est alors une fonction de l'espérance quotidienne conditionnelle ($\mu_{p,k,i}$) et de l'écart type quotidien conditionnel ($\sigma_{p,k,i}$) qui sont recalculés à chaque jour ouvrable i. Pour chaque spécification k, ce $i^{ième}$ rendement quotidien filtré est calculé comme suit :

$$R_{p,k,i} = \mu_{p,k,i} + z_{p,k,i} \cdot \sigma_{p,k,i}, \quad \text{pour } i = 1, \ldots, N_t. \tag{11}$$

Le rendement mensuel filtré du portefeuille p à la période t ($R_{p,k,t}$) est alors déterminé par les N_t rendements quotidiens composés, où N_t varie selon le mois et l'année. Le rendement mensuel ($R_{p,k,t}$) devient alors l'une des T observations de la distribution de rendements menant à l'évaluation de la VAR. Plus spécifiquement, la dernière étape consiste à évaluer la VAR à l'aide de la distribution des T rendements mensuels qui a ainsi été générée[11], soit:

$$Var^{SHQuot,k}_{p,T+1} = -Percentile\left\{ [R'_{p,k,t}]^{T}_{\tau=1}, 100pr \right\}, \tag{12}$$

pour k = GARCH ou GJR-GARCH. La VAR est donc mesurée en tirant de la distribution de rendements filtrés celui qui est associé à la probabilité de dépassement VAR *pr*. Dans la section empirique, ces deux modèles VAR sont respectivement identifiés comme le modèles MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ. La prochaine section discute des tests de précision et de conservatisme utilisés dans cette étude.

3. LES TESTS DE PERFORMANCE ET DE CONSERVATISME

Nous appliquons trois tests de type « ratio de vraisemblance » proposés par Christoffersen (1998) pour mesurer l'aptitude des modèles VAR à respecter les probabilités de dépassement attendues. Selon ces tests, un modèle VAR s'avère intéressant s'il respecte deux conditions. Premièrement, la probabilité d'observer un rendement inférieur à la VAR estimée doit être en moyenne égale à la probabilité théorique *pr* de dépassement VAR. Le test inconditionnel de couverture suivant examine cette hypothèse :

$$LR_{inc} = 2Log\left[\frac{\left(1-\frac{n_1}{n_0+n_1}\right)^{n_0}\left(\frac{n_1}{n_0+n_1}\right)^{n_1}}{\left(1-pr\right)^{n_0}\left(pr\right)^{n_1}}\right] \sim \chi^2(1) \qquad (13)$$

où n_1 et n_0 sont respectivement liés au nombre de dépassements observés et au nombre de cas sans dépassement, et $\frac{n_1}{n_0+n_1}$ représente la probabilité empirique de dépassement VAR. Si ce test est rejeté, alors le modèle VAR est biaisé car il produit une proportion incorrecte de dépassements.

Deuxièmement, un dépassement VAR ne doit pas être prévisible à l'aide d'information disponible. En particulier, les probabilités d'observer un dépassement VAR lorsqu'il y a eu et lorsqu'il n'y a pas eu un dépassement VAR à la période précédente doivent en moyenne être les mêmes. Le test d'indépendance suivant examine cette hypothèse :

$$LR_{ind} = 2Log\left[\frac{\left(1-\frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}\right)^{n_{00}}\left(\frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}\right)^{n_{01}}\left(1-\frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}\right)^{n_{10}}\left(\frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}\right)^{n_{11}}}{\left(1-\frac{n_1}{n_0+n_1}\right)^{n_0}\left(\frac{n_1}{n_0+n_1}\right)^{n_1}}\right] \sim \chi^2(1) \qquad (14)$$

où n_{01} et n_{00} sont respectivement liés au nombre de dépassements observés et au nombre de cas sans dépassement suite à un cas sans dépassement et $\frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}$ représente la probabilité empirique de dépassement VAR suite à un non dépassement VAR, et où n_{11} et n_{10} sont respectivement liés au nombre de dépassements observés et au nombre de cas sans dépassement suite à un cas de dépassement et $\frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}$ représente la probabilité empirique de dépassement VAR suite à un dépassement VAR. Si ce test est rejeté, alors les dépassements VAR sont prévisibles par leur passé immédiat et ne sont donc pas purement aléatoires.

Enfin, un modèle VAR s'avère intéressant s'il respecte *conjointement* les deux conditions précédentes. Le test conditionnel de couverture suivant examine cette hypothèse :

$$LR_{cond} = LR_{inc} + LR_{ind} \sim \chi^2(2). \tag{15}$$

Si ce test est rejeté, alors les dépassements VAR ne sont pas simultanément indépendants et d'une proportion correspondant à celle attendue.

Par ailleurs, nous examinons également un test de coïncidence des rangs pour déterminer si, parmi les modèles VARs les plus performants à l'égard des tests de Christoffersen (1998), certains sont plus conservateurs que d'autres. En général, le modèle ayant une VAR plus élevée est considéré le plus conservateur puisqu'il indique un risque plus élevé, ce qui se traduit par une mesure de risque plus prudente. L'hypothèse nulle implique que le niveau de risque de deux modèles VAR se classe de façon purement aléatoire entre eux. Le test de conservatisme suivant examine cette hypothèse en utilisant l'indice de coïncidence développé par Friedman (1920) :

$$IC = 2M\left[(\bar{R}_{Var1} - 1,5)^2 + (\bar{R}_{Var2} - 1,5)^2\right] \sim \chi^2(1) \tag{16}$$

où M est le nombre d'observations communes aux deux modèles VAR, $\bar{R}_{Var1} = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} R_{Var1,m}$ est le rang moyen du modèle VAR1 par rapport au modèle VAR2, $R_{Var1,m} = 1$ ($R_{Var1,m} = 2$) si VAR1 est plus (moins) conservateur que VAR2 à l'observation m, et $\bar{R}_{Var2} = 3 - \bar{R}_{Var1}$ est le rang moyen de VAR2. Si ce test est rejeté, alors le modèle VAR ayant le rang moyen le plus élevé est le plus conservateur des deux modèles VAR considérés. La prochaine section traite des données.

4. LES DONNÉES

Nous étudions la performance et le conservatisme des quatorze modèles VAR mensuelle pour deux indices boursiers, l'un canadien (S&P/TSX Composite) et l'autre américain (S&P500). Les séries de données mensuelles débutent en janvier 1950 et se terminent en juin 2006, soit 678 observations. La série de données quotidiennes américaines va du 2 janvier 1950 au 30 juin 2006, soit 14 739 observations, alors que son équivalent canadien couvre la période du 3 janvier 1977 au 30 juin 2006, pour un total de 7695 observations. La source des données est *Bloomberg*. À chaque mois, nous utilisons une fenêtre mobile des quinze années précédentes pour l'estimation des VARs. Notre étude repose donc sur un maximum de 498 VARs mensuelles pour chaque modèle[12].

Le tableau 1 présente un sommaire statistique des rendements quotidiens et mensuels des indices boursiers. À la fréquence mensuelle, l'indice boursier canadien présente une moyenne plus faible accompagnée d'un écart type, d'une asymétrie et d'un aplatissement plus élevés que l'indice boursier américain. Ce résultat, une conséquence de la composition respective des indices notamment en termes d'entreprises de petites et de grandes capitalisations, laisse entrevoir des mesures de VAR mensuelle légèrement plus grandes pour l'indice S&P/TSX Composite que l'indice S&P500[13]. Pour toutes les séries, les pires rendements réalisés sont survenus lors du crash d'octobre 1987[14].

Les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement suggèrent que les distributions de rendements historiques ne suivent pas une loi normale en montrant notamment des queues de distribution plus larges. Ce constat est appuyé par le rejet, à un niveau de confiance de 99 %, de l'hypothèse que chaque série de rendements possède les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement d'une loi normale, comme l'indique le test de Jarque-Bera. Les modèles VAR qui ne tiennent pas compte de ces caractéristiques des queues de distribution devraient avoir de la difficulté à passer les tests de couverture de Christoffersen (1998).

Ensuite, nous rejetons à un niveau de confiance de 99 % que les rendements quotidiens et mensuels sont indépendants temporellement. Les Q^2-tests pour cinq retards indiquent que les rendements au carré sont autocorrélés, et donc que les variances des rendements sont prévisibles. Nous rejetons aussi à un niveau de confiance de 99 % l'absence d'autocorrélation pour les rendements quotidiens, mais nous ne pouvons le faire pour les rendements mensuels. Ce rejet est partiellement expliqué par la présence de problèmes de micros-

TABLEAU 1
SOMMAIRE STATISTIQUE DES RENDEMENTS DES INDICES BOURSIERS

Les données mensuelles des indices boursiers S&P/TSX Composite (canadien) et S&P500 (américain) couvrent la période de janvier 1950 à juin 2006, incluant 678 données pour chaque série. La série de données quotidiennes de l'indice américain débute le 2 janvier 1950 et se termine le 30 juin 2006, pour un total de 14 739 rendements, alors que son équivalent canadien débute le 3 janvier 1977 et se termine le 30 juin 2006, soit 7 695 données. La section A indique la moyenne, l'écart type, le minimum, le maximum ainsi que les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement des rendements. La section B présente les statistiques des tests de Jarque-Bera ainsi que les statistiques des tests sur l'autocorrélation des rendements (Q-tests) et des rendements au carré (Q^2-tests) pour 5 rendements passés (k = 5). Les symboles * et ** indiquent que ces statistiques sont significatives à des niveaux de confiance de 95 % et 99 % respectivement.

SECTION A : Sommaire des principales statistiques

Indices boursiers	Moyenne	Écart type	Max.	Min.	Coef. d'asym.	Coef. d'aplat.
S&P500 (quotidien)	0,0003	0,0088	0,0910	-0,2047	-0,9164	28,8942
S&P/TSX (quotidien)	0,0003	0,0091	0,0942	-0,1113	-0,7481	13,7869
S&P500 (mensuel)	0,0072	0,0410	0,1630	-0,2176	-0,3435	4,7310
S&P/TSX (mensuel)	0,0068	0,0435	0,1600	-0,2263	-0,5501	5,4383

SECTION B : Tests sur la normalité et l'indépendance des rendements

Indices boursiers	Test de Jarque-Bera	Q-test (k = 5)	Q^2-test (k = 5)
S&P500 (quotidien)	413 406,100**	94,229**	1 472,800**
S&P/TSX (quotidien)	38 024,940**	205,440**	2 139,900**
S&P500 (mensuel)	97,980**	7,686	25,274**
S&P/TSX (mensuel)	202,139**	12,257*	21,404**

tructure des marchés boursiers dans les données à fréquence plus élevée[15]. Globalement, nos résultats suggèrent que les modèles VAR conditionnels devraient mieux performer que leur équivalent inconditionnel. La prochaine section discute de nos principaux résultats empiriques.

5. LES RÉSULTATS EMPIRIQUES

Cette section présente les résultats empiriques. La première section montre un sommaire statistique des modèles VAR. La deuxième section présente les résultats des tests de précision des VARs, soit les tests inconditionnels de couverture, les tests d'indépendance et les tests conditionnels de couverture. Pour les modèles qui se sont avérés les plus performants à l'égard des tests de Christoffersen (1998), nous discutons dans la troisième section de leur conservatisme, les uns par rapport aux autres.

5.1 Un sommaire statistique des modèles VAR

Le tableau 2 présente un sommaire statistique des VARs estimées pour les différents indices (S&P500 ou S&P/TSX Composite), modèles (sept modèles de VAR paramétrique et sept modèles de VAR par simulations historiques) et probabilités de dépassement (5 % et 1 %)[16]. Tel que le laissait entrevoir les statistiques descriptives des rendements mensuels, l'indice canadien S&P/TSX Composite est plus risqué que l'indice américain S&P500 selon la VAR. Aussi, l'approche conditionnelle mène à des évaluations de la VAR plus volatiles temporellement que l'approche inconditionnelle. Cette volatilité accrue s'explique par la sensibilité plus grande accordée aux rendements récents dans le cas des modèles conditionnels alors que les modèles inconditionnels répartissent l'effet des rendements passés sur l'ensemble de l'échantillon. Notons que les modèles VAR qui montrent des mesures de risque moyennes plus élevées ainsi que davantage de volatilité sont évalués par des simulations historiques filtrées avec des données quotidiennes [MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ][17].

TABLEAU 2
SOMMAIRE STATISTIQUE DES VARS MENSUELLES

Ce tableau donne la moyenne, l'écart type, le maximum et le minimum des VARs mensuelles estimées pour les indices S&P500 et S&P/TSX Composite. Les sections A et B indiquent les résultats pour les probabilités de pertes inférieures à la VAR de 5 % et 1 %, respectivement. Les séries de VARs mensuelles calculées à partir de données mensuelles débutent en janvier 1965 et se terminent en juin 2006, soit un maximum de 498 VARs. Pour l'indice S&P500, les séries de VARs mensuelles calculées à partir des données quotidiennes vont de janvier 1965 à juin 2006 (498 VARs). Pour l'indice S&P/TSX Composite, les séries de VARs mensuelles estimées avec des données quotidiennes s'échelonnent de décembre 1992 à juin 2006. Pour une description des modèles VAR, voir la section 2. Pour une description des données, voir le tableau 1.

Modèles VAR	**S&P500**				**S&P/TSX Composite**			
SECTION A : $Pr(R_p < -VAR_p) = 5\ \%$	Moy.	É.T.	Max.	Min.	Moy.	É.T.	Max.	Min.
VAR paramétrique								
Incond. Normale (5 années)	5,9 %	1,3 %	8,3 %	3,0 %	6,3 %	1,5 %	9,5 %	4,0 %
Incond. Normale (15 années)	5,8 %	0,7 %	7,0 %	4,7 %	6,2 %	0,9 %	8,1 %	4,8 %
Incond. Student-t	7,0 %	0,8 %	8,3 %	5,8 %	7,6 %	1,1 %	9,7 %	5,8 %
MA(1)-GARCH(1,1)	5,7 %	1,5 %	11,2 %	0,6 %	6,0 %	1,7 %	16,4 %	1,9 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	5,5 %	1,7 %	13,4 %	0,4 %	5,7 %	1,7 %	18,5 %	1,3 %
RiskMetrics	6,7 %	0,9 %	8,6 %	4,9 %	7,1 %	1,3 %	10,5 %	4,9 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	6,6 %	1,9 %	15,7 %	0,5 %	6,9 %	2,0 %	21,9 %	1,9 %

VAR simulations historiques								
Inconditionnelle (5 années)	5,9 %	1,3 %	9,0 %	3,0 %	6,4 %	1,8 %	9,9 %	3,0 %
Inconditionnelle (15 années)	5,9 %	0,7 %	7,1 %	4,6 %	6,5 %	1,0 %	9,2 %	4,7 %
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	6,0 %	1,6 %	13,2 %	0,6 %	6,2 %	1,9 %	18,2 %	1,9 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	5,6 %	1,7 %	13,3 %	0,4 %	5,8 %	1,8 %	19,6 %	1,3 %
RiskMetrics	6,1 %	1,1 %	8,8 %	3,7 %	6,7 %	1,9 %	12,0 %	4,2 %
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	6,6 %	2,5 %	18,9 %	2,9 %	7,4 %	2,8 %	21,5 %	4,2 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	6,7 %	2,4 %	17,1 %	3,0 %	7,4 %	2,9 %	22,8 %	4,2 %
SECTION B : $\Pr(R_p < -VAR_p) = 1\ \%$	Moy.	É.T.	Max.	Min.	Moy.	É.T.	Max.	Min.
VAR paramétrique								
Incond. Normale (5 années)	8,6 %	1,7 %	11,7 %	4,8 %	9,1 %	2,1 %	13,7 %	6,1 %
Incond. Normale (15 années)	8,5 %	0,9 %	10,0 %	7,1 %	9,1 %	1,3 %	11,6 %	7,2 %
Incond. Student-t	11,8 %	1,2 %	13,8 %	9,8 %	12,9 %	1,9 %	16,2 %	10,0 %
MA(1)-GARCH(1,1)	8,4 %	2,1 %	15,6 %	0,3 %	8,8 %	2,4 %	23,1 %	3,0 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	8,1 %	2,3 %	18,9 %	0,6 %	8,3 %	2,4 %	26,0 %	2,7 %
RiskMetrics	9,5 %	1,2 %	12,1 %	6,9 %	10,0 %	1,9 %	14,8 %	7,0 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	11,2 %	3,1 %	25,3 %	0,8 %	11,6 %	3,2 %	35,4 %	3,7 %
VAR simulations historiques								
Inconditionnelle (15 années)	8,9 %	0,8 %	10,2 %	7,1 %	9,3 %	1,5 %	11,0 %	6,7 %
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	8,4 %	2,0 %	15,5 %	0,3 %	9,1 %	2,7 %	24,4 %	2,5 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	8,0 %	2,3 %	17,1 %	0,6 %	8,8 %	3,0 %	28,8 %	2,2 %
RiskMetrics	8,7 %	1,5 %	11,9 %	5,5 %	9,3 %	2,2 %	15,2 %	5,6 %
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	10,5 %	3,8 %	35,2 %	5,2 %	12,3 %	4,8 %	35,6 %	6,7 %
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	11,1 %	3,9 %	29,7 %	4,8 %	12,8 %	5,2 %	36,7 %	7,1 %

5.2 Les résultats des tests de précision des VARS

5.2.1 Les résultats des tests inconditionnels de couverture

Les résultats du test inconditionnel de couverture LR_{inc} proposé par Christoffersen (1998) sont présentés au tableau 3. Ce test vérifie la capacité des différents modèles VAR à respecter les probabilités de dépassements attendus. Les résultats sont similaires pour les indices S&P/TSX Composite et S&P500. Trois modèles se démarquent en n'étant jamais rejetés à un niveau de confiance de 95 % : la VAR paramétrique inconditionnelle utilisant une loi *t* de Student ainsi que les VARs par simulations historiques avec un filtre quotidien (MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ).

Les modèles sont plus nombreux à être rejetés dans le cas de la probabilité de dépassement à 1 % qu'à 5 %. Pour la probabilité de 1 %, tous les modèles à l'exception des trois modèles mentionnés ci-dessus sont rejetés. Pour la probabilité de 5 %, il n'y a que les modèles VAR paramétrique inconditionnelle (normal) et de type GARCH (normal) ainsi que les VARs par simulations historiques avec un filtre GARCH sur des données mensuelles qui sont rejetés pour les deux indices. Toutes les proportions observées rejetées varient entre 7 % et 8 %, pour la probabilité attendue de 5 %, et entre 2 % et 4 %, pour celle de 1 %. Les modèles qui y sont associés sous-estiment donc la fréquence des rendements extrêmes.

L'analyse comparative des résultats des modèles paramétriques révèle que ceux s'appuyant sur les queues de distribution d'une loi *t* de Student performent mieux que ceux liés à la loi normale. Dans le cas des modèles VAR par simulations historiques, le recours à des données quotidiennes plutôt que mensuelles améliore les performances des modèles VAR, particulièrement dans le cas de la probabilité de dépassement théorique de 1%. Cette amélioration peut être attribuable à une meilleure estimation des volatilités conditionnelles avec 3900 rendements quotidiens plutôt qu'avec 180 rendements mensuels.

5.2.2 Les résultats des tests d'indépendance

Alors que la section précédente compare les proportions de dépassement VAR pour l'ensemble de l'échantillon, le test d'indépendance LR_{ind} de Christoffersen (1998) porte sur les proportions de dépassement VAR suite à un dépassement VAR. Nous vérifions ainsi si les proportions de dépassement observées ne sont pas significativement différentes selon qu'à la période précédente il y ait eu un dépassement VAR ou non. Le tableau 4 montre nos résultats pour les indices S&P500 et S&P/TSX Composite et pour les probabilités de dépassement de 5 % et 1 %.

Pour la probabilité théorique de dépassement de 5%, le modèle VAR paramétrique de type GARCH asymétrique utilisant une loi *t* de Student (MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)) et les modèles VAR par simulations historiques avec un filtre quotidien (MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ) sont les seuls modèles non rejetés pour les deux indices. La considération simultanée des queues de distribution plus larges et de l'évolution temporelle de la volatilité conditionnelle est responsable du succès de ces modèles. Les données quotidiennes permettent une estimation plus précise des effets ARCH, GARCH et d'asymétrie (GJRGARCH). Tous les autres modèles présentent une probabilité empirique de dépassement de loin supérieure à la probabilité théorique et sous-estiment donc la fréquence des rendements extrêmes consécutifs. Les proportions de dépassement les plus élevées appartiennent généralement aux modèles de type inconditionnel. Il faut quand même souligner que la spécification conditionnelle du risque de l'indice canadien semble mieux performer comme l'indique le nombre plus faible de rejet par rapport à l'indice américain.

Pour la probabilité de dépassement de 1 %, on ne rejette pratiquement aucun des modèles VAR. La cause de ce résultat est le manque de puissance du test à détecter deux rendements consécutifs si extrêmes étant donné la très faible occurrence de cet événement dans l'échantillon disponible. Encore une fois, les modèles VAR par simulations historiques avec un filtre quotidien et les modèles basés sur une loi *t* de Student sont les modèles qui obtiennent la proportion observée de dépassement la plus faible et la plus près de la probabilité attendue.

5.2.3 Les résultats des tests conditionnels de couverture

Le test conditionnel de couverture LR_{cond} de Christoffersen (1998) examine conjointement la proportion de dépassements VAR sur l'ensemble de l'échantillon et l'indépendance des dépassements selon la situation observée à la période précédente. Le tableau 5 rend compte des résultats. Pour les deux indices et les deux probabilités de dépassement considérés, quatre modèles ne sont jamais rejetés : les VARs paramétriques de RiskMetrics et de type GARCH asymétrique avec une loi *t* de Student (MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)) et les VARs par simulations historiques avec un filtre quotidien (MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ). Notre évidence empirique favorise donc l'utilisation de ces modèles en pratique car ils obtiennent des VARs qui à la fois donnent un niveau moyen adéquat du risque et s'ajustent rapidement aux variations du risque car elles ne sont pas prévisibles par leur passé immédiat.

TABLEAU 3
TESTS INCONDITIONNELS DE COUVERTURE DES VARS MENSUELLES

Ce tableau présente les résultats des tests inconditionnels de couverture proposés par Christoffersen (1998). Il présente le nombre de VARs estimées ainsi que la proportion de cas pour lesquels le rendement réalisé s'est avéré inférieur à la VAR estimée pour chacun des modèles à l'étude. Il indique aussi le ratio de vraisemblance lié au test inconditionnel de couverture pour chacun des modèles VAR. Les sections A et B présentent les résultats pour les indices S&P500 et S&P/TSX Composite pour respectivement les probabilités de pertes inférieures à la VAR de 5 % et de 1 %. Les symboles * et ** indiquent que les tests sont significatifs à des niveaux de confiance de 95 % et 99 % respectivement. Pour une description des modèles VAR, voir la section 2. Pour une description des données, voir le tableau 1.

Modèles VAR	**S&P500**			**S&P/TSX Composite**		
SECTION A : $Pr(R_p < -VAR_p) = 5\ \%$	Nombre de VARs	Proportion de dépassements	Ratio de vrais.	Nombre de VARs	Proportion de dépassements	Ratio de vrais.
VAR paramétrique						
Incond. Normale (5 années)	498	7,631 %	6,293*	498	7,028 %	3,851*
Incond. Normale (15 années)	498	7,430 %	5,420*	498	7,430 %	5,420*
Incond. Student-t	498	5,422 %	0,182	498	4,418 %	0,369
MA(1)-GARCH(1,1)	487	7,392 %	5,147*	485	7,010 %	3,688
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	495	7,879 %	7,406**	480	8,333 %	9,434**
RiskMetrics	498	4,618 %	0,156	498	4,418 %	0,369
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	495	6,263 %	1,543	480	5,625 %	0,380

VAR simulations historiques						
Inconditionnelle (5 années)	498	7,028 %	3,851*	498	6,827 %	3,158
Inconditionnelle (15 années)	498	6,827 %	3,158	498	6,426 %	1,963
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	487	6,571 %	2,312	485	7,010 %	3,688
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	495	7,475 %	5,577*	480	7,708 %	6,406*
RiskMetrics	498	6,627 %	2,528	498	6,225 %	1,464
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	498	5,823 %	0,676	174	2,874 %	1,943
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	498	5,823 %	0,676	174	2,874 %	1,943
SECTION B : $Pr(R_p < -VAR_p) = 1$ %						
VAR paramétrique						
Incond. Normale (5 années)	498	2,811 %	11,068**	498	3,414 %	18,000**
Incond. Normale (15 années)	498	3,012 %	13,244**	498	3,213 %	15,557**
Incond. Student-t	498	1,406 %	0,735	498	1,205 %	0,198
MA(1)-GARCH(1,1)	487	2,464 %	7,489**	485	3,505 %	18,654**
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	495	3,434 %	18,149**	480	3,333 %	16,393**
RiskMetrics	498	1,807 %	2,645	498	2,008 %	3,954*
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	495	2,020 %	4,016*	480	1,458 %	0,892
VAR simulations historiques						
Inconditionnelle (15 années)	498	2,410 %	7,168**	498	2,811 %	11,068**
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	487	2,053 %	4,185*	485	3,505 %	18,654**
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	495	3,232 %	15,693**	480	3,542 %	18,912**
RiskMetrics	498	2,410 %	7,168**	498	2,410 %	7,168**
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	498	0,602 %	0,927	174	0,575 %	0,375
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	498	0,602 %	0,927	174	0,575 %	0,375

TABLEAU 4
TESTS D'INDÉPENDANCE DES DÉPASSEMENTS DE VAR MENSUELLE

Ce tableau présente les résultats des tests sur l'indépendance des dépassements VAR mensuelle proposés par Christoffersen (1998). Les notations $N10$ et $N11$ indiquent respectivement le nombre de cas sans dépassement et avec dépassement suite à un dépassement VAR. $N11/(N11 + N10)$ indique la proportion de cas associés à un dépassement suite à un dépassement VAR. Le tableau indique aussi le ratio de vraisemblance lié à l'indépendance des dépassements VAR. Les sections A et B présentent les résultats pour les indices S&P500 et S&P/TSX Composite pour respectivement les probabilités de pertes inférieures à la VAR de 5 % et de 1 %. Les symboles * et ** indiquent le rejet de l'indépendance des dépassements VARs aux situations précédentes à des niveaux de confiance de 95 % et 99 % respectivement. Pour une description des modèles, voir la section 2. Pour une description des données, voir le tableau 1.

Modèles VAR :	**S&P500**		**S&P/TSX Composite**	
SECTION A : $\Pr(R_p < -VAR_p) = 5\%$	$\frac{N11}{(N11+N10)}$	Ratio de vraisemblance	$\frac{N11}{(N11+N10)}$	Ratio de vraisemblance
VAR paramétrique				
Incond. Normale (5 années)	18,421 %	5,315*	20,000 %	7,064**
Incond. Normale (15 années)	21,622 %	8,483**	24,324 %	11,497**
Incond. Student-t	18,519 %	6,363*	18,182 %	6,277*
MA(1)-GARCH(1,1)	22,222 %	8,810**	14,706 %	2,771
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	17,949 %	4,746*	12,500 %	1,048
RiskMetrics	17,391 %	5,657*	9,091 %	1,021
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	9,677 %	0,699	14,815 %	3,403

VAR simulations historiques				
Inconditionnelle (5 années)	22,857 %	9,984**	14,706 %	2,928
Inconditionnelle (15 années)	23,529 %	10,799**	18,750 %	6,201*
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	21,875 %	8,799**	14,706 %	2,771
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	18,919 %	5,804*	13,514 %	1,756
RiskMetrics	21,212 %	8,420**	19,355 %	6,817**
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	3,448 %	0,488	0,000 %	0,296
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	3,448 %	0,488	0,000 %	0,296
SECTION B : $\Pr(R_p < -VAR_p) = 1\%$				
VAR paramétrique				
Incond. Normale (5 années)	7,143 %	0,762	5,882 %	0,339
Incond. Normale (15 années)	6,667 %	0,594	12,500 %	2,821
Incond. Student-t	0,000 %	0,228	0,000 %	0,171
MA(1)-GARCH(1,1)	8,333 %	1,116	11,765 %	2,352
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	11,765 %	2,413	0,000 %	1,174
RiskMetrics	11,111 %	2,156	10,000 %	1,785
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	0,000 %	0,454	0,000 %	0,237
VAR simulations historiques				
Inconditionnelle (15 années)	8,333 %	1,195	21,429 %	8,103**
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	10,000 %	1,711	11,765 %	2,352
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	12,500 %	2,802	11,765 %	2,322
RiskMetrics	0,000 %	0,643	8,333 %	1,195
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	0,000 %	0,049	0,000 %	0,012
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	0,000 %	0,049	0,000 %	0,012

TABLEAU 5
TESTS CONDITIONNELS DE COUVERTURE DES DÉPASSEMENTS VAR

Ce tableau présente les résultats des tests conditionnels de couverture des dépassements VAR mensuelle proposés par Christoffersen (1998). Le tableau indique le ratio de vraisemblance du test conditionnel de couverture pour chaque modèle VAR. $\left(\overline{R_p + VAR_p} \,\middle|\, R_p < -VAR_{p,i}\right)$ indique l'écart moyen entre les rendements et les VARs estimées dans les cas où il y a eu un dépassement de VAR pour tous les modèles. Les sections A et B présentent les résultats pour les indices S&P500 et S&P/TSX Composite pour respectivement les probabilités de pertes inférieures à la VAR de 5% et de 1%. Les symboles * et ** indiquent le rejet du test conditionnel de couverture à des niveaux de confiance de 95 % et 99 % respectivement. Pour une description des modèles VAR, voir la section 2. Pour une description des données, voir le tableau 1.

Modèles VAR :	**S&P500**		**S&P/TSX Composite**	
SECTION A : $Pr(R_p < -VAR_p) = 5\%$	$\left(\overline{R_p + VAR_p} \,\middle|\, R_p < -VAR_{p,i}\right)$	Ratio de vraisemblance	$\left(\overline{R_p + VAR_p} \,\middle|\, R_p < -VAR_{p,i}\right)$	Ratio de vraisemblance
VAR paramétrique				
Incond. Normale (5 années)	-5,273 %	11,607**	-11,243 %	10,915**
Incond. Normale (15 années)	-5,145 %	13,903**	-11,586 %	16,917**
Incond. Student-t	-3,953 %	6,545*	-10,495 %	6,646*
MA(1)-GARCH(1,1)	-5,059 %	13,957**	-10,876 %	6,459*
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	-5,824 %	12,152**	-11,510 %	10,482**
RiskMetrics	-4,339 %	5,813	-9,494 %	1,390
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	-4,817 %	2,243	-10,444 %	3,783

VAR simulations historiques				
Inconditionnelle (5 années)	-5,265 %	13,835**	-11,266 %	6,086*
Inconditionnelle (15 années)	-4,987 %	13,957**	-11,546 %	8,164*
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	-4,824 %	11,112**	-11,203 %	6,459*
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	-5,630 %	11,380**	-11,580 %	8,162*
RiskMetrics	-4,911 %	10,947**	-10,533 %	8,281*
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	-3,850 %	1,165	-7,810 %	2,239
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	-3,824 %	1,165	-8,687 %	2,239
SECTION B : Pr(R_p < –VAR_p) = 1%				
VAR paramétrique				
Incond. Normale (5 années)	-11,390 %	11,830**	-12,570 %	18,339**
Incond. Normale (15 années)	-9,657 %	13,838**	-12,684 %	18,378**
Incond. Student-t	-6,100 %	0,963	-9,831 %	0,369
MA(1)-GARCH(1,1)	-9,780 %	8,605*	-13,932 %	21,006**
MA(1)-GJRGARCH(1,1)	-11,283 %	20,561**	-12,594 %	17,567**
RiskMetrics	-8,349 %	4,801	-11,177 %	5,740
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-t(d)	-8,415 %	4,470	-9,727 %	1,129
VAR simulations historiques				
Inconditionnelle (15 années)	-8,814 %	8,363*	-13,525 %	19,171**
MA(1)-GARCH(1,1)-DM	-9,554 %	5,895	-14,872 %	21,006**
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DM	-11,184 %	18,496**	-13,639 %	21,234**
RiskMetrics	-9,308 %	7,811*	-12,887 %	8,363*
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	-7,167 %	0,976	-7,700 %	0,387
MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ	-6,605 %	0,976	-4,921 %	0,387

Pour donner une idée des pertes encourues au-delà des pertes annoncées par la VAR, le tableau 5 reporte également l'écart moyen entre les rendements réalisés et les VARs estimées lorsqu'un dépassement est observé pour tous les modèles VAR. Tel qu'attendu, les quatre modèles VAR non rejetés par les tests conditionnels de couverture présentent des écarts de rendements parmi les plus faibles. Par exemple, l'écart moyen pour les modèles RiskMetrics, MA(1)-GARCH (1,1)-t(d), MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ sont respectivement de –9,49 %, –10,44 %, -7,81 % et –8,69 % pour l'indice de marché S&P/TSX Composite et la probabilité de dépassement VAR de 5 %. À titre comparatif, les écarts des autres modèles sont en moyenne de –11,18 %. Somme toute, non seulement les modèles MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ sont généralement ceux qui présentent l'écart de rendement moyen le plus faible mais ils sont aussi les deux seuls modèles à ne pas être rejetés par l'un ou l'autre des tests de Christoffersen (1998). Afin de déterminer le meilleur modèle du point de vue du gestionnaire prudent, la prochaine section vérifie lequel de ces deux modèles performants s'avère le plus conservateur.

5.3 Les résultats des tests de conservatisme

Le test de conservatisme *IC* permet de vérifier l'hypothèse nulle que le rang d'un modèle VAR par rapport à un autre est tiré aléatoirement. Dans le cas d'un rejet, le modèle ayant une VAR plus élevée, dans la majorité des cas, est considéré le plus conservateur car il suggère un niveau de risque plus prudent. Le conservatisme devient ainsi une caractéristique intéressante pour les modèles qui se sont avérés performants par rapport aux tests discutés précédemment. Dans cette section, nous ne comparons donc que les deux modèles les plus performants identifiés précédemment, et plus spécifiquement ceux qui n'ont pas été rejetés à un niveau de confiance de 95 % par les tests de Christoffersen (1998) présentés aux tableaux 3, 4 et 5, soit les modèles MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GARCH(1,1)-DQ. Le tableau 6 présente les résultats des tests ainsi que la proportion d'observations où un modèle est plus conservateur qu'un autre.

Le tableau 6 rejette l'hypothèse que les classements entre les deux modèles VAR les plus performants soient tirés aléatoirement dans trois des quatre cas testés. Pour tous les rejets, le modèle le plus conservateur est le modèle par simulations historiques avec filtre quotidien MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ. Pour l'indice S&P500 et pour respectivement la probabilité de dépassement de 5 % et 1 %, il montre des VARs plus conservatrices dans 58 % et 67 % des cas par rapport au modèle MA(1)-GARCH(1,1)-DQ. Dans le cas de l'indice

TABLEAU 6
TESTS DE CONSERVATISME DES MODÈLES VAR MENSUELLE

Ce tableau présente les résultats des tests de conservatisme des modèles VAR mensuelle à l'aide de l'indice de coïncidence des rangs de Friedman (1920). Ces tests sont appliqués sur les deux modèles VAR qui n'ont pas été rejetés par aucun des trois tests de performance, soit les modèles par simulations historiques MA(1)-GARCH(1,1)-DQ et MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ. La section A présente les résultats pour l'indice boursier S&P500 et la section B pour l'indice S&P/TSX Composite. Pour chaque cas, le tableau indique l'indice de coïncidence des rangs, sa valeur *p* entre parenthèses ainsi que la proportion d'observations pour lesquelles le modèle de la colonne de gauche obtient la VAR la plus conservatrice (faible), entre crochets. Les symboles * et ** indiquent le rejet que les séries sont aléatoirement classées à des niveaux de confiance de 95% et 99% respectivement. Pour une description des modèles, voir la section 2. Pour une description des données, voir le tableau 1.

SECTION A : Tests de conservatisme pour l'indice S&P500	
Modèles VAR : $Pr(R_p < -VAR_p) = 5\%$	MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	13,502** (0,000) [41,767%]
Modèles VAR : $Pr(R_p < -VAR_p) = 1\%$	MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	58,032** (0,000) [32,932%]
SECTION B : Tests de conservatisme pour l'indice S&P/TSX Composite	
Modèles VAR : $Pr(R_p < -VAR_p) = 5\%$	MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	0,368 (0,544) [47,701%]
Modèles VAR : $Pr(R_p < -VAR_p) = 1\%$	MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ
MA(1)-GARCH(1,1)-DQ	6,644** (0,010) [40,230%]

de l'indice S&P/TSX Composite, le modèle MA(1)-GJRGARCH (1,1)-DQ obtient des mesures de risque plus élevées que le modèle MA(1)-GARCH(1,1)-DQ pour 52 % (le seul cas non significatif) et 60 % des cas lorsque les probabilités de dépassement sont respectivement 5 % et 1 %. Nos résultats mettent en évidence le rôle de l'effet asymétrique dans la variance conditionnelle en termes de conservatisme. Dans la mise en place d'un programme de gestion mensuelle des risques impliquant un seuil VAR à respecter, nos résultats suggèrent de plus que le gestionnaire a avantage à utiliser le modèle MA(1)-GJRGARCH(1,1)-DQ car il s'avère le plus prudent des modèles performants. La prochaine section conclut.

6. CONCLUSION

Cette étude porte sur la performance et le conservatisme de quatorze modèles VAR mensuelle pour les indices boursiers S&P500 et S&P/TSX Composite. Nous étudions trois modèles VAR paramétrique qui assument une loi normale et s'appuient sur des modèles de variance conditionnelle, soit celle de RiskMetrics, une variance GARCH(1,1) et une variance GJRGARCH(1,1), et un modèle de type GJRGARCH(1,1) qui utilise une loi *t* de Student. Nous étudions aussi trois modèles par simulations historiques filtrées à partir des mêmes variances conditionnelles [Hull et White (1998) et Barone-Adesi et Giannopoulos et Vosper (2002)]. Les deux derniers modèles VAR conditionnelle s'appuient aussi sur l'approche par simulations historiques avec respectivement un filtre GARCH(1,1) et GJRGARCH (1,1), mais toutefois avec des données quotidiennes plutôt que mensuelles [Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (1999, 2002)]. Les autres modèles VAR paramétrique (avec une loi normale ou une loi *t* de Student) et par simulations historiques sont inconditionnels et ils sont évalués soit avec un échantillon de données historiques de cinq années ou de quinze années. Nos VARs sont évaluées pour des probabilités de dépassement de 1 % et 5 %.

Les tests de couverture et d'indépendance de Christoffersen (1998) révèlent que seuls les modèles VAR mensuelle par simulations historiques filtrées avec des données quotidiennes GARCH(1,1) et GJRGARCH(1,1) ne sont rejetés pour aucun des tests. Ces deux modèles VAR obtiennent le nombre de dépassements VAR attendu et leurs dépassements VAR ne présentent pas une probabilité anormale d'être suivis par un autre dépassement VAR. Ces deux modèles, qui génèrent des VARs mensuelles plus volatiles que les autres modèles, réussissent donc à tenir compte des queues de distribution plus larges que la distribution normale et à s'ajuster aux changements dans les conditions de marché. Parmi ces deux modèles les plus performants, nos tests indiquent que le modèle avec la variance GJRGARCH(1,1) est généralement le plus conservateur des deux modèles, et s'avère ainsi la mesure de risque la plus prudente.

Les modèles VAR paramétrique les plus performants sont le modèle de RiskMetrics et les modèles utilisant une loi *t* de Student (inconditionnel et GJRGARCH(1,1)). Ces modèles ne sont jamais rejetés à un niveau de confiance de 99 % dans nos tests de couverture et d'indépendance. Les autres modèles VAR paramétrique ont des dépassements observés significativement plus élevés que le nombre attendu, et ce particulièrement pour la probabilité de dépassement de 1 %. La mauvaise performance de ces modèles VAR paramétrique basée sur une loi normale s'explique en partie par les queues de distribution des indices de marché qui sont plus larges que celles d'une distribution normale.

Les modèles inconditionnels, qui accordent peu d'importance aux rendements récents, sont généralement moins performants que les modèles conditionnels au regard des tests d'indépendance des dépassements. Ces modèles inconditionnels ont une propension plus grande qu'attendue à obtenir deux dépassements VAR consécutifs, ce qui suggère qu'ils ne s'ajustent pas rapidement à l'évolution du risque des marchés financiers.

Références

Alexander, C. (2001). "A Primer on the Orthogonal GARCH Model," Manuscript, University of Reading.

Alexander, C. et G. T. Leigh. (1997). "On the Covariance Matrices Used in Value-at-Risk Models," *Journal of Derivatives* 4, pp. 50-62.

Artzner, P., F. Delbaen, J.-M. Eber, et D. Heath. (1999). "Coherent Measures of Risk," *Mathematical Finance*, 9, pp. 203-228.

Beder, T. (1995). "VaR: Seductive But Dangerous," *Financial Analysts Journal* 51, pp. 12-24.

Bao, Y., T.-H. Lee, B. Saltoglu. (2006). "Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check," *Journal of Forecasting*, 25, pp. 101-128.

Bao, Y., T.-H. Lee, B. Saltoglu. (2007). "Comparing Density Forecast Models," *Journal of Forecasting*, 26, pp. 203-225.

Barone-Adesi, G., F. Bourgoin, et K. Giannopoulos. (1998). "Don't Look Back," *Risk*, 11, pp. 100-104.

Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos, et L. Vosper. (1999). "VAR without Correlations for nonlinear Portfolios of Derivative Securities," *Journal of Futures Markets,* 19, pp. 583-602.

Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos, et L. Vosper. (2002). "Backtesting Derivative Portfolios with Filtered Historical Simulation (FHS)," *European Financial Management*, 8, pp. 31-58.

Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics,* 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T., R. Y. Chou, et K. F. Kroner. (1992). "ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of the Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics* 52, pp. 5-59.

Brooks, C., A. D. Clare, J. W. Dalle Molle, et G. Persand. (2005). "A Comparison of Extreme Value Theory Approaches for Determining Value at Risk," *Journal of Empirical Finance*, 12, pp. 339-352.

Busse, J. A. (2001). "Another Look at Mutual Fund Tournaments," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 36, pp. 53-73.

Campbell, J. Y., A. W. Lo, et A. C. MacKinlay. (1997). The Econometrics of Financial Markets, Princeton: Princeton University Press.

Chou, R. Y. (1988). "Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using Garch," *Journal of Applied Econometrics*, 3, pp. 279-294.

Christoffersen, P. (1998). "Evaluating Interval Forecasts," *International Economic Review,* 39, pp. 841-862.

Christoffersen, P. (2003). Elements of Financial Risk Management, San Diego: Academic Press.

Ding, Z., C. W. J. Granger, et R.F. Engle. (1993). "A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model," *Journal of Empirical Finance,* pp. 83-106.

Engle, R. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation," *Econometrica,* 50, pp. 987-1008.

Engle, R. F. et V. K. NG (1993) "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility," *Journal of Finance* 48, pp. 1749-1777.

EViews Quantitative Micro Software, (1994-1997). EViews User's Guide.

Friedman, W. F. (1920) "The Index of Coincidence and its Application in Cryptography," *The Riverbank Publications*, Aegean Park Press, Laguna Hills, 22.

Glosten, L., R. Jagannathan, et D. Runkle. (1993). "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance,* 48, 1779-1801.

Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princeton: Princeton University Press.

Hansen, P. R., et A. Lunde. (2005). "A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH(1,1)?," *Journal of Applied Econometrics*, 20, pp. 873-889.

Hendricks, D. (1996). "Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data," *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review* 2, pp. 39-69.

Hull, J., et A. White. (1998). "Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for VAR," *Journal of Risk,* 1, pp. 5-19.

Jorion, P. (2006). Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. New York: McGraw-Hill.

Kuester, K., S. Mittnik, et M. S. Paolella. (2006). “Value-at-Risk Prediction: A Comparison of Alternative Strategies, *Journal of Financial Econometrics*, 4, pp. 53-89.

Mittnik, S., et M. S. Paolella. (2000). “Conditional Density and Value-at-Risk Prediction of Asian Currency Exchange Rates,” *Journal of Forecasting*, 19, pp. 313-333.

Poon, S.-H., et C. Granger. (2003). “Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review,” *Journal of Economic Literature*, 41, pp. 478-539.

Pritsker, M. (1997). “Evaluating Value at Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time,” *Journal of Financial Services Research*, 12, pp. 201-242.

Pritsker, M. (2006). “The Hidden Dangers of Historical Simulation,” *Journal of Banking & Finance*, 30, pp. 561-582.

Taleb, N. N. (2007). The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable. New York: Random House.

Notes

1. Par exemple, Artzner, Delbaen, Eber et Heath (1999) déterminent un contexte théorique où la VAR conduit à des allocations inefficientes de capital, et Taleb (2007) présente une discussion philosophique qui remet en question la notion que le risque est quantifiable à partir du passé.

2. Hull et White (1998) examinent des VARs quotidiennes sur les rendements de dix taux de change et cinq indices boursiers de 1988 à 1998. Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (1999, 2002) présentent des VARs sur des horizons de un à dix jours pour les rendements de contrats à terme, d'options et de contrats d'échange de 1994 à 1997. Pritsker (2006) estime des VARs sur 10 jours pour le rendement du taux de change de la livre anglaise par rapport au dollar américain de 1973 à 1997. Kuester, Mittnik et Paolella (2006) examine des VARs quotidiennes sur le rendement de l'indice NASDAQ de 1971 à 2001.

3. Pour une revue de la littérature sur les modèles GARCH, voir Bollerslev, Chou et Kroner (1992).

4. Outre l'approche par simulations historiques avec filtres, l'exception la plus notable à ces modèles peu performants est l'approche par la théorie des valeurs extrêmes, selon Kuester, Mittnik et Paolella (2006).

5. Outre les études déjà mentionnées, une liste (non exhaustive) inclut Beder (1996), Hendricks (1996), Alexander et Leigh (1997), Pritsker (1997), Mittnik et Paolella (2000), Brooks, Clare, Dalle Molle et Persand (2005), et Bao, Lee et Saltoglu (2006, 2007).

6. Pour certaines méthodologies, ces termes d'erreur sont appelés des pseudos chocs.

7. Pour plus détails sur les modèles ARMA, voir le chapitre 3 de Hamilton (1994). À la lumière de nos résultats et à l'instar de Busse (2001), nous évaluons les premiers moments conditionnels à l'aide d'un modèle MA(1), soit le processus $R_{p,T+1} = c_{p,k} + \phi_{p,k}\,\varepsilon_{p,k,T} + \varepsilon_{p,k,T+1}$ avec $\varepsilon_{p,k,T+1} \sim N(0, \sigma^2_{p,k,T+1})$ où le paramètre $c_{p,k}$ est la constante dans l'équation de rendements, le paramètre $\phi_{p,k}$ mesure l'autocorrélation dans les termes d'erreur retardés d'une période, et le paramètre $\sigma^2_{p,k,T+1}$ mesure la variance conditionnelle du terme d'erreur. L'indice k distingue les différentes spécifications de variance conditionnelle que nous avons implantées.

8. Pour plus de détails sur la modélisation conditionnelle proposée par RiskMetrics, voir Jorion (2006), Christoffersen (2003) ou la documentation technique de JP Morgan sur RiskMetrics.

9. Spécifiquement, $\mu_{p,k,T+1} = c_{p,k} + \phi_{p,k}\, \varepsilon_{p,k,T}$ où $O_{p,k} = 0$ pour k = RM.

10. Notez que le nombre de jours ouvrables N_t varient selon le mois et l'année à laquelle nous évaluons la VAR.

11. Dans cette étude, T = 1 000.

12. Dans le cas des modèles VAR inconditionnelle, nous estimons aussi des VARs sur la base des cinq dernières années de données mensuelles, en débutant aussi ces évaluations en janvier 1965.

13. Cette présomption n'est pas nécessairement généralisable à d'autres indices canadiens. En particulier, l'indice S&P/TSX Composite est moins diversifié que l'indice S&P500 car il contient fréquemment une surpondération de certains titres et secteurs. Par exemple, *Nortel Networks* représentait plus de 10 % de l'indice canadien au début de l'an 2000. Cette surpondération a par ailleurs mené à la création récente de l'Indice S&P/TSX Composite plafonné, une référence souvent adoptée par les gestionnaires canadiens soumis à des restrictions de diversification. Même si l'historique de l'indice plafonné est insuffisant pour des tests de performance de modèles VAR mensuelle, la meilleure diversification d'un tel indice lui laisse entrevoir des mesures VAR plus faibles que celles de l'indice canadien non plafonné et se rapprochant de l'indice américain.

14. Afin d'éviter d'avoir un nombre élevé de cas de non-convergence, nous avons utilisé des variables binaires lors de l'estimation des VARs conditionnelles pour contrôler trois observations mensuelles, soit octobre 1974, octobre 1987 (crash boursier) et août 1998 (crise asiatique), et trois observations quotidiennes, soit les 19, 21 et 26 octobre 1987, qui ont été jugées statistiquement aberrantes. Nous avons conservé ces observations dans notre échantillon pour les tests de performance des modèles VAR.

15. Voir les chapitres 2 et 3 de Campbell, Lo et MacKinlay (1997) pour une discussion.

16. Nous n'estimons pas la VAR inconditionnelle par simulations historiques sur cinq années pour une probabilité de pertes inférieures à la VAR de 1 % puisque le 1er percentile de 60 données n'est pas suffisamment informatif.

17. Nous ne reportons pas les estimés des paramètres des modèles dû à l'espace limité et au fait que les résultats obtenus sont typiques de la littérature existante. Par exemple, nous trouvons des effets ARCH, GARCH et d'asymétrie (GJRGARCH) dans les termes d'erreur généralement significatifs et plus importants dans les données quotidiennes que mensuelles.